

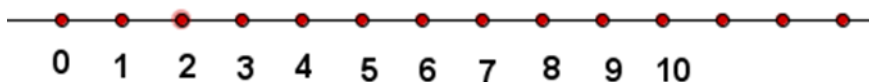
CONJUNTOS NUMÉRICOS.

LOS NÚMEROS NATURALES.

Con los **números naturales** contamos los elementos de un conjunto (**número cardinal**). O bien expresamos la posición u orden que ocupa un elemento en un conjunto (**ordinal**).

El conjunto de los números naturales está formado por:

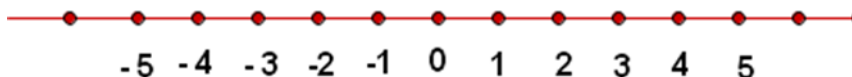
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$



LOS NÚMEROS ENTEROS

Los números enteros son del tipo:

$$\mathbb{Z} = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots\}$$



Nos permiten expresar: el dinero adeudado, la temperatura bajo cero, las profundidades con respecto al nivel del mar, etc.

La **raíz** de un número entero no siempre es un número entero, sólo ocurre cuando la raíz es exacta o si se trata de una raíz de índice par con radicando positivo.

$$\sqrt{-4} \notin \mathbb{Z}$$

LOS NÚMEROS RACIONALES

Se llama número racional a todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z}; b \neq 0 \right\}$$



Los números decimales (decimal exacto, periódico puro y periódico mixto) son números racionales; pero los números con infinitas cifras decimales NO PERIÓDICAS, no.

La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos números racionales es otro número racional.

Podemos operar con potencias, pero el exponente tiene que ser un número entero.

La raíz de un número racional no siempre es un número racional, sólo ocurre cuando la raíz es exacta y si el índice es par el radicando ha de ser positivo.

$$\sqrt{-\frac{4}{5}} \notin \mathbb{Q}$$

LOS NÚMEROS IRRACIONALES.

Un número es irracional si posee infinitas cifras decimales no periódicas, por tanto no se pueden expresar en forma de fracción.

El número irracional más conocido es π , que se define como la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

$$\pi = 3.141592653589...$$

Otros números irracionales son:

El número e aparece en procesos de crecimiento, en la desintegración radiactiva, en la fórmula de la catenaria, que es la curva que podemos apreciar en los tendidos eléctricos.

$$e = 2.718281828459...$$

El número áureo, Φ , utilizado por artistas de todas las épocas (Fidias, Leonardo da Vinci, Alberto Durero, Dalí,...) en las proporciones de sus obras.

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618033988749...$$

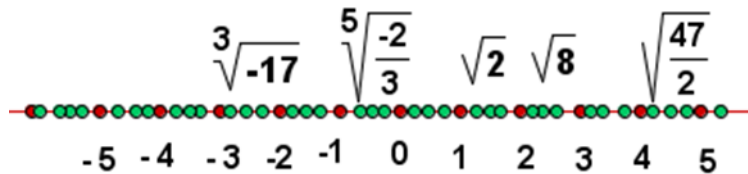
NÚMEROS REALES

El conjunto formado por los números racionales e irracionales es el conjunto de los números reales, se designa por $\mathbb{R}$.

Con los números reales podemos realizar todas las operaciones, excepto la radicación de índice par y radicando negativo y la división por cero.

LA RECTA REAL

A todo número real le corresponde un punto de la recta y a todo punto de la recta un número real.



NÚMEROS IMAGINARIOS

Un número imaginario se denota por bi , donde :

b es un número real

i es la unidad imaginaria: $\sqrt{-1} = i$

Los números imaginarios **permiten calcular raíces con índice par y radicando negativo.**

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9 \quad x = \pm\sqrt{-9} \quad \begin{matrix} \nearrow x_1 = 3i \\ \searrow x_2 = -3i \end{matrix}$$

NÚMEROS COMPLEJOS

Un número complejo en forma binómica es $Z = a + bi$.

El número a es la parte real del número complejo.

El número b es la parte imaginaria del número complejo.

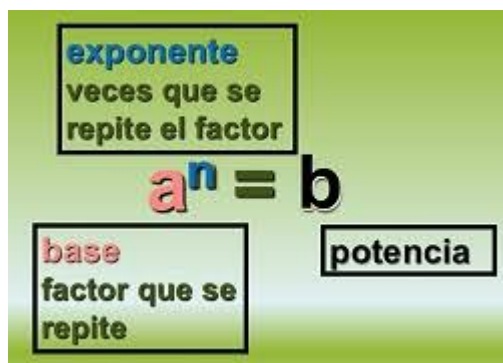
Si $b = 0$ el número complejo se reduce a un número real, ya que $a + 0i = a$.

Si $a = 0$ el número complejo se reduce a bi , y se dice que es un número imaginario puro.

El conjunto de los números complejos se designa por $\mathbb{C}$.

$$\mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{R}\}$$

POTENCIACIÓN.



PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN	
Propiedad	Ejemplo
$a^0 = 1$	$(-5)^0 = 1$
$a^1 = a$	$23^1 = 23$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$x^2 \cdot x^{-3} = x^{2-3} = x^{-1}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(4 \cdot x)^3 = 4^3 \cdot x^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{-3}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(m^{-1})^3 = m^{-1 \cdot 3} = m^{-3}$
$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	$\sqrt[5]{8^3} = 8^{\frac{3}{5}}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-5} = \frac{1}{a^5}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$
$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$	$(4 + x)^3 \neq 4^3 + x^3$

Nombre o descripción de la propiedad

CUADRADO DEL BINOMIO.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

CUBO DEL BINOMIO.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE LAS BASES. DIFERENCIA DE CUADRADOS.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

RADICACIÓN.

