

Résolution d'une équation du second degré :

Soit l'équation (E) : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.

I/ On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

1^{er} cas : si $\Delta > 0$ alors (E) admette deux racines distinctes : $x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
 Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$.

2^{ème} cas : si $\Delta = 0$ alors l'équation (E) admette une racine double : $x' = x'' = \frac{-b}{2a}$
 Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')^2 = a(x - x'')^2$.

3^{ème} cas : si $\Delta < 0$ alors l'équation (E) n'admette pas de solutions. (E) ne se factorise pas.

II/ Cas particuliers :

◊ Si $a + b + c = 0$ alors : $x' = 1$ et $x'' = \frac{c}{a}$

◊ Si $a - b + c = 0$ alors : $x' = -1$ et $x'' = -\frac{c}{a}$

III/ Somme et produit :

Si x' et x'' existent alors : $S = \frac{-b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$.

EXERCICE N°1 :

I/ Résoudre dans IR puis factoriser les équations suivantes :

$\diamond x^2 + 3x - 10 = 0$	$\diamond -4x^2 + x - 1 = 0$	$\diamond \frac{9}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$
$\diamond (x - 1)^2 - 3x - 7 = 0$	$\diamond -2x^2 + 9x - 4 = 0$	$\diamond -3x^2 + 7x - 4 = 0$
$\diamond 2x^2 + 4x - 1 = 0$	$\diamond 2x^2 + 3x + 2 = 0$	$\diamond x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$
$\diamond (\sqrt{2} + 1)x^2 + x - \sqrt{2} = 0$	$\diamond -4x^2 + (\pi + 4)x - \pi = 0$	$\diamond \pi x^2 + (1 + \sqrt{3})x = 0$

III/ Résoudre dans IR les équations suivantes :

$\diamond x^2 - x - 2 = -2x^2 + 3x + 2 $	$\diamond \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0$
$\diamond \frac{x + 1}{x + 3} = \frac{7x - 13}{(x - 1)(x + 3)}$	$\diamond \frac{x^2 + 2x + 1}{3x^2 + 8x + 5} = -\frac{1}{2}$
$\diamond \sqrt{2x + 14} = x - 5$	$\diamond \sqrt{-4x - 3} = 2x + 3$
$\diamond \sqrt{2x - 1} + 2 = x$	$\diamond \sqrt{x + 3} + 1 = \sqrt{2 - x}$

EXERCICE N°2 :

I/ Soit l'équation : $3x^2 - 5x + c = 0$, avec $c \in \mathbb{R}$.

Déterminer c pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

III/ Soit l'équation : $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$, $m \in \mathbb{R}$.

Déterminer les valeurs de m pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

EXERCICE N°3 :

Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x \cdot y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{49}{6} \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x \cdot y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2|x| + \sqrt{y} = 9 \\ x^2 \cdot y = 100 \end{cases}$$

EXERCICE N°4 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1/ $x^2 - 7x + 10 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $x^2 - 7|x| + 10 = 0$.

2/ $x^2 + 8|x| - 9 = 0$

3/ $x^2 + 4x - 5 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $(x - 3)^2 + 4(x - 3) - 5 = 0$

4/ $2x - 5\sqrt{x} + 3 = 0$

5/ $\left(\frac{x}{x-2}\right)^2 - \frac{8x}{x-2} + 15 = 0$

6/ $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

7/ $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$

EXERCICE N°5 :

I/ Soit dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + 5x - 7 = 0$

1/ Montrer sans calculer le discriminant que cette équation admette deux racines x' et x'' .

2/ Sans calculer x' et x'' , déterminer :

$$x' + x'' \quad ; \quad x' \cdot x'' \quad ; \quad \frac{3}{x'} + \frac{3}{x''} \quad ; \quad x'^2 + x''^2 \quad ; \quad (-2x' + 3)(-2x'' + 3) \quad \text{et} \quad x'^3 + x''^3$$

III/ Soit l'équation (E_m) : $(m^2 + 1)x^2 - 2mx - 2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$.

1/ Montrer sans calculer le discriminant que (E_m) admette deux racines distinctes.

2/ Déterminer m pour que l'une des racines soit égale à (-1) puis calculer l'autre racine.

3/ On prend $m = 2$, sans calculer x' et x'' déterminer : $A = \frac{x' + 1}{x'' - 1} + \frac{x'' + 1}{x' - 1}$