

 INSTITUTO EMPRESARIAL GABRIELA MISTRAL	COMPOSICIÓN DE FUNCIONES y FUNCIÓN INVERSA
GLADYS PATIÑO CAPACHO	CALCULO

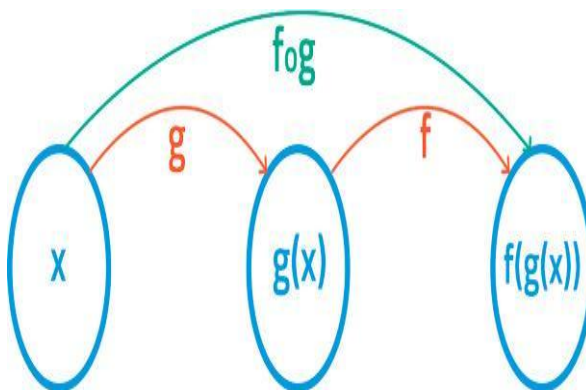
COMPOSICIÓN DE FUNCIONES:

Función compuesta

Dadas las funciones f y g , la función compuesta $f \circ g$ está definida por:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

En un diagrama de flechas, lo vemos de la siguiente manera:



Dominio de una función compuesta

En una función compuesta $f \circ g$, el dominio está definido por la siguiente expresión:

$$D_{f \circ g}: x \in D_g \wedge g(x) \in D_f$$

Ejercicio 1: Sean:

$$f(x) = 2x^4 - x^2$$

y

$$g(x) = \sqrt{x - 4}$$

Determine:

1.

a. $(f \circ g)$

b. Su dominio

Sabemos que:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Primero sustituimos el valor de $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(\sqrt{x - 4})$$

Ahora, para evaluar f , sustituimos $x = g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = 2\sqrt{(x - 4)^4} - \sqrt{(x - 4)^2}$$

Simplificamos:

$$(f \circ g)(x) = 2(x - 4)^2 - (x - 4)$$

Resolvemos el binomio:

$$(f \circ g) = 2(x^2 - 8x + 16) - x + 4$$

$$(f \circ g) = 2x^2 - 16x + 32 - x + 4$$

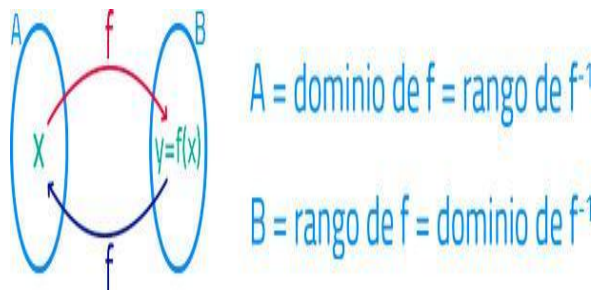
Función inversa

Sea f una función biyectiva, con dominio A y rango B . Entonces, su **función inversa** f^{-1} tiene dominio B y rango A y está definida por:

$$f(x) = y \rightarrow f^{-1}(y) = x$$

para cualquier y en B .

Veamos la relación entre el dominio y rango de una función y su inversa.



Es importante mencionar que no todas las funciones tienen inversa, solo las funciones biyectivas.

Pasos para hallar la función inversa

Para encontrar la inversa de una función, hay que seguir estos pasos:

1. Escribir $y = f(x)$.
2. Despejar x (en función de y).

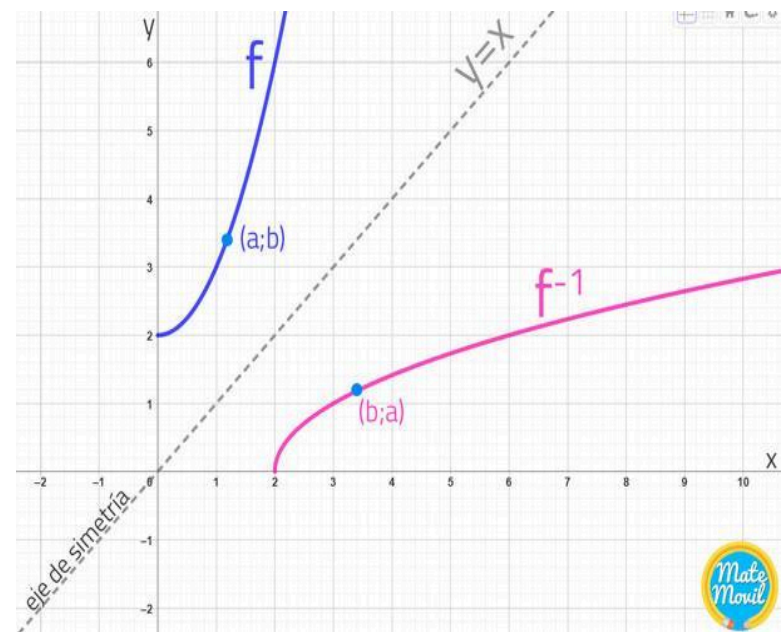
3. Intercambiar x y y . La ecuación resultante es $y = f^{-1}(x)$.

4. Comprobar el resultado usando la **propiedad de la función inversa**:

$$f^{-1}(f(x)) = x \text{ para toda } x \text{ en } A.$$

Graficar la inversa de una función

La gráfica de f^{-1} se obtiene al reflejar la gráfica de f en la recta $y = x$. Por ejemplo, veamos la gráfica de la inversa de la función f :



TALLER DE REFUERZO:

1) Sean las funciones:

$$f(x) = 3x + 2$$

$$g(x) = \frac{x + 3}{2x + 1}$$

Calcular:

$$f(x) = \log x$$

a $g \circ f$

b $f \circ g$

2) Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{1}{2x - 1}$$

$$g(x) = \frac{2x - 1}{2x + 1} \quad h(x) = \frac{1}{x}$$

Calcular:

a $g \circ f$

b $f \circ g$

c $h \circ g \circ f$

d $h \circ f \circ g$

e f^{-1}

f Probar que: $f^{-1} \circ f = x$

g Probar que: $f \circ f^{-1} = x$

3) hallar la función inversa de:

$$f(x) = -3x+1 / x-5 \quad f(X) = -1/2 x +3$$

$$f(x) = 4x + 2$$

$$f(x) = 4^x$$