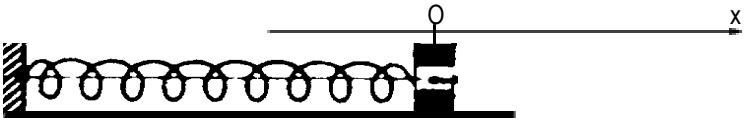
E.MOKADDEM **2012/2013**
4°M

SERIE 6
(oscillateur mécanique libre)

EX N°1



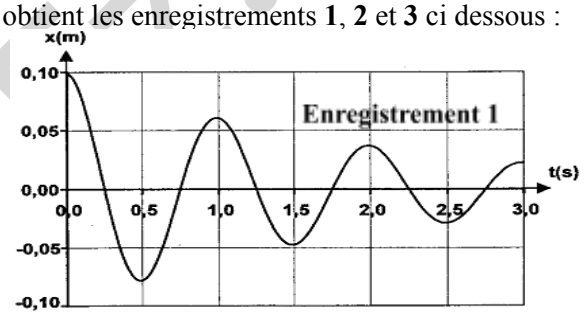
Un ressort à spires non-jointives de constante de raideur **k** , est disposé horizontalement. L'une de ses extrémités est fixée à un support et l'autre soudée à un solide de masse **m= 1kg** pouvant se déplacer sur un plan sans frottement.
A l'équilibre, la position du solide coïncide avec l'origine **o** d'un axe **(ox)** horizontal dirigé vers la droite . On écarte le solide de sa position d'équilibre d'une quantité $\mathbf{x_o = 5\ cm}$ vers la droite et on l'envoie à **t = 0** avec une vitesse $\mathbf{v_o = 0{,}274\ ms^{-1}}$ vers la droite.

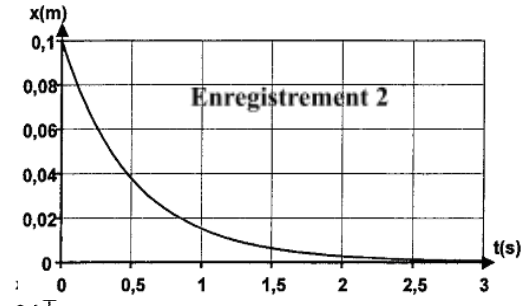
1-a- Montrer que le solide se met en mouvement rectiligne sinusoïdal.
-b- Déterminer la constante de raideur **k** du ressort sachant que le solide effectue **10 oscillations** en **20 secondes**. On prendra $\boldsymbol{\pi^2 = 10}$ **.**
2- Montrer que l'énergie mécanique du système (solide,ressort) reste constante au cours du temps. Déterminer cette constante.
3-a- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique $\mathbf{E_C}$ en fonction de **x**.
b- Pour quel valeur de **x** cette énergie est-elle maximale ?
c- Quelles sont les positions extrêmes du solide ?
4- Déterminer les expressions en fonction du temps de l'élongation **x** et de la vitesse **v** .
5-a- Représenter l'allure de **x = f(t)**
-b- En déduire la distance parcourue par le solide quand il atteint son élongation x maximale pour la deuxième fois.

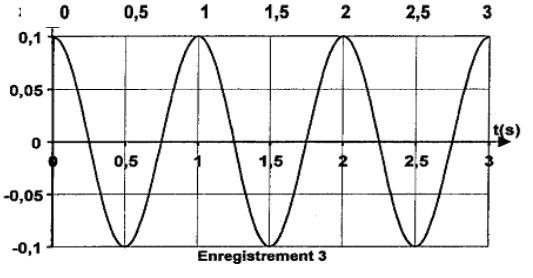
EX N°2

Un solide **S**, de masse **m = 100 g** est soudé à l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives de constante de raideur **k** et disposé sur un plan horizontal parfaitement lisse.

On enregistre la position de son centre d'inertie repérée par son abscisse **x** dans le repère **(O, $\vec{i}$)** (voir le *schéma n°2* de l'annexe)
A l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine O du repère.
On réalise trois enregistrements dans les conditions suivantes:
a. les frottements fluides sont négligeables ;
b. les frottements fluides sont faibles ;
c. les frottements fluides sont importants.
On obtient les enregistrements **1**, **2** et **3** ci dessous :







1. Indiquer pour chacun des trois enregistrements:
- la condition (a, b ou c) de fonctionnement ;
- le régime d'évolution (périodique, pseudo-périodique ou apériodique).

E.MOKADDEM

Dans toute la suite on se place dans le cas où les frottements sont négligeables.

2. **a)** Sur le schéma de l'**annexe** , représenter au centre de gravité G les forces s'exerçant à l'instant t sur le solide S, et les nommer.

b) En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du centre d'inertie G du solide S est: $m\frac{d^2x}{dt^2} + k.x = 0$.

c) Montrer que la solution de l'équation différentielle est de la forme:

$$x = X_m \sin\left(\frac{T_0}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \Phi_0\right).$$

Comment nomme-t-on les constantes X_M et Φ_0 ? Déterminer leurs valeurs sachant que S est lâché à t = 0 sans vitesse initiale au point d'abscisse **x = 10,0 cm**.

d) Déterminer la période propre T_0 de l'oscillateur en utilisant l'un des enregistrements précédents et en déduire la valeur de la constante de raideur **k** du ressort.

3. On étudie maintenant les différentes formes d'énergie du solide dans le cas du régime périodique.

a) Exprimer pour le système {ressort-solide S} à une date t, en fonction de k, m , x et v :

- l'énergie potentielle élastique E_P;
- l'énergie cinétique E_C.
- l'énergie mécanique **E**

b) Que peut-on dire de l'énergie mécanique au cours du mouvement ? calculer sa valeur à t = 0.

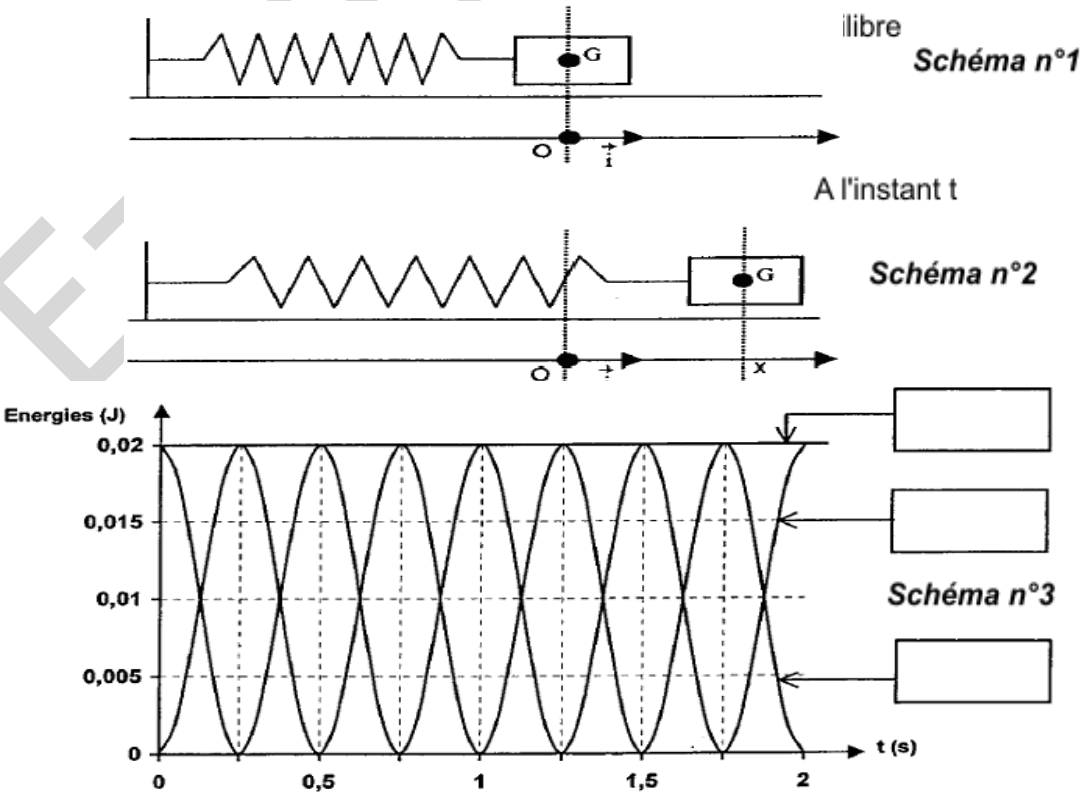
c) Exprimer E_c en fonction de **x , k et** x_0 . En déduire la position x où la vitesse est maximale et calculer cette valeur maximale .

d) Les figures données sur le ***schéma n°3*** de l'annexe représentent les variations au cours du temps des différentes énergies **E , E_P , E_C** .

Compléter le schéma en identifiant chacune des courbes. Justifier.

4. **a)** Préciser les transformations énergétiques entre **t = 0 s** et **t = 0,25s** puis entre **t = 0,25** s et **t = 0,5 s.**

b) déterminer en utilisant les expressions de **Ec(t)** et **Ep(t)** les instants où **Ep = Ec.**



E-BOKADEM

EX N°3

Un pendule élastique est constitué d'un mobile de masse m =80 g pouvant se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal
Ce mobile est attaché à un point fixe par un ressort de masse négligeable à spires non jointives, de raideur k.
La position du mobile est repérée par l'abscisse x.

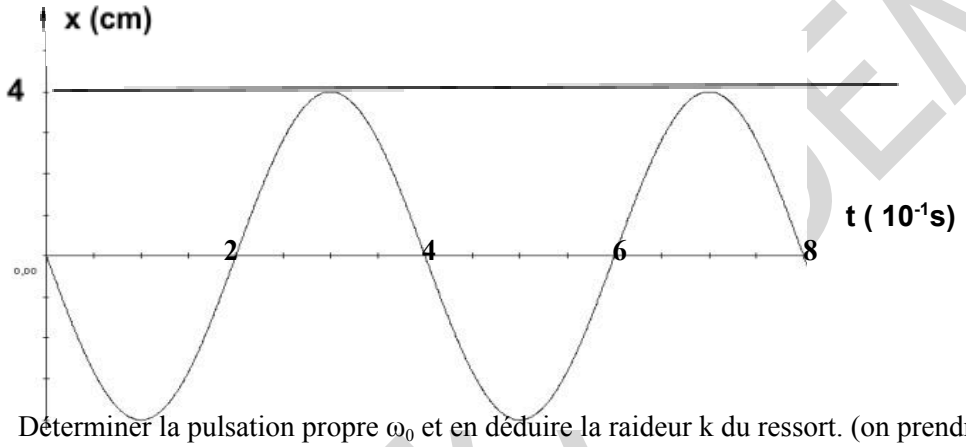
A l'équilibre, la position du centre d'inertie G coïncide avec O, origine des abscisses.

A-Oscillateur libre non amorti : *les forces de frottements sont nulles*.

1) a- Etablir l'équation différentielle régissant le mouvement du mobile.

b- Montrer que l'expression $x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation, on précisera l'expression de ω_0 .

2) Un dispositif approprié permet de tracer la courbe de variation de x en fonction du temps représenté sur le graphe ci-dessous :



a- Déterminer la pulsation propre ω_0 et en déduire la raideur k du ressort. (on prendra $\pi^2 = 10$)

b- Déterminer l'équation horaire x(t) puis celle de la vitesse v(t) .

c- Déduire que l'énergie mécanique du système { solide , ressort } se conserve au cours du temps et préciser sa valeur .

d- Sous quelle forme se trouve l'énergie mécanique à t = 0 s et à t = 0,1 s.

e- Déduire alors la transformation énergétique qui s'est produite entre t=0s et t =0,1s .

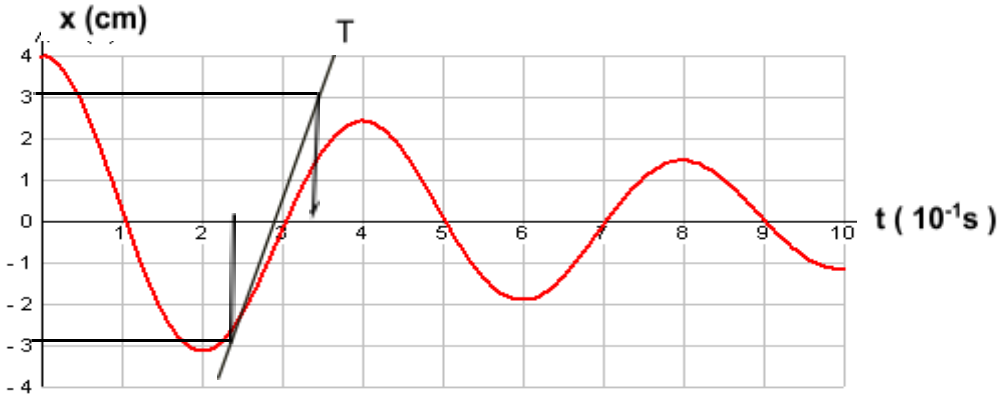
B- Oscillateur libre amorti

Le solide est maintenant soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$

1) a- Que devient l'équation différentielle à laquelle obéit x ?

b- Montrer alors que l'énergie mécanique diminue au cours du temps .

2) un dispositif approprié permet de tracer la courbe d'évolution temporelle de l'élongation x et sa tangente **(T)** à **t = 0,3 s** :

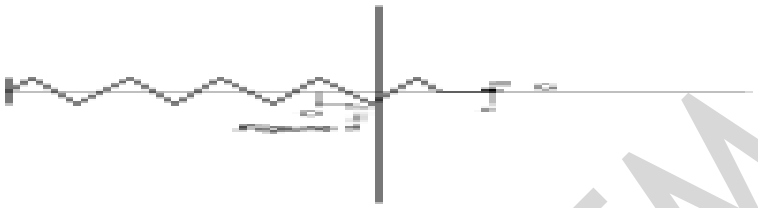


a- Sous quelle forme se trouve l'énergie mécanique à t = 0 s et à t = 0,3 s ? Justifier la réponse.

b- Calculer l'énergie mécanique dissipée entre t = 0 s et t = 0,3 s .

EX N°4

On dispose d'un système solide-ressort constitué d'un mobile de masse **m = 250 g** accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur **k = 10 N.m^{-1}.**
Le mobile assimilé à son centre d'inertie G peut osciller horizontalement sur une tige parallèlement à l'axe Ox (**figure 1**). Le point O coïncide avec la position de G lorsque le ressort est au repos.



I. *Dans un premier temps, on néglige les frottements du mobile sur son rail de guidage.*

1.a) Faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile.

1.b) Reproduire la **figure 1** et représenter les différents vecteurs forces sans souci d'échelle.

2. En appliquant la seconde loi de Newton au mobile, établir l'équation différentielle du mouvement.

3. Vérifier que $x = x_M \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}.t + \varphi\right)$ est solution de cette équation différentielle quelles que soient les valeurs des constantes x_M et ϕ.

4. Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant t = 0 s, sans vitesse initiale, de la position $x_0 = +2{,}0$ cm.
Déterminer numériquement x_M et ϕ.

5. Calculer la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ du mouvement.

II. On suppose maintenant que les frottements ne sont plus négligeables et peuvent être modélisés par une force dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse et dont le sens est opposé à celui du mouvement : $\vec{f} = -\mu.\vec{v}$ ($\mu > 0$).
Un dispositif d'acquisition de données permet de connaître à chaque instant la position du mobile (**figure 2**).
Un logiciel de traitement fournit les courbes de variation, en fonction du temps, de l'énergie mécanique **(E_m)** , de l'énergie cinétique **(E_c)** et de l'énergie potentielle élastique **(E_p)** du système solide-ressort (**figure 3**).

1. À l' aide de la **figure 2**, déterminer la pseudo-période *T* du mouvement. Comparer sa valeur à celle de la période propre calculée au I.5.

2. Identifier par leur lettre (A ou B) les courbes $E_c(t)$ et $E_p(t)$ de la figure 3 en justifiant les réponses.

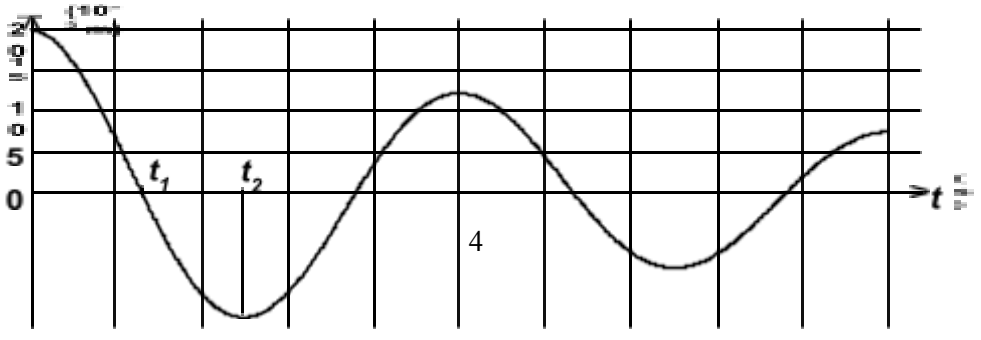
3. Pourquoi l'énergie mécanique du système diminue-t-elle au cours du temps ?

4. Sur **les figures 2 et 3** de l'annexe sont repérés deux instants particuliers notés t_1 et t_2.
En utilisant **la figure 2** et en justifiant la réponse, indiquer auquel de ces instants la valeur de la vitesse du mobile est : **a)** maximale ;**b)** nulle.

5. Que peut-on en conclure quant à la valeur de la force de frottement à chacun de ces instants ?

6. Justifier alors la forme « en escalier » de la courbe $E_m(t)$ de la **figure 3**.

Figure 2



EZ-MOKADDEM

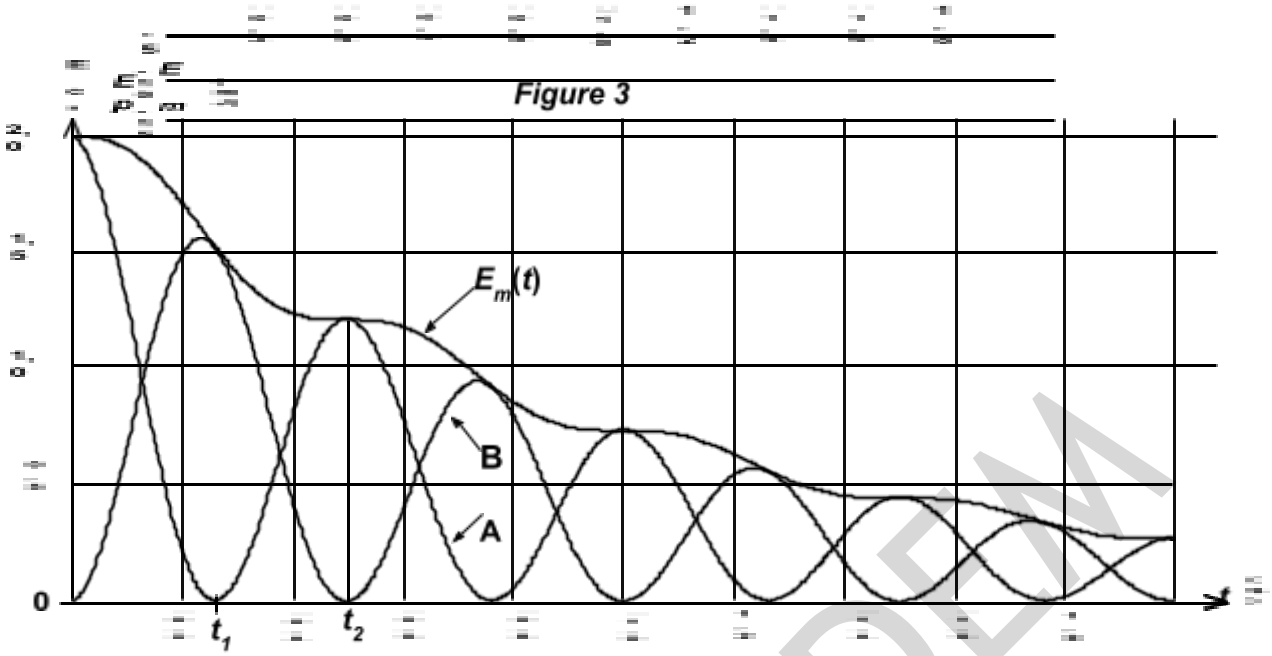


Figure 3

EZ.MOKADDEM