

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (Chung)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Khóa thi ngày: 03-05/6/2021

(Đề thi có 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Thực hiện phép tính $A = \frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}.$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{a+3\sqrt{a}}{a-9} - \frac{3\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 9.$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Xác định các hệ số a, b của đường thẳng (d): $y = ax + b$ biết rằng (d) song song với đường thẳng (d'): $y = 2x - 3$ và cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng 3.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x + 4.$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0.$

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 8 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m . Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có đúng một nghiệm dương.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ AH vuông góc với BC tại H, BE vuông góc với đường kính AD của đường tròn (O) tại E.

a) Chứng minh tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh HE vuông góc với AC.

c) Tia phân giác của góc BAC cắt đường tròn (O) tại F (F khác A), M là giao điểm của OF và BC. Gọi K là trung điểm của AB, I là giao điểm của KM và HE.

Chứng minh tam giác MEH cân và $AE \cdot EM = AB \cdot EI.$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 2$ và $x + y + z = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $H = xyz.$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO
QUẢNG NAM**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2021-2022
Hướng dẫn chấm Môn **TOÁN (Chung)****

(Hướng dẫn chấm này có **03** trang)

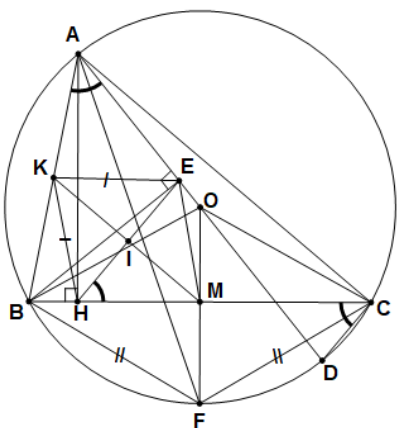
Câu 1	Nội dung	Điểm
a	Thực hiện phép tính: $A = \frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$.	1,0
	$A = 2(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 3$ (Nếu biến đổi đúng 1 trong 3 ý thì được 0,25)	0,75
	$A = 7$	0,25
b	b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{a+3\sqrt{a}}{a-9} - \frac{3\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 9$.	1,0
	$B = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)} - \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)}$ (Nếu biến đổi đúng 1 trong 2 biểu thức thì được 0,25)	0,5
	$B = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3} - \frac{3}{\sqrt{a}-3}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3} = 1$	0,25

Câu 2	Nội dung	Điểm
a	Xác định các hệ số a, b của đường thẳng $(d): y = ax + b$ biết rằng (d) song song với đường thẳng $(d'): y = 2x - 3$ và cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng 3.	1,0
	(d) song song với (d') nên $a = 2, b \neq -3$	0,5
	(d) cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng 3 nên (d) đi qua điểm $A(3;0)$ $\Rightarrow 0 = a.3 + b$	0,25
	$\Rightarrow 0 = 2.3 + b \Rightarrow b = -6$ (thỏa). Vậy $a = 2, b = -6$.	0,25
b	Tìm tọa độ các giao điểm của parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 4$.	1,0
	+ Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) là :	0,25

	$\frac{1}{2}x^2 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$	0,25
	+ Với $x = 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(2; 2)$.	0,25
	+ Với $x = -4 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow B(-4; 8)$.	0,25

Câu 3	Nội dung	Điểm
a	a) Giải phương trình $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$	1,0
	+ Điều kiện $x \geq 0$.	0,25
	+ Đặt $t = \sqrt{x}$, điều kiện $t \geq 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 2t - 3 = 0$	0,25
	$t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}$ (loại giá trị $t = -1$)	0,25
	$t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa) Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm $x = 9$.	0,25
b	Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 8 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m . Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có đúng một nghiệm dương.	1,0
	$\Delta' = (m-1)^2 - 1(m^2 - 2m - 8)$.	0,25
	$\Delta' = 9 > 0$, với mọi m .	0,25
	Suy ra phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt. $x_1 = m - 4, x_2 = m + 2$	0,25
	Để phương trình có đúng một nghiệm dương thì $\begin{cases} m - 4 \leq 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 4$	0,25
	Nội dung	Điểm
	Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ AH vuông góc với BC tại H , BE vuông góc với đường kính AD của đường tròn (O) tại E . a) Chứng minh tứ giác $ABHE$ nội tiếp đường tròn. b) Chứng minh HE vuông góc với AC . c) Tia phân giác của góc BAC cắt đường tròn (O) tại F (F khác A), K là trung điểm của AB , M là giao điểm của OF và BC , I là giao điểm của KM và HE . Chứng minh tam giác MEH cân và $AE \cdot EM = AB \cdot EI$.	3,5

Câu 4

		0,5
	Hình vẽ phục vụ câu a: 0,25 điểm. Hình vẽ phục vụ câu c: 0,25 điểm.	
a	Chứng minh tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn.	0,75
	$\angle AEB = \angle AHB = 90^\circ$	0,5
	Suy ra E, H nằm trên đường tròn đường kính AB.	0,25
	Vậy tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn.	
b	Chứng minh HE vuông góc với AC.	1,0
	Tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn nên $\angle EHC = \angle BAD$ (cùng bù với $\angle BHE$)	0,25
	Mà $\angle BAD = \angle BCD$ (cùng chắn cung $\widehat{BD}$)	0,25
	$\Rightarrow \angle EHC = \angle BCD \Rightarrow HE \parallel CD$	0,25
	Mà $CD \perp AC \Rightarrow HE \perp AC$.	0,25
c	Tia phân giác của góc BAC cắt đường tròn (O) tại F (F khác A), M là giao điểm của OF và BC. Gọi K là trung điểm của AB, I là giao điểm của KM và HE.	1,25
	+ AF là tia phân giác của góc BAC nên $\angle FAB = \angle FAC$. Suy ra M là trung điểm của BC	0,25
	+ $KM \parallel AC$ (t/c đường trung bình) và $HE \perp AC \Rightarrow HE \perp KM$	0,25
	$KH = KE$ nên KM là đường trung trực của HE. Suy ra $MH = ME$ Vậy tam giác MEH cân tại M.	0,25
	Xét hai tam giác ABE và EMI có: $\angle AEB = \angle EIM = 90^\circ$, $\angle MEI = \angle MHI = \angle BAE$	0,25
	Suy ra hai tam giác ABE và EMI đồng dạng $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{EM}{EI} \Rightarrow AB \cdot EI = AE \cdot EM$	0,25

	Nội dung	Điểm
Câu 5	Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 2$ và $x + y + z = 4$.	0,5
	Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $H = xyz$.	

	$H = xyz \leq \frac{(x+y)^2}{4} \cdot z = \frac{x+y}{4} \cdot (x+y) \cdot z \leq \frac{x+y}{4} \cdot \frac{(x+y+z)^2}{4} = x+y$	0,25
	Lại có $z \geq 2 \Leftrightarrow 4 - (x+y) \geq 2 \Leftrightarrow x+y \leq 2$. Suy ra $H \leq 2$. $\begin{cases} x = y \\ x + y = z = 2 \\ x + y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$ Dấu bằng xảy ra khi Vậy giá trị lớn nhất của H bằng 2.	0,25

- **Lưu ý:** Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.