

國立高師大附中105學年度第2學期第二次段考高二數學科(自然組)試題

(考試時間:80分鐘, 應考班級:高二仁~信, 共5個班)

- 1、 多重選擇題(每題至少有1個選項是正確的, 未作答者不給分。每題7分, 共4題, 合計28分。答錯1個選項給5分, 答錯2個選項給2分, 答錯3個選項以上不給分)

1. 空間中有三個相異平面 E_1, E_2, E_3 。已知 E_1 與 E_2 交於直線 $L: \frac{x+5}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-a}{2}$, E_2 與 E_3 交於直線 $M: \frac{x-5}{4} = \frac{y+a}{3} = \frac{z-1}{2}$, 則下列敘述哪些是正確的?

- (1) L 與 M 不一定有交點 (2) 若 L 與 M 有交點時, $a = -5$ (3) 若 L 與 M 有交點時, 交點坐標為 $(1, 2, 1)$ (4) 可以唯一確定 E_2 的平面方程式 (5) 無法唯一確定 E_1 的平面方程式

2. 已知三元一次聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ 代表空間中三平面的相交情形, 其中

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix},$$

則下列敘述

- 哪些是正確的?
 (1) 若 $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$, 則 $d_1 = d_2 = d_3 = 0$ (2) 若 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$, 則三平面交於一線或三平面重合 (3) 若三平面交於一點, 則 $\Delta, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 皆不為0 (4) 若三平面交於一線, 則 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$ (5) 若三平面沒有共同交點, 則 $\Delta = 0$ 且 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 其中必有不為0者

3. 若將聯立方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ 的增廣矩陣經過一連串的列運算後可得矩陣

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 4 & 3 \\ 0 & 2 & b & 5 \\ 0 & 0 & c & d \end{bmatrix},$$

則下列敘述哪些是正確的?

- (1) 若 $c \neq 0$, 則方程組恰有一組解 (2) 若 $c = 0$ 且 $d \neq 0$, 則方程組無解 (3) 若 $d = 0$, 則方程組恆有解 (4) 若方程組有無限多解, 則 $c = d = 0$ (5) 若方程組有解, 則 $d = 0$

4. 已知矩陣 A, B, C 皆為二階方陣, O 為二階零矩陣, $x \in R$ 。則下列敘述哪些是正確的?

- (1) 若 $(A+B)(2A-B) = 2A^2 + AB - B^2$, 則 $AB = BA$ (2) 若 $A^2 = B^2$, 則 $A = B$ 或 $A = -B$ (3) 若 $B = C$, 則 $AB = CA$ (4) 若 $A+B = O$, 則 $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ (5) $AB + xB = (A+x)B$

【請翻頁繼續作答】

2、 填充題(不依題號順序, 依答對格數給分, 請參考分數對照表, 共計72分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	7	14	21	28	35	40	45	50	55	60	63	66	69	71	72

1. 已知平面 E 包含直線 $L: \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$, 且與平面 $3x+2y-z-1=0$ 垂直, 則平面 E 的方程式為_____。
2. 已知空間中一平面 $E: x+2y+z=12$ 及三點 $A(1,2,1)$, $B(2,1,8)$, $C(-3,3,9)$ 。若 A 點在平面 E 上的投影點為 P , 則直線 AP 與直線 BC 的最短距離為_____。
3. 空間中有兩個平行平面 E_1 與 E_2 , 已知此兩平面的 x 截距相差3, y 截距相差6, z 截距相差9, 則此兩平行平面間的距離為_____。
4. 已知 $a, b, c, d \in R$, 且聯立方程組
$$\begin{cases} 2x+5y+2az = b \\ x+ay+z = c \\ y+az = d \end{cases}$$
 的解的圖形為空間坐標中包含點 $(1, -1, 0)$ 的一條直線, 則數對 $(a, b, c, d) =$ _____ (有兩解, 全對才給分)。
5. 空間中有 $O(0,0,0)$, $A(4,4,2)$, $B(2,-1,-2)$, $C(-1,2,-2)$ 四點, 若平面 $E: 4x+2y+z=k$ 恰好平分由 \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} 所張開的長方體體積, 則 $k =$ _____。
6. 空間中相異兩點 A 、 B 皆在直線 $L: \frac{x-a}{2} = 1-y = z+1$ 上, 且 A 、 B 兩點也同時在平面 $E: 2x-by+z=1$ 上, 則 $2a+3b =$ _____。
7. 空間中過 $A(1,-2,-3)$, $B(1,0,-1)$ 兩點, 且與平面 $E: x-y=7$ 夾角為 45° 的平面方程式為_____。
8. 已知 $xyz \neq 0$, 若 $3x+6y-z=9x-2y+5z = x+8y-5z$, 則 $x^2-xy+10z$ 的最小值為_____。
9. 已知 $O(0,0,0)$ 為正六面體中的一個頂點, 且 $A(1,1,0)$, $B(-1,1,0)$, $C(a,b,c)$ 為此正六面體中與 O 相鄰的三個頂點, 則包含直線 AB 且與直線 OC 平行的平面方程式為_____。
10. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -11 & a \\ 4 & b \end{bmatrix}$ 。若存在 $x, y \in R$, 使得 $xA + yB = C$, 則數對 $(a, b) =$ _____。
11. 已知 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -8 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, 則 $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} M =$ _____。

【請翻頁繼續作答】

12. 已知兩方程組為 $\begin{cases} x-y=u \\ -x+3y=v \end{cases}$ 及 $\begin{cases} 4u+3v=p \\ u+2v=q \end{cases}$ 。若 x, y, p, q 四個未知數的關係式以矩陣

表示為 $M \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$ ，則矩陣 $M =$

13. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ，且 $A+B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A^2 + BA =$

14. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ，則 $A^3 - 3A^2 - 7A - 2I =$

15. 已知 $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}^5 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & e & h \\ c & f & i \\ d & g & j \end{bmatrix}$ ，則 $a+c-e+i =$

【試題結束】

國立高師大附中105學年度第2學期第二次段考高二自然組數學科答案卷

____班____號姓名

- 1、 多重選擇題(每題至少有1個選項是正確的, 未作答者不給分。每題7分, 共4題, 合計28分。答錯1個選項給5分, 答錯2個選項給2分, 答錯3個選項以上不給分)

題號	1	2	3	4
答案	245	4	1234	14

- 3、 填充題(不依題號順序, 依答對格數給分, 請參考分數對照表, 共計80分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	7	14	21	28	35	40	45	50	55	60	63	66	69	71	72

題號	1	2	3
答案	$5x - 4y + 7z = 23$	$3\sqrt{5}$	$\frac{18}{7}$
題號	4	5	6
答案	$(2, -3, -1, -1)$ 或 $\left(\frac{-1}{2}, -3, \frac{3}{2}, -1\right)$	14	-18
題號	7	8	9
答案	$x = 1$ 或 $x - 2y + 2z = -1$	$\frac{-5}{2}$	$y = 1$
題號	10	11	12
答案	$(-1, -6)$	$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 6 \\ -4 & 14 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$
題號	13	14	15
答案	$\begin{bmatrix} 0 & -10 \\ 11 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$	2094