

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO HÀ NỘI Đề chính thức (Đề thi gồm 02 trang)	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2025-2026 Môn thi: TOÁN Thời gian: 120 phút, không kể thời gian phát đề
--	--

Câu I (1,5 điểm)

1. Kết quả khảo sát 300 học sinh lớp 9 về thời gian tự học của mỗi bạn trong một tuần (đơn vị giờ) được cho trong bảng tần số ghép nhóm sau đây:

Thời gian tự học (giờ)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	17	72	94	75	42

Xác định tần số và tần số tương đối của nhóm [12;16).

- 2) Một hộp có 8 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1,2,3,4,5,6,7,8 ; hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : "Số ghi trên thẻ rút được là một số chia hết cho 3".

Câu II (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{x + \sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$.

3. Tìm số nguyên dương x lớn nhất để $\frac{A}{B} < \frac{1}{2} \cdot X = 3$,

Câu III (2,5 điểm)

1. Một ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng với vận tốc trung bình 60 km/h. Khi từ Hải Phòng về Hà Nội trên cùng quãng đường đó, do điều kiện thời tiết xấu nên ô tô đi với vận tốc trung bình 40 km/h. Biết thời gian ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng ít hơn thời gian ô tô đi từ Hải Phòng về Hà Nội là 1 giờ, tính độ dài quãng đường ô tô đã đi từ Hà Nội đến Hải Phòng.
2. Để chuẩn bị cho năm học mới, bạn Quốc đến cửa hàng mua một chiếc ba lô và một chiếc máy tính cầm tay với tổng giá tiền niêm yết là 885 nghìn đồng. Hiện tại, cửa hàng đó đang triển khai

chương trình giảm giá cho học sinh, sinh viên nên giá tiền của một chiếc ba lô giảm 20% và giá tiền của một chiếc máy tính cầm tay giảm 25% so với giá tiền niêm yết. Vì vậy, bạn Quốc chỉ phải trả 682 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm này. Hỏi giá tiền niêm yết của một chiếc ba lô và giá tiền niêm yết của một chiếc máy tính cầm tay là bao nhiêu?

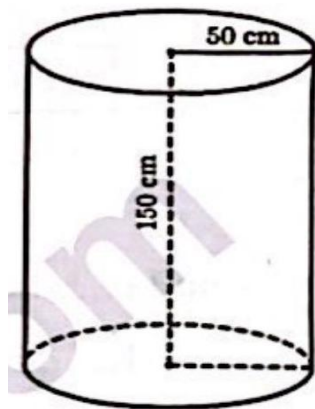
3. Biết phương trình bậc hai $x^2 + 8x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 , tìm tất cả giá trị của m thỏa

$$\frac{70 - mx_1^2}{x_2} = x_1 + mx_2$$

mãn

Câu IV (4,0 điểm)

1. Gia đình bạn Khánh đang sử dụng một thùng đựng nước dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 50 cm và chiều cao bằng 150 cm. Thùng đựng nước được đặt thẳng đứng trên mặt sàn như hình minh họa bên. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và coi chiều dày của thùng không đáng kể).
- Tính diện tích xung quanh của thùng đựng nước.
 - Sau một thời gian gia đình bạn Khánh sử dụng nước trong thùng thì mực nước còn lại đã thấp hơn 40 cm so với mực nước ban đầu. Tính thể tích nước trong thùng mà gia đình bạn Khánh đã sử dụng trong khoảng thời gian đó.



2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O). Đường cao AD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại điểm E (E khác A). Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến đường thẳng AB .
- Chứng minh bốn điểm E, D, B, K cùng thuộc một đường tròn.
 - Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm S . Chứng minh EA là tia phân giác của góc CEK và $AB.AC = AE.AS$.
 - Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng minh đường thẳng SI vuông góc với đường thẳng HK .

Câu V (0,5 điểm)

Một công ty kinh doanh trong lĩnh vực vận tải đang vận hành một đội gồm 35 xe chở hàng cùng loại, với lợi nhuận trung bình của mỗi xe là 1 triệu đồng một ngày. Để mở rộng mô hình kinh doanh, công ty dự định bổ sung một số xe chở hàng cùng loại với xe đang vận hành. Công ty đã tiến hành khảo sát và phân tích thị trường, kết quả cho thấy: cứ bổ sung một xe chở hàng cùng loại vào hoạt động thì lợi nhuận trung bình của mỗi xe trong cả đội lại giảm đi 20 nghìn đồng một ngày. Hỏi công ty nên bổ sung bao nhiêu xe chở hàng cùng loại để lợi nhuận trung bình mỗi ngày của đội xe là lớn nhất?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 NĂM HỌC 2025-2026
MÔN TOÁN - TP HÀ NỘI

Câu	Ý	Hướng dẫn
Câu 1: (1,5 điểm)	1)	<p>1) Kết quả khảo sát 300 học sinh lớp 9 về thời gian tự học của mỗi bạn trong một tuần (đơn vị: giờ) được cho trong bảng tần số ghép nhóm sau đây: Xác định tần số và tần số tương đối của nhóm (12;16). Cách giải: Tần số của nhóm [12;16) là 75 .</p> $\text{Tần số tương đối của nhóm [12;16) là: } \frac{75}{300} \cdot 100\% = 25\%$
	2)	<p>2) Một hộp có 8 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1,2,3,4,5,6,7,8; hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : "Số ghi trên thẻ rút được là một số chia hết cho 3". Cách giải: Có 8 kết quả có thể khi rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp, đó là: 1,2,3,4,5,6,7,8 . Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Số ghi trên thẻ rút được là một số chia hết cho 3", đó là: 3; 6.</p> $\text{Xác suất của biến cố A là: } \frac{2}{8} = \frac{1}{4} .$ <p>Vậy xác suất của biến cố A : "Số ghi trên thẻ rút được là một số chia hết cho 3 " là $\frac{1}{4}$.</p>
Câu 2: (1,5 điểm)		<p>Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{x+\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$.</p>

	1)	<p>1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.</p> <p>Cách giải:</p> <p>Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có:</p> $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = \frac{\sqrt{3^2}+2}{\sqrt{3^2}-2} = \frac{3+2}{3-2} = 5$ <p>Vậy $A=5$ khi $x=9$</p>
--	----	---

2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$.

Cách giải:

$$B = \frac{x + \sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \text{ với } x > 0, x \neq 4 .$$

$$B = \frac{x + \sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$2) \quad B = \frac{x + \sqrt{x} - 4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$B = \frac{x - 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất để $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$.

Cách giải:

Ta có $x > 0$ nên $\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} > 0$

$$\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} \text{ điều kiện } x > 0, x \neq 4$$

$$\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$$

3)

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x-2})} - \frac{\sqrt{x-2}}{2(\sqrt{x-2})} < 0$$

$$\frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x-2}}{2(\sqrt{x-2})} < 0$$

$$\frac{\sqrt{x+2}}{2(\sqrt{x-2})} < 0$$

$$\text{Vi } \sqrt{x+2} > 0 \text{ nên } 2(\sqrt{x-2}) < 0$$

$$\sqrt{x} < 2$$

$$x < 4$$

Kết hợp điều kiện ta có: $0 < x < 4$

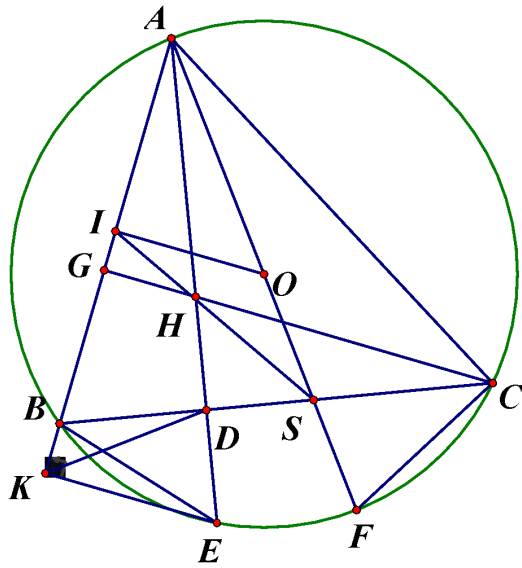
Vậy số nguyên dương lớn nhất thoả mãn điều kiện $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$ là 3.

		<p>3) Biết phương trình bậc hai $x^2 + 8x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2, tìm tất cả giá trị của m thỏa mãn $\frac{70 - mx_1^2}{x_2} = x_1 + mx_2$.</p> <p>Cách giải:</p> <p>Xét phương trình $x^2 + 8x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2.</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-8}{1} = -8 \\ x_1 - x_2 = \frac{-6}{1} = -6 \end{cases} \quad (I)$ <p>Áp dụng định lý Viète ta có:</p> <p>Thay $x = 0$ vào phương trình ta được: $0^2 + 8 \cdot 0 - 6 = 0$ hay $-6 = 0$ (vô lý)</p> <p>Suy ra $x = 0$ không là nghiệm của phương trình.</p> <p>Ta có: $\frac{70 - mx_1^2}{x_2} = x_1 + mx_2$</p>			
--	--	---	--	--	--

		$70 - mx_1^2 = x_1x_2 + mx_2^2$ $x_1x_2 + mx_1^2 + mx_2^2 = 70$ $x_1x_2 + m(x_1^2 + x_2^2) = 70$ $x_1x_2 + m[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = 70 \quad (*)$ <p>Thay (I) vào phương trình (*) ta được:</p> $-6 + m[(-8)^2 - 2 \cdot (-6)] = 70$ $76m = 76$ $m = 1$ <p>Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.</p>			
Câu 4: (4 điểm)	1)	<p>1) Gia đình bạn Khánh đang sử dụng một thùng đựng nước dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 50 cm và chiều cao bằng 150 cm. Thùng đựng nước được đặt thẳng đứng trên mặt sàn như hình minh họa bên. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và coi chiều dày của thùng không đáng kể).</p>			

	a)	<p>a) Tính diện tích xung quanh của thùng đựng nước. Cách giải: Thùng đựng nước có bán kính đáy $R = 50 \text{ cm}$, chiều cao $h = 150 \text{ cm}$. Diện tích xung quanh của thùng đựng nước là: $S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 50 \cdot 150 = 15000\pi \approx 47100 \text{ (cm}^2\text{)}$</p>
	b)	<p>b) Sau một thời gian gia đình bạn Khánh sử dụng nước trong thùng thì mực nước còn lại đã thấp hơn 40 cm so với mực nước ban đầu. Tính thể tích nước trong thùng mà gia đình bạn Khánh đã sử dụng trong khoảng thời gian đó. Cách giải: Mực nước sau khi sử dụng thì mực nước còn lại đã thấp hơn 40 cm so với mực nước ban đầu nên gia đình bạn Khánh sử dụng lượng nước có chiều cao 40 cm. Vậy thể tích nước trong thùng mà gia đình bạn Khánh đã sử dụng là: $V = \pi \cdot 50^2 \cdot 40 = 100000\pi \approx 314000 \text{ (cm}^3\text{)}$.</p>

2)		<p>2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O). Đường cao AD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại điểm E (E khác A). Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến đường thẳng AB</p>
a)		<p>a) Chứng minh bốn điểm E, D, B, K cùng thuộc một đường tròn. Cách giải: Tam giác BKE vuông tại K (do $EK \perp AB$) Do đó B, K, E cùng thuộc đường tròn đường kính BE (1) Tam giác BDE vuông tại D (do $AD \perp BC$) Do đó B, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính BE (2) Từ (1) và (2) ta có B, K, E, D cùng thuộc đường tròn đường kính BE</p>



b) Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm S. Chứng minh EA là tia phân giác của góc CEK và $AB.AC = AE.AS$

b) Cách giải:

Ta có: $\angle ABC + \angle KBD = 180^\circ$

mà $\angle DEK + \angle KBD = 180^\circ$ (do tứ giác $KBDE$ nội tiếp), $\angle ABC = \angle DEC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

nên $\angle DEK = \angle DEC$

Suy ra EA là tia phân giác của $\angle CEK$

Kẻ đường kính AF của đường tròn

Khi đó A, O, S, F thẳng hàng

Ta có: $\angle FAC + \angle AFC = 90^\circ$ (do tam giác AFC vuông tại C)

Mà $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle AFC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) nên

$$\angle BAD = \angle FAC$$

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ASC$ có

$$\angle BAE = \angle SAC \text{ (cmt)}$$

$\angle AEB = \angle ACS$ (cùng chắn cung AB)

Do đó $\triangle ABE \sim \triangle ASC$ (g.g)

$$\frac{AB}{AS} = \frac{AE}{AC}$$

Suy ra $AB \cdot AC = AS \cdot AE$

c) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Chứng minh đường thẳng SI vuông góc với đường thẳng HK

Cách giải:

Gọi G là giao của CH và AB

Khi đó $CG \perp AB$

Ta có: $\angle BCG + \angle GBC = 90^\circ$, $\angle BCE + \angle DEC = 90^\circ$, $\angle DEC = \angle GBC$

Nên $\angle BCG = \angle BCE$

Khi đó $\triangle DHC \sim \triangle DEC$ (g.c.g) nên $DH = DE$

Ta có: $\angle BAS = \angle BAD + \angle DAS$, $\angle DAC = \angle DAS + \angle SAC$, $\angle SAC = \angle BAD$

Do đó $\angle BAS = \angle DAC$

Tứ giác $BDEK$ nội tiếp nên $\angle DKE = \angle DBE$

Mà $\angle DBE = \angle DAC = \angle BAS$ nên $\angle DKE = \angle BAS$

$$\angle DKE = \angle BAS$$

Xét $\triangle DKE$ và $\triangle SAB$ có $\angle DEK = \angle ABS$

Do đó $\triangle DKE \sim \triangle SAB$ (g.g)

$$\frac{KE}{AB} = \frac{DE}{SB}$$

Suy ra

Mà $AB = 2IB$, $DE = \frac{1}{2}HE$ nên $\frac{KE}{2IB} = \frac{HE}{2SB}$ hay $\frac{KE}{IB} = \frac{HE}{SB}$

Mà $\angle KEH = \angle IBS$ nên $\triangle EKH \sim \triangle BIS$ (c.g.c)

Do đó $\angle EKH = \angle BIS$

Mà $\angle EKH + \angle IKH = \angle IKE = 90^\circ$ nên $\angle BIS + \angle IKH = 90^\circ$

Suy ra $KH \perp IS$ (đpcm)

Một công ty kinh doanh trong lĩnh vực vận tải đang vận hành một đội gồm 35 xe chở hàng cùng loại, với lợi nhuận trung bình của mỗi xe là 1 triệu đồng một ngày. Để mở rộng mô hình kinh doanh, công ty dự định bổ sung một số xe chở hàng cùng loại với xe đang vận hành. Công ty đã tiến hành khảo sát và phân tích thị trường, kết quả cho thấy: cứ bổ sung một xe chở hàng cùng loại vào hoạt động thì lợi nhuận trung bình của mỗi xe trong cả đội lại giảm đi 20 nghìn đồng một ngày. Hỏi công ty nên bổ sung bao nhiêu xe chở hàng cùng loại để lợi nhuận trung bình mỗi ngày của đội xe là lớn nhất?

Cách giải:

Gọi số xe bổ sung là x ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số xe sau khi bổ sung là: $35 + x$ (xe)

Vì cứ bổ sung một xe chở hàng cùng loại vào hoạt động thì lợi nhuận trung bình của mỗi xe trong cả đội lại giảm đi 20 nghìn đồng một ngày nên lợi nhuận mỗi xe mỗi ngày giảm $20x$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận trung bình mỗi xe ban đầu là 1 triệu đồng một ngày nên lợi nhuận trung bình mỗi xe sau khi giảm là

$1000 - 20x$ (nghìn đồng)

Tổng lợi nhuận mỗi ngày của cả đội là: $L(x) = (35 + x)(1000 - 20x)$ (nghìn đồng)

Để lợi nhuận trung bình mỗi ngày của đội xe là lớn nhất ta cần tìm giá trị lớn nhất của

$$L(x) = (35 + x)(1000 - 20x)$$

Ta có:

$$L(x) = (35 + x)(1000 - 20x)$$

$$L(x) = 35000 - 700x + 1000x - 20x^2$$

$$L(x) = -20x^2 + 300x + 35000$$

$$L(x) = -20\left(x^2 - 15x\right) + 35000$$

$$L(x) = -20\left[x^2 + 2x \cdot \frac{15}{2} + \left(\frac{15}{2}\right)^2\right] + 20 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 35000$$

$$L(x) = -20\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + 36125$$

$$\forall \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 \geq 0 \forall x \quad \text{nên} \quad -20\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 \leq 0 \forall x$$

suy ra
$$L(x) = -20\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + 36125 \leq 36125 \forall x$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{15}{2}$.

Câu 5:
(0,5
điểm)

Vì $x \in \mathbf{N}^*$ nên $x = 7$ hoặc $x = 8$.

Với $x = 7$ thì $L(x) = 36120$

Với $x = 8$ thì $L(x) = 36120$

Vậy để lợi nhuận cao nhất bằng 36120 nghìn đồng thì cần bổ sung 7 xe hoặc 8 xe.