Interrogation 8

Nom, Prénom et classe

Sujet A

I. Démontre la deuxième propriété du milieu : le point B est le milieu du segment $[AC]$ si et seulement si

$$\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{AC}$$

D'après la première propriété du milieu et la relation de Chasles,

B est le milieu du segment $[AC]$$\Leftrightarrow\vec{AB} = \vec{BC}\Leftrightarrow\vec{AB} = \vec{BA} + \vec{AC}\Leftrightarrow\vec{AB} - \vec{BA} = \vec{AC}\Leftrightarrow\vec{AB} + \vec{AB} = \vec{AC}$

$$\Leftrightarrow 2\vec{AB} = \vec{AC}\Leftrightarrow\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{AC}$$

II. ABC est un triangle. Soit un point M tel que $\vec{AM} = 3\vec{AC} - \vec{AB}$ et le point N tel que $\vec{AN} = \vec{BC} - \vec{AC}$

Montre que $\vec{MN} = -3\vec{AC}$. Que peut-on en déduire pour les droites (MN) et (AC) ?

D'après la relation de Chasles,

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = -\vec{AM} + \vec{BC} - \vec{AC} = -3\vec{AC} + \vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} = -3\vec{AC} + \vec{AC} - \vec{AC} = -3\vec{AC}$$

On en déduit que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

Interrogation 8

Nom, Prénom et classe

Sujet B

I. Démontre la troisième propriété du milieu : si le point B est le milieu du segment $[AC]$ alors tout point M du plan vérifie l'égalité

$$\vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{MA} + \frac{1}{2}\vec{MC}$$

D'après la première propriété du milieu et la relation de Chasles,

$$\frac{1}{2}\vec{MA} + \frac{1}{2}\vec{MC} = \frac{1}{2}\left(\vec{MB} + \vec{BA}\right) + \frac{1}{2}\left(\vec{MB} + \vec{BC}\right) = \frac{1}{2}\vec{MB} + \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{MB} + \frac{1}{2}\vec{BC} = \vec{MB} + \frac{1}{2}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BA} = \vec{MB}$$

II. Soient 4 points A, B, C et D du plan tels que $\vec{AC} + \vec{DC} + \vec{DB} = \vec{0}$

Montre que $\vec{AB} = 2\vec{CD}$. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$?

D'après la relation de Chasles,

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DB} = \vec{AC} + \vec{DB} + \vec{CD} = -\vec{DC} + \vec{CD} = \vec{CD} + \vec{CD} = 2\vec{CD}$$

Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont donc colinéaires.