

Đề thi

Họ và tên: Số báo danh:

MÃ ĐỀ 231

Câu 1: Trong các phương trình sau đây, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y ?

- A. $2x + 5y^2 = 10$ B. $2xy + 5y = 10$ C. $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 10$ D. $2x + 5y = 10$

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đường tròn là hình có tâm đối xứng và có trục đối xứng.
B. Đường tròn là hình có một trục đối xứng duy nhất.
C. Đường tròn là hình chỉ có hai trục đối xứng.
D. Đường tròn là hình có vô số tâm đối xứng.

Câu 3: Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 + 1)x - 2m$ và $y = 10x - 6$. Tìm giá trị của m để đồ thị hai hàm số trên song song với nhau?

- A. $m = \pm 3$ B. $m = -3$ C. $m = 3$ D. $m = 9$

Câu 4: Biết rằng tồn tại các giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2 < 4$. Tính tổng S các giá trị nguyên đó?

- A. $S = 3$ B. $S = 2$ C. $S = 0$ D. $S = 5$

Câu 5: Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{5-x}$?

- A. $x \geq 5$ B. $x > 5$ C. $x < 5$ D. $x \leq 5$

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, biết $BH = 4\text{cm}$; $BC = 20\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AB?

- A. 8cm B. $8\sqrt{5}\text{cm}$ C. $2\sqrt{5}\text{cm}$ D. $4\sqrt{5}\text{cm}$

Câu 7: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 3m + 1 \\ 3x + 5y = 8m + 5 \end{cases}$. Tìm giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $3x + y = 9$?

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = \frac{5}{2}$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 8: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = -3x + 4$?

- A. $Q(-2; 2)$ B. $N(1; 7)$ C. $M(0; 4)$ D. $P(-1; 1)$

Câu 9: Cho hàm số $y = 3x + 5$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$ B. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $M(0; 5)$
C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$ D. Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $N\left(\frac{-5}{3}; 0\right)$

Câu 10: Căn bậc hai số học của 25 là:

- A. ± 5 B. 625 C. 5 D. -5

Câu 11: Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

- A. $x^2 - 2x + 4 = 0$ B. $3x^2 - 6x + 3 = 0$ C. $x^2 - 6x = 9$ D. $-x^2 + 12x = -36$

Câu 12: Khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 35° thì bóng một tòa nhà trên mặt đất dài 30 m. Hỏi chiều cao của tòa nhà đó bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

- A. 52m. B. 21m. C. 17m. D. 25m.

Câu 13: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

- A. $y = -2x + 3$. B. $y = \frac{2}{3}x + 1$. C. $y = 1 - 2x$. D. $y = 1 - 2(x + 1)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;4)$. Số điểm chung của đường tròn tâm A bán kính $R = 3$ với trục Ox và trục Oy lần lượt là

- A. 1 và 2. B. 0 và 1. C. 1 và 0. D. 2 và 1.

Câu 15: Tìm giá trị của m để phương trình $mx^2 - 3x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm $x = 2$.

- A. $-\frac{5}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{6}{5}$. D. $\frac{6}{5}$.

Câu 16: Cho phương trình $x - y = 1$ (1). Phương trình nào dưới đây kết hợp với phương trình (1) để được một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có vô số nghiệm?

- A. $y = 2x - 2$ B. $y = 1 + x$ C. $2y = 2 - 2x$ D. $2y = 2x - 2$

Câu 17: Cho một hình cầu có thể tích là $\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$. Tính diện tích mặt cầu đó

- A. $\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^2$ B. $50\pi \text{ cm}^2$ C. $25\pi \text{ cm}^2$ D. $100\pi \text{ cm}^2$

Câu 18: Tìm giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-2;1)$.

- A. $m = -\frac{1}{2}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = \frac{1}{4}$ D. $m = -\frac{1}{4}$

Câu 19: Cho đường tròn $(O;R)$ có dây cung $AB = R\sqrt{2}$. Tính diện tích tam giác AOB.

- A. $2R^2$. B. $\frac{R^2}{2}$. C. R^2 . D. $\frac{\pi R^2}{4}$.

Câu 20: Khi cắt hình trụ bởi mặt phẳng vuông góc với trục, ta được mặt cắt là hình gì?

- A. Hình chữ nhật. B. Hình vuông. C. Hình tròn. D. Hình tam giác.

Câu 21: Hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = x - 3 \end{cases}$

- A. vô nghiệm. B. có nghiệm duy nhất.
C. có 2 nghiệm. D. có vô số nghiệm.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $P = 3\sqrt{4x^6} - 3x^3$ với $x < 0$.

- A. $P = 9x^3$. B. $P = -15x^3$. C. $P = -9x^3$. D. $P = 3x^3$.

Câu 23: Tìm a để biểu thức $\frac{2-a}{\sqrt{a}+1}$ nhận giá trị âm

- A. $0 \leq a < 2$ B. $a > 2$ C. $a < 2; a \neq -1$ D. $a < 2$

Câu 24: Cho ngũ giác đều ABCDE. Đường tròn (O) tiếp xúc với ED tại D và tiếp xúc với BC tại C. Tính số đo cung nhỏ DC của (O).

- A. 135° B. 108° . C. 72° . D. 144° .

Câu 25: Biết phương trình $x^2 + bx - 2b = 0$ có một nghiệm $x = -3$. Tìm nghiệm còn lại của phương trình.

- A. $-\frac{6}{5}$. B. $-\frac{5}{6}$. C. $\frac{6}{5}$. D. $\frac{5}{6}$.

----- HẾT -----

Câu 1 1,5 điểm

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + 6$

b) Tìm m để đồ thị hàm số $y = mx + 3$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 3y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Câu 2 1,0 điểm. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1 x_2 + 1)^2 - 2(x_1 + x_2) = 0$$

Câu 3 2,0 điểm. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AB. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E; F là hình chiếu vuông góc của E trên AB.

a) Chứng minh tứ giác ADEF nội tiếp

b) Gọi N là giao điểm của CF và BD. Chứng minh $BN \cdot ED = BD \cdot EN$.

Câu 4 0,5 điểm. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{x^2 + y^2} + \frac{35}{xy} + 2xy$$

Họ và tên: Số báo danh:

-----Hết-----

Đáp án

GỢI Ý CÁCH LÀM

Câu 1: a) $A = A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{81} + 4\sqrt{9} = 9 + 4.3 = 21$

b) Giải hệ $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2.2+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y) = (2;-1)$

Câu 2: a) Vì A có hoành độ 2 và thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nên $y = 2.2^2 = 8$. Vậy $A(2; 8)$

b) Đề hàm số $y = (m-2)x-1$ đồng biến thì $m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$. Vậy $m > 2$.

Câu 3: a) Thay $m = 3$ vào PT ta có $x^2 - x - 3 + 2 = 0$ hay $x^2 - x - 1 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4.1(-1) = 5$ nên PT có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

b) PT $x^2 - x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta = (-1)^2 - 4.1(-m+2) > 0 \Leftrightarrow 4m-7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$

Theo Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 & (1) \\ x_1 x_2 = -m + 2 & (2) \end{cases}$

Mà $2x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow x_2 = 5 - 2x_1$ (3) thay vào (1) ta có $x_1 + 5 - 2x_1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 4$ thay vào (3) có $x_2 = -3$

Thay $x_1 = 4$ và $x_2 = -3$ vào (2) ta có $-m + 2 = 4.(-3)$ nên $m = 14$ (nhận). Vậy $m = 14$.

Câu 4: a) $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.5 = 20\pi$ (cm²)

b) Gọi số xe ban đầu là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*$) thì số hàng mỗi xe phải chờ theo dự định là $\frac{24}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế là $x + 2$ (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chờ là $\frac{24}{x+2}$ (tấn)

Theo bài ta có PT $\frac{24}{x} - \frac{24}{x+2} = 2 \Leftrightarrow \frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = 1$

$\Rightarrow 12(x+2) - 12x = x(x+2) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0; \Delta' = 1^2 - 1.(-24) = 25$

$x_1 = 4$ (nhận) và $x_2 = -6$ (loại). Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Câu 5

a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O) (gt)

Nên $\angle CAO = \angle CDO = 90^\circ$ (theo tính chất tiếp tuyến)

Suy ra C, A, O, D cùng thuộc một đường tròn. (đpcm)

Cách 2: $\angle CAO = \angle CDO = 90^\circ$ nên $\angle CAO + \angle CDO = 180^\circ$

Suy ra C, A, O, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại O có đường cao DH nên $CH.CO = CD^2$ (1)

Chứng minh được $\triangle CMD \sim \triangle CDN$

nên có $CM.CN = CD^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra đpcm.

c) $2\angle AEO = \angle AEF = \angle ECF + \angle CFE$

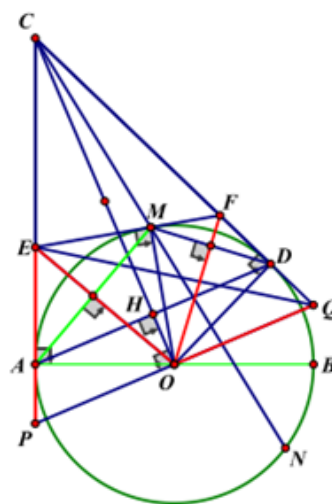
$= 180^\circ - 2\hat{P} + 180^\circ - 2\widehat{QFO}$

nên $\angle AEO = 180^\circ - \angle QFO - \angle FQO = \angle QOF$

Từ đó có $\triangle PEO \sim \triangle QOF$

Suy ra $PE.QF = OQ^2$

Do đó theo BĐT Cô si $PE + QF \geq 2\sqrt{PE.QF} = 2OQ = PQ$ (đpcm)



Câu 6 : Với a, b, c là các số dương và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$

Cách giải 1

- Ta có

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} = \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2 + \frac{3}{4}(a-b)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2} \text{ . Dấu "=" xảy ra khi } a = b$$

$$\text{Hay } \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b) \text{ .}$$

- Tương tự : $\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$. Dấu "=" xảy ra khi $c = b$

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a) \text{ . Dấu "=" xảy ra khi } a = c$$

$$\text{Suy ra } P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \sqrt{5}(a+b+c) \text{ .}$$

- Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki ta có :

$$(1^2+1^2+1^2)[(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2] \geq (1.\sqrt{a}+1.\sqrt{b}+1.\sqrt{c})^2 = 1 \text{ .}$$

- Do đó $a+b+c \geq \frac{1}{3}$ nên $P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} a > 0; b > 0; c > 0 \\ a = b = c \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{9} \text{ .}$$

$$\text{Vậy Min} P = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ khi và chỉ khi } a = b = c = \frac{1}{9}$$

Cách giải 2

Ta chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$ (*) dấu bằng xảy ra khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$$\text{Thật vậy: } (*) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq (a+c)^2 + (b+d)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd \Leftrightarrow (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$$

$$\Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\text{Ta có } \frac{P}{\sqrt{2}} = \sqrt{\left(a + \frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức * ta có:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\sqrt{2}} &\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} \\ &\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4} + c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4} + \frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} \end{aligned}$$

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq (1+1+1)(a+b+c) \Leftrightarrow a+b+c \geq \frac{1}{3} \text{ dấu} = \text{khi } a=b=c$$

$$\text{Do đó } \frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{9}} \text{ suy ra } P \geq \frac{\sqrt{5}}{3} . \text{Dấu} = \text{khi } a=b=c=1/9$$

Cách giải 3

$$\text{Ta có } 2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a+b)^2 - 3ab \text{ mà } ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$$

$$\text{Nên } 2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a+b)^2 - 3ab \geq 2(a+b)^2 - \frac{3}{4} \cdot (a+b)^2 = \frac{5}{4} \cdot (a+b)^2$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)$$

$$\text{Tương tự } \sqrt{2b^2 + ab + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c); \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$$

$$\text{Do đó } P \geq \sqrt{5}(a+b+c)$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác ta có } x^2 + y^2 + z^2 &\geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + xz) \\ &\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \end{aligned}$$

$$\text{Nên } 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x+y+z)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x+y+z)^2$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức ta có: } a+b+c \geq \frac{1}{3}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) = \frac{1}{3}$$

$$\text{Suy ra } P \geq \frac{\sqrt{5}}{3} . \text{Dấu} = \text{khi } a=b=c=\frac{1}{9}$$