# 國立高師大附中105學年度第2學期第二次段考高二數學科(自然組)試題

**(考試時間:80分鐘，應考班級:高二仁~信，共5個班)**

1、 多重選擇題(每題至少有1個選項是正確的，未作答者不給分。每題7分，共4題，合計28分。答錯1個選項給5分，答錯2個選項給2分，答錯3個選項以上不給分)

1. 空間中有三個相異平面 $E_1, E_2, E_3$。已知 $E_1$ 與 $E_2$ 交於直線 $L: \frac{x+5}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-a}{2}$，$E_2$ 與 $E_3$ 交於直線 $M: \frac{x-5}{4}=\frac{y+a}{3}=\frac{z-1}{2}$，則下列敘述哪些是正確的？

(1) $L$ 與 $M$ 不一定有交點 (2) 若 $L$ 與 $M$ 有交點時，$a=-5$ (3) 若 $L$ 與 $M$ 有交點時，交點坐標為 $(1,2,1)$ (4) 可以唯一確定 $E_2$ 的平面方程式 (5) 無法唯一確定 $E_1$ 的平面方程式

2. 已知三元一次聯立方程式 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$ 代表空間中三平面的相交情形，其中 $\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$，$\Delta_x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$，$\Delta_y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$，$\Delta_z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$，則下列敘述哪些是正確的？

(1) 若 $\Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=0$，則 $d_1=d_2=d_3=0$ (2) 若 $\Delta=\Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=0$，則三平面交於一線或三平面重合 (3) 若三平面交於一點，則 $\Delta$、$\Delta_x$、$\Delta_y$、$\Delta_z$ 皆不為0 (4) 若三平面交於一線，則 $\Delta=\Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=0$ (5) 若三平面沒有共同交點，則 $\Delta=0$ 且 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 其中必有不為0者

3. 若將聯立方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$ 的增廣矩陣經過一連串的列運算後可得矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & a & 4 & 3 \\ 0 & 2 & b & 5 \\ 0 & 0 & c & d \end{bmatrix}$，則下列敘述哪些是正確的？

(1) 若 $c\neq 0$，則方程組恰有一組解 (2) 若 $c=0$ 且 $d\neq 0$，則方程組無解 (3) 若 $d=0$，則方程組恆有解 (4) 若方程組有無限多解，則 $c=d=0$ (5) 若方程組有解，則 $d=0$

4. 已知矩陣 $A, B, C$ 皆為二階方陣，$O$ 為二階零矩陣，$x\in R$。則下列敘述哪些是正確的？

(1) 若 $(A+B)(2A-B)=2A^2+AB-B^2$，則 $AB=BA$ (2) 若 $A^2=B^2$，則 $A=B$ 或 $A=-B$ (3) 若 $B=C$，則 $AB=CA$ (4) 若 $A+B=O$，則 $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$ (5) $AB+xB=(A+x)B$

【請翻頁繼續作答】

2、 填充題(不依題號順序，依答對格數給分，請參考分數對照表，共計**72**分)

| 格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 63 | 66 | 69 | 71 | 72 |

1. 已知平面 $E$ 包含直線 $L:\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-3}$，且與平面 $3x+2y-z-1=0$ 垂直，則平面 $E$ 的方程式為_____。

2. 已知空間中一平面 $E:x+2y+z=12$ 及三點 $A(1,2,1)$，$B(2,1,8)$，$C(-3,3,9)$。若 $A$ 點在平面 $E$ 上的投影點為 $P$，則直線 $AP$ 與直線 $BC$ 的最短距離為_____。

3. 空間中有兩個平行平面 $E_1$ 與 $E_2$，已知此兩平面的 $x$ 截距相差3，$y$ 截距相差6，$z$ 截距相差9，則此兩平行平面間的距離為_____。

4. 已知 $a,b,c,d\in R$，且聯立方程組 $\begin{cases}2x+5y+2az=b\\ x+ay+z=c\\ y+az=d\end{cases}$ 的解的圖形為空間坐標中包含點 $(1,-1,0)$ 的一條直線，則數對 $(a,b,c,d)=$ _____(有兩解，全對才給分)。

5. 空間中有 $O(0,0,0)$，$A(4,4,2)$，$B(2,-1,-2)$，$C(-1,2,-2)$ 四點，若平面 $E:4x+2y+z=k$ 恰好平分由 ~~$OA$~~，~~$OB$~~，~~$OC$~~ 所張開的長方體體積，則 $k=$ _____。

6. 空間中相異兩點 $A$、$B$ 皆在直線 $L:\frac{x-a}{2}=1-y=z+1$ 上，且 $A$、$B$ 兩點也同時在平面 $E:2x-by+z=1$ 上，則 $2a+3b=$ _____。

7. 空間中過 $A(1,-2,-3)$，$B(1,0,-1)$ 兩點，且與平面 $E:x-y=7$ 夾角為 $45^\circ$ 的平面方程式為_____。

8. 已知 $xyz\neq 0$，若 $3x+6y-z=9x-2y+5z=x+8y-5z$，則 $x^2-xy+10z$ 的最小值為__。

9. 已知 $O(0,0,0)$ 為正六面體中的一個頂點，且 $A(1,1,0)$，$B(-1,1,0)$，$C(a,b,c)$ 為此正六面體中與 $O$ 相鄰的三個頂點，則包含直線 $AB$ 且與直線 $OC$ 平行的平面方程式為____。

10. 已知 $A=\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}4&1\\0&3\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}-11&a\\4&b\end{bmatrix}$。若存在 $x,y\in R$，使得 $xA+yB=C$，則數對 $(a,b)=$ _____。

11. 已知 $\begin{bmatrix}1&0\\0&4\end{bmatrix}M=\begin{bmatrix}2&-1&1\\-8&4&5\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}0&2\\3&0\end{bmatrix}M=\begin{bmatrix}4&3&2\\6&3&1\end{bmatrix}$，則 $\begin{bmatrix}2&4\\6&8\end{bmatrix}M=$ _____。

【請翻頁繼續作答】

12. 已知兩方程組為 $\begin{cases} x-y=u \\ -x+3y=v \end{cases}$ 及 $\begin{cases} 4u+3v=p \\ u+2v=q \end{cases}$。若 $x,y,p,q$ 四個未知數的關係式以矩陣表示為 $M\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$，則矩陣 $M=$

13. 已知矩陣 $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$，且 $A+B=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$，則 $A^2+BA=$

14. 已知 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$，則 $A^3-3A^2-7A-2I=$

15. 已知 $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}^5=\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b & e & h \\ c & f & i \\ d & g & j \end{bmatrix}$，則 $a+c-e+i=$

【試題結束】

# 國立高師大附中105學年度第2學期第二次段考高二自然組數學科答案卷

____班___號姓名

1、 多重選擇題(每題至少有1個選項是正確的，未作答者不給分。每題7分，共4題，合計28分。答錯1個選項給5分，答錯2個選項給2分，答錯3個選項以上不給分)

| 題號 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 答案 | 245 | 4 | 1234 | 14 |

3、 填充題(不依題號順序，依答對格數給分，請參考分數對照表，共計80分)

| 格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 63 | 66 | 69 | 71 | 72 |

| 題號 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 答案 | $5x-4y+7z=23$ | $3\sqrt{5}$ | $\frac{18}{7}$ |
| 題號 | 4 | 5 | 6 |
| 答案 | $(2,-3,-1,-1)$ 或 $\left(\frac{-1}{2},-3,\frac{3}{2},-1\right)$ | $14$ | $-18$ |
| 題號 | 7 | 8 | 9 |
| 答案 | $x=1$ 或 $x-2y+2z=-1$ | $\frac{-5}{2}$ | $y=1$ |
| 題號 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | $(-1,-6)$ | $\begin{bmatrix}12 & 4 & 6\\ -4 & 14 & 12\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}1 & 5\\ -1 & 5\end{bmatrix}$ |
| 題號 | 13 | 14 | 15 |
| 答案 | $\begin{bmatrix}0 & -10\\ 11 & 7\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}1 & 6\\ 6 & 10\end{bmatrix}$ | 2094 |