INSTITUCION EDUCATIVA SAN JUAN BOSCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ASIGNATURA: MATEMATICAS 6º
PENSAMIENTO Lógico – Matemático.

PROFESOR: **Jhon Edwin Mosquera**
Jesús Efrén Pino Lozano

EJE TEMATICO: Noción de conjunto, relación de pertenencia y contenencia, Determinación, clases y operaciones entre conjuntos

TIEMPO APROXIMADO: 08 Horas

GUIA DE ESTUDIO Nº 3

FECHA: marzo 16 de 2009

INDICADORES LOGROS		
● Identifica y utiliza correctamente la notación de conjuntos, pertenencia y no pertenencia de un elemento a un conjunto o subconjunto. ● Determina por extensión y comprensión cualquier conjunto dado	▪ Reconoce cuando un conjunto es infinito, finito, unitario o vació ▪ Representa con diagramas de venn la relación conjunto-subconjunto, unión de conjuntos, intersección y diferencia de los mismos	▪ Resuelve ejercicios que incluyan el análisis de la representación gráfica de conjuntos y realización de operaciones entre los mismos ▪

GUIA DE INFORMACIÓN

CONCEPTO DE CONJUNTO

En las matemáticas el concepto de conjunto no se puede definir, pero si se puede trabajar de una forma intuitiva como "agrupación de elementos que poseen las mismas características". Ejemplo de lo anterior es:

1. El conjunto de las estudiantes del grado sexto de la institución educativa San Juan Bosco, donde la característica común es que son estudiantes de San Juan Bosco y deben pertenecer al grado sexto, una estudiante del grado séptimo, pertenece a la institución pero no se puede incluir en este conjunto debido a que no pertenece a ninguno de los sextos.
2. El conjunto de los departamentos de la republica de Colombia, la característica común es que debe ser un departamento de Colombia; Medellín no se puede incluir en este conjunto porque es un municipio de Colombia y no un departamento.

Son sinónimos de conjunto las palabras equipo, agrupación, colección, grupo, etc...

*Se entiende por **conjunto** a la agrupación en un todo de objetos bien diferenciados de nuestra intuición o nuestra mente.*

Georg Cantor

De acuerdo a los ejemplos anteriores, cita cinco ejemplos de conjuntos y escribe la característica común de cada uno, menciona un elemento que no se pueda incluir en cada uno.

NOTACIONO REPRESENTACION DE CONJUNTOS

Los conjuntos se acostumbran nombrarlos por comodidad con letras MAYUSCULAS del alfabeto, y a los elementos u objetos que hacen parte de él con letras minúsculas y separados con ***comas***. Cada uno de los objetos que forman al conjunto se llama elementos, estos se deben escribir dentro de una llave.

1. **Ejemplo**: sea el conjunto de frutas, nombremos este conjunto con la letra **A** y a sus elementos (nombres de frutas) con letras minúsculas.

   Manzana (m); pera (p); banano (b); zapote (z); fresas (f); naranjas (n); etc.…

   A = {m, p, b, z, f, n}

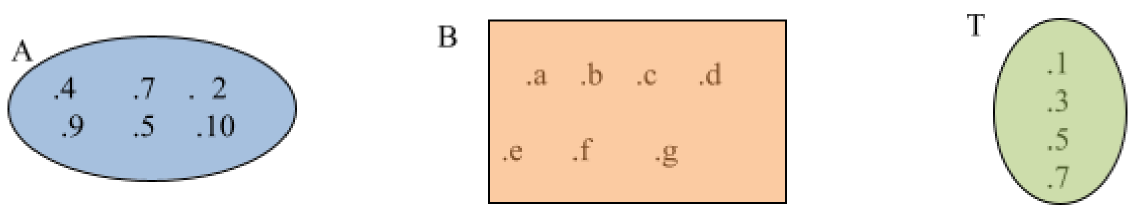
2. **Ejemplo**: sea B el conjunto formado por los nombres de las estudiantes del grado sexto de San Juan Bosco.

   Daniela, valentina, maria, johana, kelly, patricia, andrea, bibiana, Sara

   B = {d, v, m, j, k, p, a, b, s}

Los conjuntos se representan por medio de diagramas de **Venn**, **lineal** y dentro de **llaves** como ya lo hemos visto anteriormente.

- En diagrama de venn.   Los conjuntos A={2,4,5,7,9,10}; B={a,b,c,d,e,f,g}; T={1,3,5,7}



- En diagrama de línea. El conjunto B= { 1, 3, 5,7}

ACTIVIDAD

1. Representa los siguientes conjuntos mediante diagramas de Venn.

a. $M = \{a, b, c, d, e\}$
b. $N = \{2, 3, 5, 7\}$
c. $O = \{u, r, w\}$
d. $P = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
e. $Q = \{a, e, i, o, u\}$
f. $R = \{+, -, \times, \div\}$

2. Representa cada conjunto mediante un diagrama lineal.

a. $R = \{2, 3, 4, 5\}$
b. $S = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
c. $T = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
d. $U = \{5, 10, 15, 20\}$

3. Escribe los elementos de cada conjunto utilizando llaves.

a. El conjunto M formado por los meses del año.
b. El conjunto N formado por las estaciones del año.
c. El conjunto O formado por los continentes.

4. Representa los siguientes conjuntos utilizando diagramas de Venn.

a. El conjunto N formado por los números pares menores que 20.
b. El conjunto T formado por las vocales abiertas.
c. El conjunto U formado por los colores de la bandera de Colombia.
d. El conjunto P formado por lo meses del año de 30 días.
e. El conjunto Z formado por los números entre 30 y 42.

PERTENENCIA Y NO PERTENENCIA

Decimos que un elemento pertenece a un conjunto cuando está contenido en el (o sea que hace parte del conjunto) y no pertenece cuando no está contenido en el.

Cuando un elemento pertenece o no pertenece a un conjunto se puede representar con los siguientes símbolos: pertenencia (∈) no pertenencia (∉).

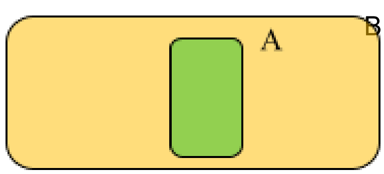
1. Ejemplo: se M = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,15, 17, 19, 21}

   Del conjunto anterior podemos concluir:

   - Que el elemento 1 pertenece al conjunto M. $1 \in M$
   - Que el elemento 5 pertenece al conjunto M. $5 \in M$
   - Que el elemento 6 no pertenece al conjunto M. $6 \notin M$
   - Que el elemento 18 no pertenece al conjunto M. $18 \notin M$
   - Que el elemento 19 pertenece al conjunto M. $19 \in M$
   - Que el elemento 33 no pertenece al conjunto M. $33 \notin M$

SUBCONJUNTOS.
Un conjunto A es subconjunto de un conjunto B, o está incluido en él, si y solo si, todo elemento de A es también elemento de B.
En símbolos,
$A \subseteq B \leftrightarrow \forall x, x \in A \rightarrow x \in B$, y se lee A está contenido en B.

Gráficamente.



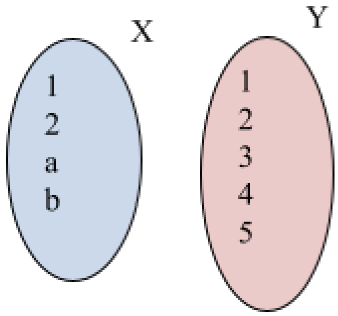
La expresión $A \not\subseteq B$, significa que A no está contenida en B.
Ejemplo.
Dados los conjuntos X={1,2,a,b}, Y={1,2,3,4,5} y Z={a,b,c,d,1,2} escribe $\subseteq$, $\not\subseteq$. y grafícalo

A. $X \nsubseteq Y$. Pues a y b son elementos de X pero no lo son de Y

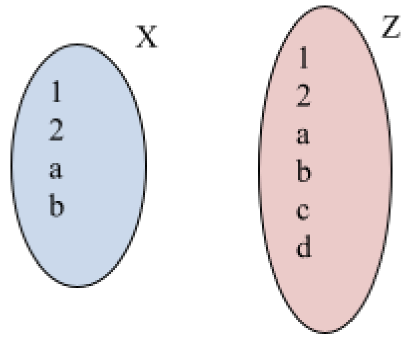
B. $X \nsubseteq Z$. pues todos los elementos de X son también elementos de Z.

Gráficamente lo veríamos así:

A.



B.



ACTIVIDAD

Dado el conjunto N = {1, 2, 3, 4, 5}, escribe verdadero o falso para cada una de las siguientes afirmaciones:

- $7 \in N$
- $1 \in N$
- $11 \in N$
- $20 \in N$
- $0 \in N$
- $-17 \in N$
- $8 \notin N$
- $5 \in N$
- $6 \notin N$
- $3 \notin N$
- $12 \in N$
- $5 \notin N$

Dado el conjunto R = {a, e, i, o, u}, completa con $\in$ y $\notin$ cada expresión:

- a _______ R
- p _______ R
- u _______ R
- v _______ R
- e _______ R
- d _______ R
- z _______ R
- y _______ R
- i _______ R

Sean los conjuntos A= {2, 4, 6, 8, 10}, B={1, 3, 5, 6, 7, 8, 9} escribe verdadero o falso para cada afirmación:

- $1 \in A$
- $4 \in A \wedge 4 \in B$
- $5 \in B \wedge 3 \notin A$
- $6 \in A \vee 6 \in B$
- $8 \in A \wedge 8 \notin B$
- $2 \notin B \vee 2 \notin A$
- $1 \in B \wedge 1 \notin A$

Dadas las siguientes afirmaciones: $a \in M$; $b \in M$; $f \in M$; $n \in M$; $j \notin M$; $h \notin M$; $r \notin M$; $u \in M$; $d \in M$; $i \in M$; $o \notin M$.

- Describe el conjunto M
- Describe el conjunto R con los elementos que no pertenecen a M
- Llama J al conjunto donde están todos los elementos de M y también todos los de R. describe J

Si $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Z = \{3, 4\}$ y $U = \{3, 2, 1\}$, determina si la relación dada es verdadera o falsa. Si es verdadera represéntala gráficamente.

a. $X \subseteq Y$ **c.** $Z \not\subseteq U$ **e.** $Y \subseteq U$ **g.** $Y \not\subseteq Z$

b. $Y \subseteq Z$ **d.** $Z \subseteq Y$ **f.** $U \subseteq X$ **h.** $Z \subseteq X$

Contesta cada pregunta y justifica tu respuesta.

a. ¿Cuál es la diferencia entre $a \in M$ y $A \subseteq M$?

b. Si $A \subseteq B$ y $B \not\subseteq A$, ¿es posible que $A = B$?

DETERMINACION DE CONJUNTOS

Los conjuntos se determinan o se pueden expresar de dos formas:

1. ***Por Extensión:*** cuando se elabora o se hace una lista de todos los elementos de un conjunto se está determinando por extensión.
   Ejemplo: H={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0}

2. ***Por Comprensión:*** cuando se da o se escribe una cualidad común a todos los elementos del conjunto entonces se está determinando por comprensión.
   Ejemplo: el conjunto anterior se puede expresar por comprensión de la siguiente forma H= {x/x es un numero digito}. Lo anterior se lee de la siguiente forma; x tal que x es un numero digito.

ACTIVIDAD

Determina por extensión y por comprensión los siguientes conjuntos

- A: los meses del año
- P: los 10 primeros múltiplos del número cinco
- K: las letras que forman la palabra Colombia
- E: los departamentos de Colombia
- B: los números naturales pares mayores que dos y menores que treinta y cinco
- N: los divisores de veinte
- J: las partes de una planta
- D: las partes de un computador

CLASES DE CONJUNTOS

Los conjuntos se clasifican según la cantidad de elementos que tenga cada uno así:

1. ***Conjunto Infinito:*** es aquel en el que no es posible acabar el proceso enumerar o contar sus elementos
   Ejemplo: sea A: el conjunto de todos los números naturales impares
   A= {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ……………..}

2. ***Conjunto Finito:*** es aquel en el que podemos acabar el proceso de enumerar sus elementos.
   Ejemplo: sea M el conjunto de todos los números pares mayores que dos y menores que 24.
   M={4, 6, 8, 10, 12,14, 16,18, 20, 22}

3. ***Conjunto Unitario:*** es aquel que tiene un solo elemento.
   Ejemplo: sea A: la capital del departamento de Antioquia (Colombia)
   Sea C: el profe de matemáticas del grado sexto A o sexto B

4. ***Conjunto Vacio:*** cuando un conjunto no tiene elementos se dice que es vacio y se simboliza de la siguiente forma ∅
   Ejemplo: sea P: las alumnas de tu grupo que tengan más de 18 años

ACTIVIDAD

- Escribe dos conjuntos que sean infinitos
- Escribe dos ejemplos que sean finitos
- Escribe dos ejemplos que sean unitarios
- Escribe dos ejemplos que sean vacios

Clasifica en infinito, finito unitario y vacio los siguientes conjuntos:

- R: las estrellas del universo
- H: los números naturales impares mayores que cinco y menores que treinta y cinco
- T: los planetas del sistema solar
- L: los pontífices de la iglesia católica de sexo femenino
- B: el numero de soles de nuestro sistema solar
- M: los habitantes de Medellín
- A: las compañeras de tu grupo que midan más de tres metros
- G: los granos de arena de las playas de nuestros océanos
- P: los gatos que tiene cinco patas

5. ***Conjunto Universal o referencial:*** es aquel que se toma como base para definir o sacar otros conjuntos. Se simboliza con la letra **U**:
   Ejemplo: sea P: el conjunto de los números naturales mayores que 1 y menores que 17, es decir:

   P= {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16} a partir de este conjunto se pueden definir otros. Como por ejemplo:

   Z: los números naturales pares mayores que 1 y menores que 12
   Z= {2, 4, 6, 8, 10}

   W: los números naturales mayores que 1 y menores que 9
   W= {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

   L: los números naturales impares menores que 13
   L= {1, 3, 5, 7, 9, 11}

ACTIVIDAD

- ❖ Dado el conjunto **U** = {1, 2, 3, ……… 50}, define cinco conjuntos a partir de él.

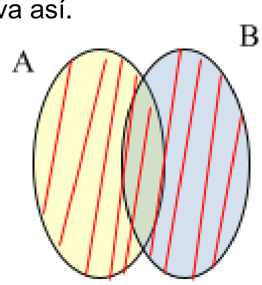
- ❖ Determina el conjunto universal o referencial que contiene al conjunto formado por las alumnas de tu curso
- ❖ En el conjunto universal que hallaste en el ejercicio anterior. ¿Qué otros conjuntos se pueden obtener a partir de él? Escríbelos.

OPERACIONES CON CONJUNTOS

Con los conjuntos se puede realizar las siguientes operaciones:

1. ***Unión de Conjuntos:*** dados los conjuntos A y B, la reunión o agrupación de todos los elementos *comunes* o *no comunes* que pertenezcan al conjunto A, al conjunto B o a los dos conjuntos, se le llama unión entre conjuntos. La unión entre conjuntos se denota con el símbolo U.

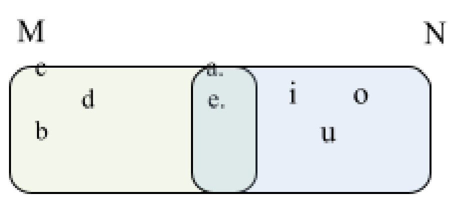
   La unión entre el conjunto A y el conjunto B se puede simbolizar de la siguiente forma A**U** B, y se lee A unido B. Gráficamente se observa así.



Los elementos comunes se colocan en el óvalo central.
Gráficamente el resultado debe representarse subrayando los elementos de ambos conjuntos

Ejemplo: M= {a, b, c, d, e}; N= {a, e, i, o, u}

Hallar M**U**N = {a, b, c, d, e, i, o, u}
Gráficamente se vería así.



ACTIVIDAD

Dados los conjuntos

A={1, 2, 3, 4, 5}; B={6, 7, 8, 9}; C={1, 3, 5, 7, 9, 11}; D={4, 6, 8, 10, 12}

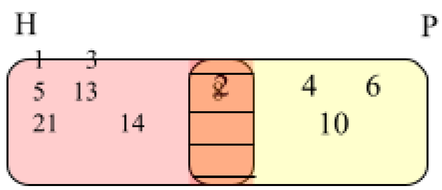
Halla por extensión y gráficamente:
- ❖ A**U**B
- ❖ D**U**A
- ❖ C**U**B
- ❖ (C**U**D) **U** B
- ❖ (C**U**A) **U** D

2. ***Intersección de conjuntos:*** en dos conjuntos cualquiera A y B definimos la intersección entre los mismos como los elementos que pertenecen al conjunto A y también pertenecen al conjunto B (o sea los elementos que están repetidos en los dos conjuntos).

   Simbólicamente se representa la intersección entre el conjunto A y B de la siguiente Manera A ∩ B, donde ∩ es el símbolo de intersección, y se lee A interceptado B.

   Ejemplos: H={1,2,3,5,8,13,21,34}; P={2,4,6,8,10}
   Hallar H ∩ P = {2, 8}

Gráficamente se vería así



ACTIVIDADES

Dados los conjuntos C= {b, d, e, f, g, h, i,}; M= {a, b, c, d}; N= {g, j, k, l, e}
Determinar por extensión y gráficamente:

- C ∩ N
- M ∩ C
- (C ∩ N) ∩ M
- (M ∩N) ∩ C
- (C ∩ N)U(M ∩ C)

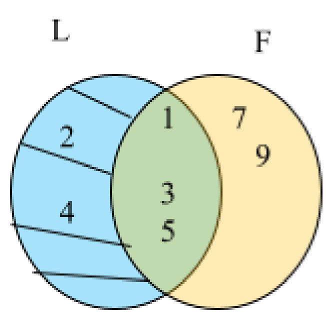
Nota:
Cuando la intersección entre dos conjuntos es vacía (quiere decir que no hay elementos repetidos), decimos que los conjuntos son disyuntos.

3. ***Diferencias de conjuntos:*** dados dos conjuntos cualquiera A y B se define la diferencia entre los mismos como los elementos que están en el conjunto A y no están en el conjunto B.

   Se puede representar simbólicamente de la siguiente forma: A – B donde – es el símbolo de la diferencia entre dos conjuntos y se lee A diferencia de B

   Ejemplo: sea L={1,2,3,4,5}; F={1,3,5,7,9}

   Hallar L – F = {2,4}
   Gráficamente se vería así.



Nota. Se debe tener en cuenta que A- B # B – A
(# Se lee Diferente), por lo tanto L- F no es lo mismo que F- L

ACTIVIDAD

Sean los conjuntos B={8,10,12,14,16}; E={1,4,8,12}; R={2,4,6,8,10}

Hallar por extensión y gráficamente:

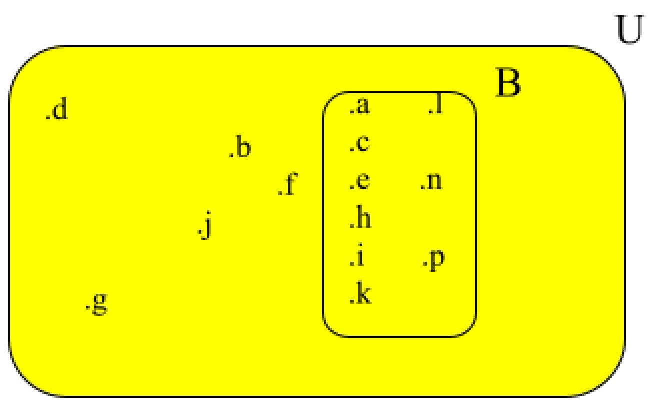
- ❖ B – E
- ❖ R – B
- ❖ E – R
- ❖ (E – B)∩ R
- ❖ Consulta sobre la diferencia simétrica entre conjuntos y da ejemplos.

4. ***Complemento de un conjunto:*** para hallar el complemento de un conjunto se debe tomar como referencia un conjunto llamado universal (**U**). Definimos el complemento de un conjunto A con relación al universal como los elementos que le faltan al conjunto A para ser igual al universal.
Simbólicamente se puede representar de la siguiente forma A**'** donde (**'**) es el símbolo del complemento y se lee complemento de A o A complemento.

Ejemplo: sea el conjunto **U** = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, p}; B= {a, c, e, h, i, k, l, n, p}

Hallar B**'**= {b, d, f, g, j}.
Gráficamente sería así.

El complemento de B,
Son todos los elementos
Que están fuera de él



ACTIVIDAD

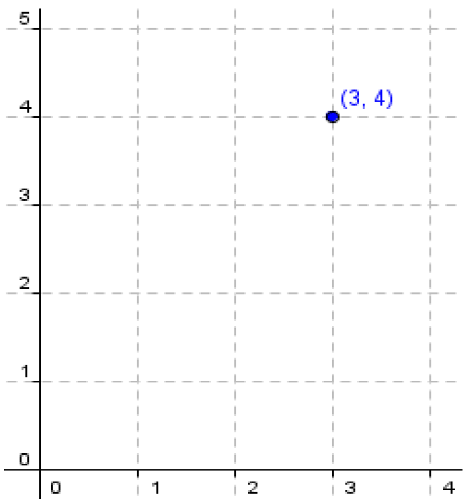
Sea el conjunto universal **U** = {los números mayores que uno y menores que veinte}
K={2,4,6,8,10,12,18,20}; S{1,3,5,7,12,18,20}; T{1,3,4,7,11,18,29}

Hallar:

- ❖ K**'**
- ❖ S**'**
- ❖ T**'**
- ❖ (K∩S)**'U** T
- ❖ (S**U**T)**'**
- ❖ (K – T) **'U** S

PRODUCTO CARTESIANO.

Se entiende por par ordenado a la disposición de dos elementos en un determinado orden, de modo que uno de ellos sea el primer elemento y el otro el segundo elemento.
Se representa por (a, b); No es lo mismo el par ordenado (a, b) que el par ordenado (b, a), esto quiere decir que (a, b) # (b, a).
El par ordenado (3, 4) se representa mediante un punto ubicado en el plano.

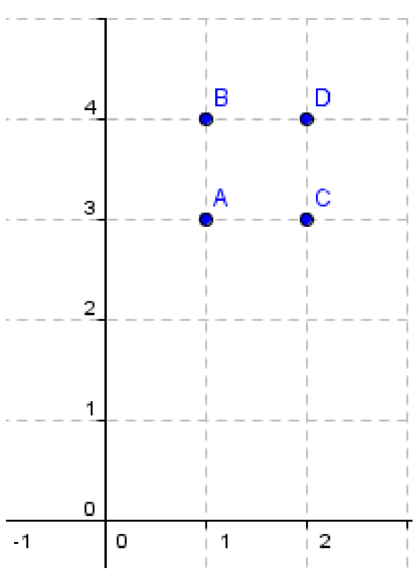


PRODUCTO CARTESIANO.
Dados dos conjuntos A y B, se llama producto cartesiano de los dos conjuntos, al conjunto formado por todas las parejas ordenadas que se forman tomando el primer elemento del conjunto A y el segundo elemento del conjunto B. este se simboliza A x B.

Ejemplo. Sea A= {1,2} y B={3,4} Halla su producto cartesiano y represéntalo en el plano.

Solución. Ax B= {(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)}.

Gráficamente se vería así.

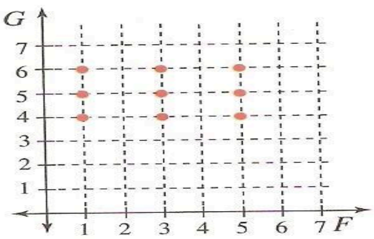


1. Dados $D = \{1, 3, 5\}$ y $E = \{2, 4\}$, hallar $D \times E$.

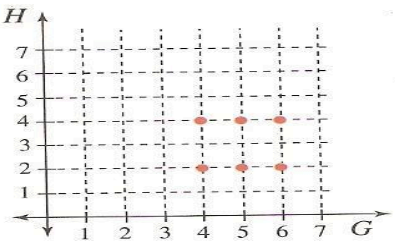
$D \times E$. Las parejas ordenadas de este producto son todas en las que el primer elemento sea 1, ó 3, ó 5 y el segundo elemento 2 ó 4. Luego $D \times E = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$.

2. Dados $F = \{1, 3, 5\}$, $G = \{4, 5, 6\}$ y $H = \{2, 4\}$ representar gráficamente.

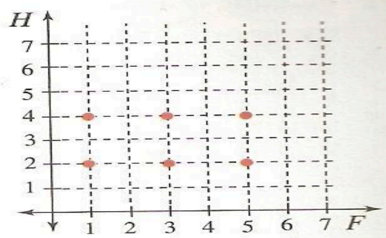
a. $F \times G$



b. $G \times H$



c. $F \times H$



PRÁCTICA 17

1. Dados $M = \{2, 4, 6, 8\}$, $N = \{1, 3, 5, 7\}$ y $P = \{0, 9\}$ determina los conjuntos $M \times N$, $M \times P$ y $N \times P$. Luego represéntalos en el plano cartesiano.

2. Si $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ y $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ expresa por extensión los conjuntos $A \times B$ y $B \times A$. Luego represéntalos en dos planos cartesianos.

3. Responde verdadero o falso según el caso:

a. Para todos los conjuntos $A \times B = B \times A$

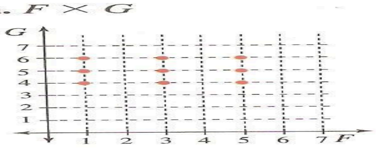
b. Dados A, B, C tres conjuntos, $(A \cup B) \times (B \cup A) \neq (B \cup A) \times (A \cup B)$

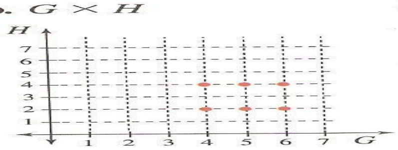
1. Dados $D = \{1, 3, 5\}$ y $E = \{2, 4\}$, hallar $D \times E$.

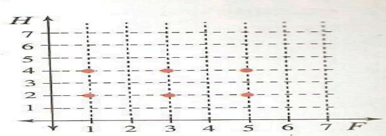
$D \times E$. Las parejas ordenadas de este producto son todas en las que el primer elemento sea 1, ó 3, ó 5 y el segundo elemento 2 ó 4. Luego $D \times E = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$.

2. Dados $F = \{1, 3, 5\}$, $G = \{4, 5, 6\}$ y $H = \{2, 4\}$ representar gráficamente.

a. $F \times G$ **b.** $G \times H$ **c.** $F \times H$







PRÁCTICA 17

1. Dados $M = \{2, 4, 6, 8\}$, $N = \{1, 3, 5, 7\}$ y $P = \{0, 9\}$ determina los conjuntos $M \times N$, $M \times P$ y $N \times P$. Luego represéntalos en el plano cartesiano.

2. Si $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ y $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ expresa por extensión los conjuntos $A \times B$ y $B \times A$. Luego represéntalos en dos planos cartesianos.

3. Responde verdadero o falso según el caso:

a. Para todos los conjuntos $A \times B = B \times A$

b. Dados A, B, C tres conjuntos, $(A \cup B) \times (B \cup A) \neq (B \cup A) \times (A \cup B)$