

ΘΕΜΑΤΑ Γ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x - 3y = 5$, $\alpha \in \mathbb{R}$

- A. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(2, -1)$, να βρείτε το α .

(Μονάδες 6)

Αν $\alpha = 1$

- B. Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία $y = -2x - 4$

(Μονάδες 10)

- Γ. Να αποδείξετε ότι η ευθεία $2x - 6y = 7$ δεν τέμνει την γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

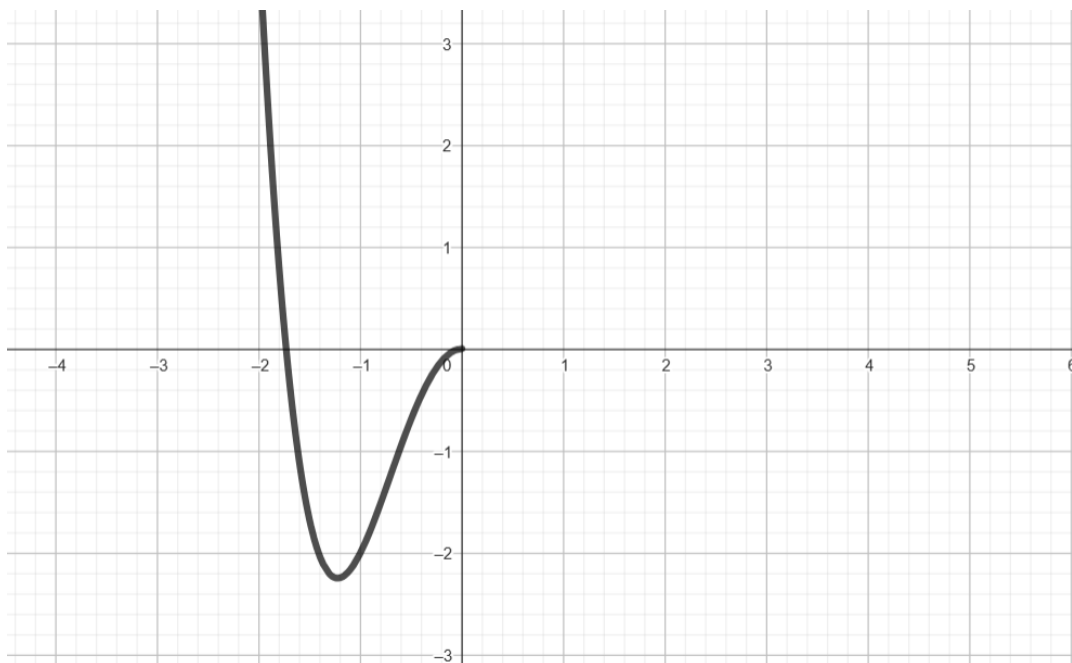
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^4 - 3x^2$

- A. Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια.

(Μονάδες 10)

- B. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το τμήμα της γραφικής παράστασης της f για $x < 0$.

Να σχεδιάσετε το υπόλοιπο τμήμα της γραφικής παράστασης της f για $x > 0$



(Μονάδες 9)

Γ. Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε το πλήθος των κοινών σημείων της C_f με την ευθεία $y = \alpha$ σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

Γ1. $\alpha > 1$

Γ2. $-2 < \alpha < 0$

Γ3. $\alpha < -3$

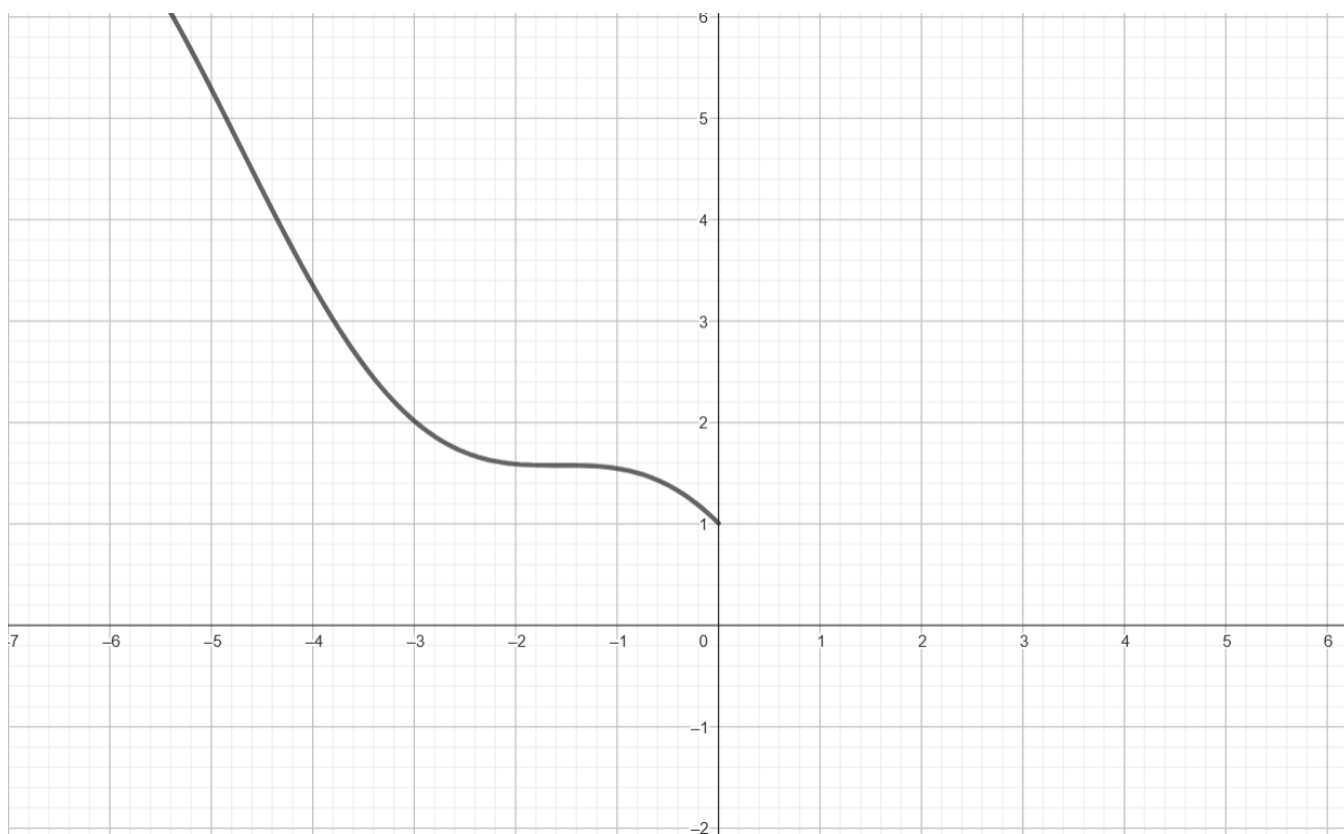
(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x + |x|$

A. Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια. (Μονάδες 9)

B. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το τμήμα της γραφικής παράστασης της f για $x < 0$.
Να σχεδιάσετε το υπόλοιπο τμήμα της γραφικής παράστασης της f για $x > 0$



(Μονάδες 8)

Γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \sin x + |x| - 1$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 - 7x + \kappa$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

- A. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η αριθμητική τιμή του για $x = -2$ να ισούται με 12.

(Μονάδες 6)

- B. Αν $\kappa = 6$

B1. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

(Μονάδες 10)

B2. Να λύσετε την ανίσωση: $P(x) + 4(x - 1) \leq 0 \leq 0$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+5}$, $g(x) = \frac{x+1}{x^2-4x+3}$

- A. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f, g .

(Μονάδες 6)

- B. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 5$

(Μονάδες 10)

Γ. Να βρείτε τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω

από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \alpha^2 x - 14$, $\alpha \in \mathbb{R}$

- A. Να βρείτε τις τιμές του α ώστε το $P(x)$ να έχει ρίζα το 2.

(Μονάδες 6)

- B. Αν $\alpha = -3$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

(Μονάδες 9)

- Γ. Αν $\alpha = 1$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 - 4x^2 - 2x + \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$

A. Να βρείτε την τιμή του α ώστε το $P(x)$ να έχει ρίζα το -1 .

(Μονάδες 6)

B. Αν $\alpha = 3$:

B1. Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$

(Μονάδες 9)

B2. Να λύσετε ανίσωση: $\frac{P(x)}{x+1} + 1 \geq 0$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\eta\mu\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

A. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή, τη μέγιστη τιμή και την περίοδο της f .

(Μονάδες 6)

B. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η f παίρνει την μέγιστη τιμή της.

(Μονάδες 10)

Γ. Να λύσετε την εξίσωση $2f(x) + 3 = 0$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η παράσταση $A(x) = \sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $x \in \mathbb{R}$

A. Να αποδείξετε ότι: $A(x) = \eta\mu^2 x + 2\sigma\upsilon\nu x \eta\mu^2 x + 2\sigma\upsilon\nu x$

(Μονάδες 6)

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B = A\left(\frac{\pi}{3}\right) + A\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2$

(Μονάδες 8)

Γ. Να λύσετε την εξίσωση $A(x) = 2$

(Μονάδες 11)

ΘΕΜΑ

Δίνονται οι παραστάσεις $A(x) = \frac{\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi-x)}$, $B(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \cdot \eta\mu(\pi+x)$

και $\Gamma(x) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi+x)$, με $x \neq k\pi$ και $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\neq k\pi$ και $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ για κάθε $k \in \mathbb{Z}$.

A. Να απλοποιήσετε τις παραπάνω παραστάσεις. **(Μονάδες 9)**

B. Να αποδείξετε ότι $A(x) + B(x) = \Gamma(x)$ **(Μονάδες 6)**

Γ. Να λύσετε την εξίσωση: $B(x) + \Gamma(x) = 0$ **(Μονάδες 10)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\eta\mu(\pi+\omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(7\pi-\omega)}{\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right)}$, με $\omega \neq k\pi$ και $\omega \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ για κάθε $k \in \mathbb{Z}$.

A. Να αποδείξετε ότι : $A = \eta\mu^2\omega$ **(Μονάδες 6)**

B. Να βρείτε τις τιμές του ω ώστε να ισχύει $A = \frac{1}{2}$ **(Μονάδες 10)**

Γ. Αν $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{4}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης A.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi-3x) - \eta\mu(\pi+3x) + 1$

A. Να αποδείξετε ότι: $f(x) = 2\eta\mu x + 1$ **(Μονάδες 6)**

B. Να βρείτε τη μέγιστη, την ελάχιστη τιμή της καθώς και την περίοδο της.
(Μονάδες 6)

Γ. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η f παίρνει την ελάχιστη τιμή της.

(Μονάδες 6)

Δ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) f(-x) + 2 = 0$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -4\sigma\upsilon\nu^2 x - 8\eta\mu x + 7$

A. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 4\eta\mu^2 x - 8\eta\mu x + 3$

(Μονάδες 8)

B. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

(Μονάδες 9)

Γ. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ και τα οποία έχουν τετμημένη που ανήκει στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η παράσταση $A(x) = \frac{\eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + x\right) \cdot \eta\mu(7\pi - x)}{\sigma\varphi\left(\frac{15\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(11\pi + x)}$

A. Να αποδείξετε ότι $A(x) = -\sigma\upsilon\nu x$

(Μονάδες 10)

B. Να λύσετε την εξίσωση $A(x) = \frac{1}{2}$

(Μονάδες 8)

Γ. Για τις τιμές του x που αποτελούν λύσεις της εξίσωσης του B ερωτήματος να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $B(x) = \left| A\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \right|$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η παράσταση: $A(\theta) = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu^4 \theta}{\eta\mu^2 \theta} - 1$, $\theta \neq k\pi$ για κάθε $k \in \mathbb{Z}$.

A. Να αποδείξετε ότι: $A(\theta) = \sigma\upsilon\nu^2 \theta$

(Μονάδες 8)

B. Να λύσετε την εξίσωση $2A(\theta) = 1$

(Μονάδες 9)

Γ. Αν $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ και $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A(\theta)$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$

A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

A1. $3f(x) - 4 = 0$ **(Μονάδες 8)**

A2. $f(x) = f(4)f(5)$ **(Μονάδες 8)**

A. Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2) < 1$ **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-1}$

A. Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια. **(Μονάδες 8)**

B. Να λύσετε την εξίσωση $4f(x) - 9 = 0$ **(Μονάδες 8)**

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 1$ **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4^x - 3 \cdot 2^x$

A. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο

$A\left(\frac{\ln 3}{\ln 2}, 0\right)$ **(Μονάδες 12)**

B. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 4$ **(Μονάδες 13)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η εξίσωση: $16 \cdot 3^{x^2} - 81 \cdot 2^{x^2} = 0$

Α. Να αποδείξετε ότι γράφεται στη μορφή : $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2} = \frac{81}{16}$
(Μονάδες 8)

Β. Να λύσετε την εξίσωση. (Μονάδες 8)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση: $16 \cdot 3^{x^2} < 81 \cdot 2^{x^2}$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f (Μονάδες 6)

Β. Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή. (Μονάδες 10)

Γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ

Αν $A = 1 - \log_2 3 + \log_2 \frac{3}{4}$ και $B = 2\log 5 + \log 6 - \log 3$

Α. Να αποδείξετε ότι $A = -1$ (Μονάδες 9)

Β. Να απλοποιήσετε την παράσταση B (Μονάδες 9)

Γ. Να αποδείξετε ότι: $A + B = \log 5$ (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ

Αν $\alpha = \log 3 - \log 2$, $\beta = 2 - 2\log 5$

Α. Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = \log 6$ (Μονάδες 10)

Β. Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta < 1$ (Μονάδες 6)

Γ. Να λύσετε την εξίσωση $\log(x-1) = 3\alpha + 3\beta$ **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = 1 - \log 2 + 2\log 3$, $\beta = \log 6 + 2\log 5 - 1$, $\gamma = \log 6 - \log 3$

A. Να αποδείξετε ότι : $\alpha > \beta > \gamma$ **(Μονάδες 9)**

B. Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = \gamma$ **(Μονάδες 7)**

Γ. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x + 2) = \gamma + 1$ **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \log 2 + \log x + \log \left(x - \frac{1}{2}\right)$

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f. **(Μονάδες 6)**

B. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$ **(Μονάδες 10)**

Γ. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα x'x. **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \ln \left(\frac{x}{x-2}\right)$

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f. **(Μονάδες 8)**

B. Να αποδείξετε ότι : $2f(4) + f(6) - f(3) = \ln 2$ **(Μονάδες 8)**

Γ. Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) + f(6) = f(4)$ **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(2-x)$

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. **(Μονάδες 6)**

B. Να αποδείξετε ότι $f(-2) + f(-23) = 2$ **(Μονάδες 9)**

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2\log x$ **(Μονάδες 10)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + 1$

A. i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της **(Μονάδες 5)**

ii. Να αποδείξετε ότι $f(e^2) + f(1) = f(e^3)$ **(Μονάδες 8)**

B. Να λύσετε την εξίσωση: $f(2x) + f(x - 2) = f(x + 3) + 1$ **(Μονάδες 12)**

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x-3)$

A. i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. **(Μονάδες 5)**

ii. Να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση **(Μονάδες 5)**

B. Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) = f(4) + 1$ **(Μονάδες 7)**

Γ. Να λύσετε την ανίσωση : $f(2x) < f(x) + 1$ **(Μονάδες 8)**