Тема.2.2 **Розтяг і стиск**

План

1. Поздовжні сили та їх епюри.
2. Нормальні напруження в поперечних перерізах та їх епюри.
3. Поздовжні та поперечні деформації під час розтягу (стиску). Закон Гука. Модуль поздовжньої пружності, коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона). Жорсткість перерізів та жорсткість бруса під час розтягу і стиску. Визначення осьових переміщень поперечних перерізів бруса.
4. Експериментальне дослідження розтягу й стиску матеріалів.
5. Коефіцієнт запасу міцності за статичного навантаження на границі міцності та границі текучості.
6. Допустимі напруження. Розрахунки на міцність: перевірка міцності, визначення допустимого навантаження, визначення необхідних розмірів поперечного перерізу.

1. Поздовжні сили та їх епюри

Центральний розтяг або стиск стрижня виникає під дією сил, прикладених до його кінців і спрямованих уздовж осі бруса. Під час деформації розтяг або стиск у будь-якому поперечному перерізі виникає тільки поздовжня сила N.

Для визначення значення поздовжньої сили в поперечному перерізі бруса застосовують метод перерізів.

Поздовжня сила – це рівнодіюча внутрішніх нормальних сил, які виникають у поперечному перерізі бруса.

Тому *поздовжня сила в поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, розміщених по один бік перерізу*. Розтяжні поздовжні сили вважатимемо додатними, а стискальні – від'ємними.

2. Нормальні напруження в поперечних перерізах та їх епюри

Лабораторні дослідження показали, що для розтягу справедлива гіпотеза плоских перерізів і, отже, всі волокна бруса видовжуються на одну і таку саму величину. Це дає змогу зробити висновок про те, що під час розтягу і стиску в поперечних перерізах бруса виникають тільки нормальні напруги, які рівномірно розподілені у перерізі; їх обчислюють за формулою:

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

де: N – поздовжня сила;

A – площа поперечного перерізу.

Очевидно, що для розтягу і стиску форма перерізу на величину напруги не впливає.

У перерізах, близьких до точок прикладання сил, закон розподілу напруг буде складнішим, але, користуючись принципом пом'якшення граничних умов, нехтуватимемо цими відхиленнями і вважатимемо, що у всіх перерізах бруса напруги розподілені рівномірно і що в перерізі, де до бруса прикладено вздовж осі зосереджену силу, значення поздовжньої сили і напруг змінюються стрибкоподібно.

Для наочного зображення вздовж осі бруса поздовжніх сил і нормальних напруг будують графіки, які називають ***епюрами***.

Побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень ступінчастого бруса, зображеного на рис. 1.

Розв'язок. Розділимо брус на ділянки і пронумеруємо їх, як показано на рис. 1. Межами ділянок є точки прикладання зовнішніх сил і місця зміни розмірів поперечного перерізу. Цей брус складається з трьох ділянок.

Для побудови епюри поздовжніх сил N під рисунком бруса проведено вісь або базу епюри, паралельну осі бруса, і штриховими лініями обмежимо його ділянки. Величини поздовжніх сил у довільному масштабі відкладемо перпендикулярно до осі епюри, причому додатні значення N (розтяг) відкладаємо вгору, а від'ємні (стиск) – донизу від осі. Епюру штрихуємо тонкими лініями, перпендикулярними до осі. Лінія штрихування в масштабі (ордината графіка) дає значення поздовжньої сили у відповідному поперечному перерізі бруса.

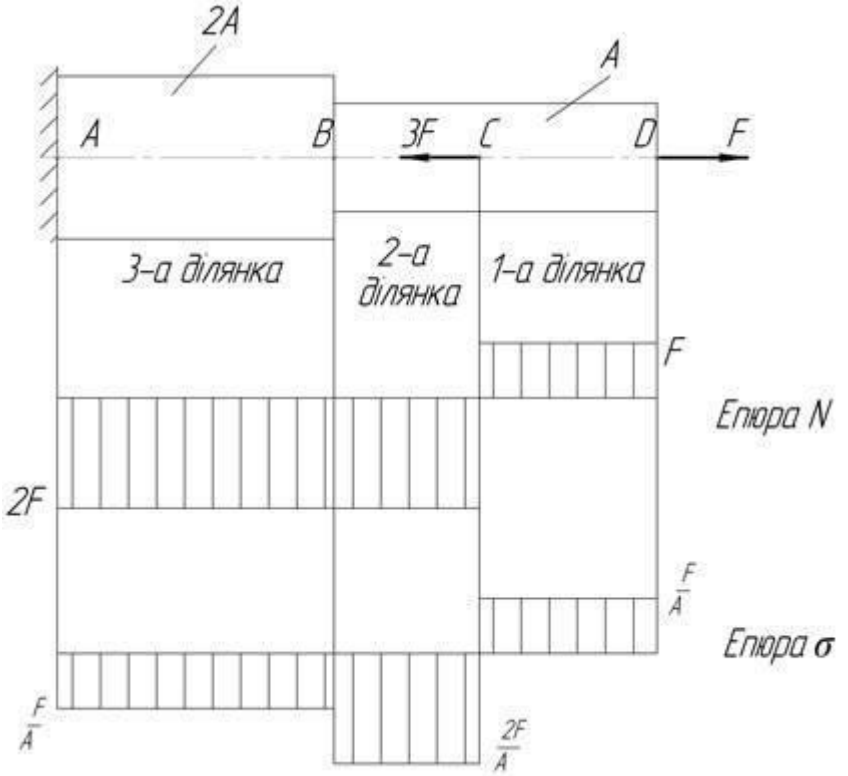


Рис. 1

У точках прикладання зосереджених сил на епюрі N відбуваються стрибкоподібні зміни, причому величина «стрибка» дорівнює модулю прикладеної в перерізі бруса зовнішньої зосередженої сили.

Перейдемо до побудови ***епюри N***.

Застосовуючи метод перерізів, з'ясовуємо, що в усіх поперечних перерізах першої ділянки діє поздовжня сила $N_1=F$. Відкладемо вгору від осі епюри величину F у довільному масштабі і проведемо пряму, паралельну осі епюри.

У точці С бруса прикладено силу 3F. Застосовуючи метод перерізів, з'ясовуємо, що в усіх поперечних перерізах другої і третьої ділянок діє поздовжня сила $N_2 = N_3 = F- 3F= -2F$ і епюра буде горизонтальною лінією, яка проходить на $2F$ нижче від осі епюри.

Очевидно, що значення ординати епюри поздовжніх сил під закріпленням дорівнює реакції закріплення. Зазначимо, що за методом перерізу зручніше розглядати рівновагу частини бруса, розміщеної з боку його вільного кінця, у противному разі треба заздалегідь визначити і вводити в рівняння рівноваги реакцію закріплення.

Щоб побудувати ***епюру σ,*** визначимо нормальні напруження на ділянках бруса, беручи відношення значення поздовжньої сили (з епюри N) до площі поперечного перерізу. Тоді:

- на першій ділянці нормальні напруження будуть $\sigma_1 = \frac{F}{A}$,
- на другій $\sigma_2 = \frac{2F}{A}$,
- на третій $\sigma_3 = \frac{2F}{2A} = \frac{F}{A}$.

Правила побудови епюри σ такі самі і для епюри N, зокрема і правило знаків.

У межах кожної ділянки напруження сталі, тому епюра σ на кожній ділянці паралельна осі.

У розрахунках на міцність звертають особливу увагу на ті перерізи бруса, в яких напруження за абсолютним значенням максимальні. Ці перерізи можуть бути небезпечними. У цьому прикладі такими є перерізи бруса на другій ділянці.

3. Поздовжні та поперечні деформації під час розтягу (стиску). Закон Гука. Модуль поздовжньої пружності, коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона). Жорсткість перерізів та жорсткість бруса під час розтягу і стиску. Визначення осьових переміщень поперечних перерізів бруса

Розглянемо деформації.

Під дією прикладених розтяжних сил стрижень видовжується на деяку величину Δl.

Якщо позначити початкову довжину через l, то ***абсолютне видовження*** визначається з виразу:

$$\Delta l = l_1 - l,$$

де l_1 – довжина стрижня після деформації.

Абсолютне видовження вимірюється в одиницях довжини (мм, см).

Для зручності порівняння деформацій застосуємо поняття про ***відносне видовження***, яке дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Відносне видовження число абстрактне, іноді його подають у відсотках

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\%.$$

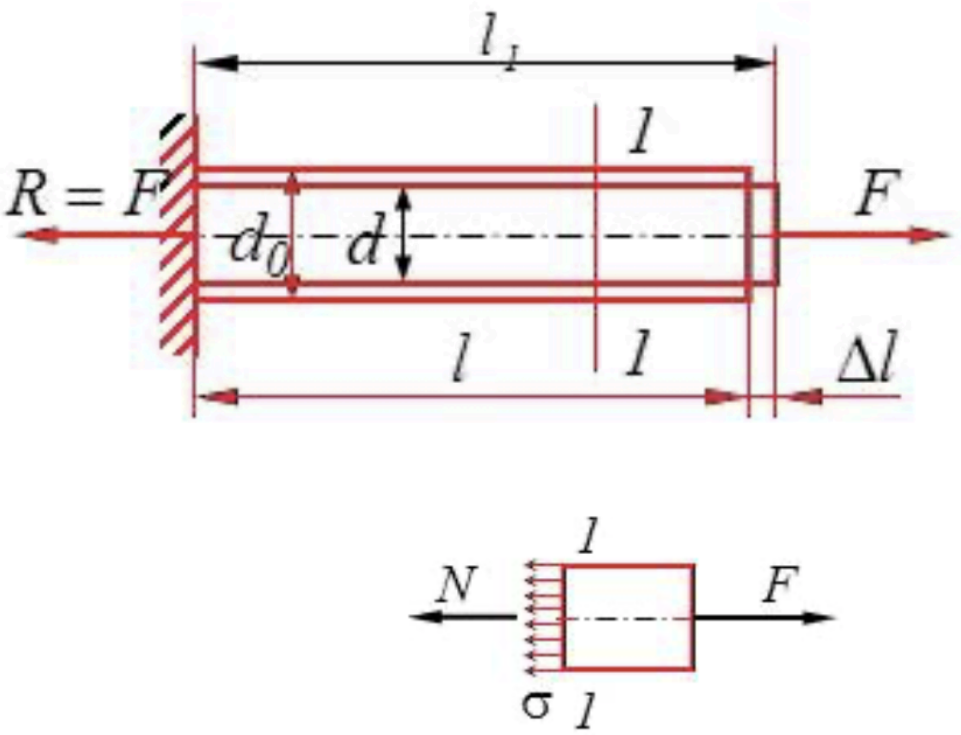


Рис. 2. Модель розтягу бруса

Якщо розглядати тільки пружні деформації бруса, то для них дослідним шляхом можна встановити залежність між напруженням і відносним видовженням. Ця залежність називається законом Гука.

<u>Закон Гука</u> для розтягу і стиску справедливий лише у певних межах навантаження і формулюється так: ***нормальна напруга прямо пропорційна відносному видовженню або укороченню.***

Залежність можна записати у вигляді рівності $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Коефіцієнт пропорційності *E* характеризує жорсткість матеріалу, тобто його здатність протидіяти пружним деформаціям розтягу або стиску, і називається модулем поздовжньої пружності або модулем пружності першого роду, вимірюється в (паскалях) Па.

Якщо у формулу закону Гука підставити $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, $\sigma = \frac{N}{A}$, то дістанемо формулу для визначення ***абсолютного видовження або вкорочення бруса:***

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}.$$

Добуток ***EA*** у знаменнику називають ***жорсткістю перерізу*** під час розтягу і стиску; він характеризує одночасно фізико-механічні властивості матеріалу і геометричні розміри поперечного перерізу бруса.

Для бруса, що має кілька ділянок, які відрізняються матеріалом, розмірами поперечного перерізу, величиною поздовжньої сили, зміна довжини всього бруса дорівнює алгебраїчній сумі видовжень і укорочень окремих ділянок:

$$\Delta l = \sum \Delta l_k .$$

Стрижні, на які діють розтяжні або стискальні сили, як показали досліди, зазнають не тільки поздовжньої, а й поперечної деформації. ***Відносна поперечна деформація дорівнює***:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

де: *d* – початковий поперечний розмір,

$\Delta d = d - do$ - зміна поперечного розміру.

Залежність між відносною поперечною ε' і відносною поздовжньою ε деформаціями вперше встановив французький учений Пуассон (1781–1840).

$$\mu = \frac{|\varepsilon'|}{|\varepsilon|}$$

- коефіцієнт Пуассона, залежить від властивостей матеріалу і лежить у межах від 0 (корок) до 0,5 (парафін); для сталі μ = 0,25….0,33, для чавуна μ =0,23..0,27.

4. Експериментальне дослідження розтягу й стиску матеріалів

Механічні характеристики матеріалів, тобто величини, які характеризують їх міцність, пластичність, пружність, твердість, а також пружні сталі величини ***E*** і ***μ*** потрібні конструктору для вибору матеріалів та розрахунків проектованих деталей, визначають за допомогою механічних випробувань стандартних зразків, виготовлених з досліджуваного матеріалу.

Найбільш поширеніше і важливіше механічне випробування на розтяг маловуглецевої сталі (наприклад, сталі Ст.3) за статичного навантаження.

У процесі цього випробування спеціальний пристрій випробувальної машини автоматично креслить діаграму, яка показує залежність між розтяжною силою і абсолютним видовженням, тобто в координатах (F, Δl). Для вивчення механічних властивостей матеріалу незалежно від розмірів зразка застосовують діаграму в координатах «напруга – відносне видовження» (σ, ε). Ці діаграми відрізняються одна від одної лише масштабами.

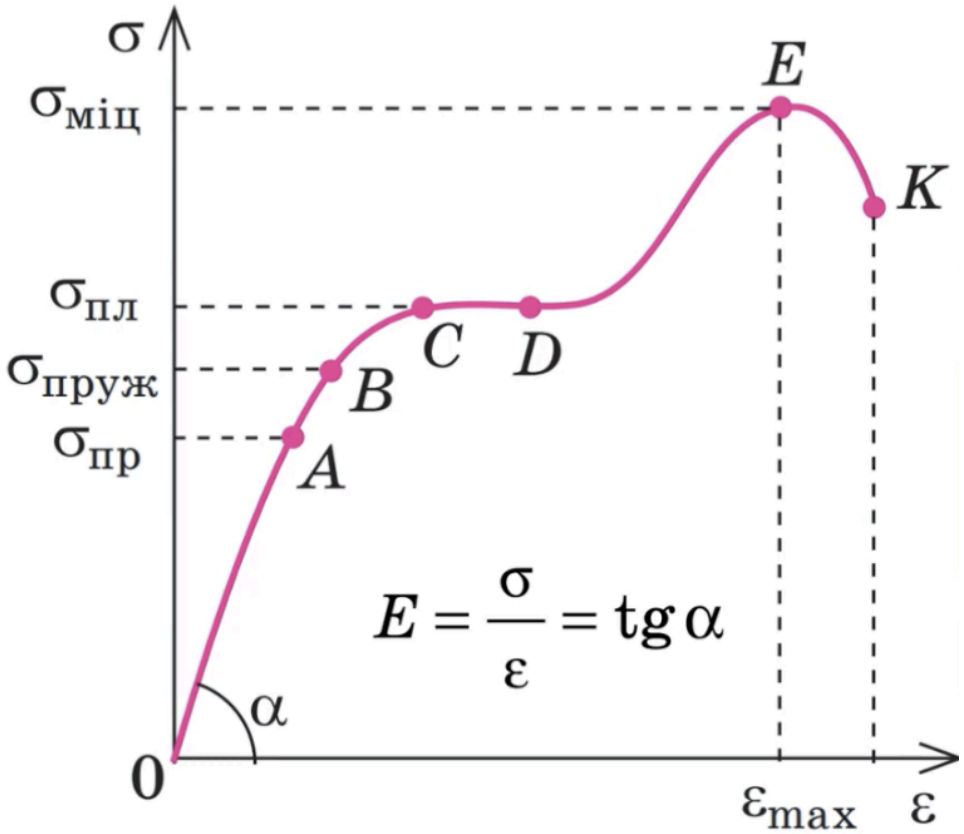
Діаграму розтягу маловуглецевої сталі подано на рис. 3. Ця діаграма має такі характерні точки. Точка А відповідає границі пропорційності. ***Границею пропорційності*** σ_n називають таку найбільшу напругу, до якої деформації зростають пропорційно навантаженню, тобто відповідно до закону Гука (для сталі Ст.3 σ_n = 200 МПа).

Точка А практично відповідає й іншій границі, яку називають границею пружності. ***Границею пружності*** $\sigma_{пр}$ називають таку найбільшу напругу, до якої деформації практично залишаються пружними.

Точка С відповідає границі текучості. ***Границею текучості*** $\sigma_т$ називають таку напругу, за якої у зразку виникає помітне видовження без збільшення навантаження (для сталі Ст.3 $\sigma_т$ = 240 МПа).

Коли деформація досягає границі текучості, поверхня зразка стає матовою, бо на ній появляється сітка ліній Людерса-Чернова, нахилених до осі під кутом 45°. Ці лінії вперше в 1859 р. описали німецький металург Людерс і незалежно від нього в 1884 р. російський металург Д.К. Чернов (1839–1921), який запропонував використовувати їх для експериментального вивчення напруг у складних деталях.

Границя текучості – це основна механічна характеристика для оцінювання міцності пластичних матеріалів.



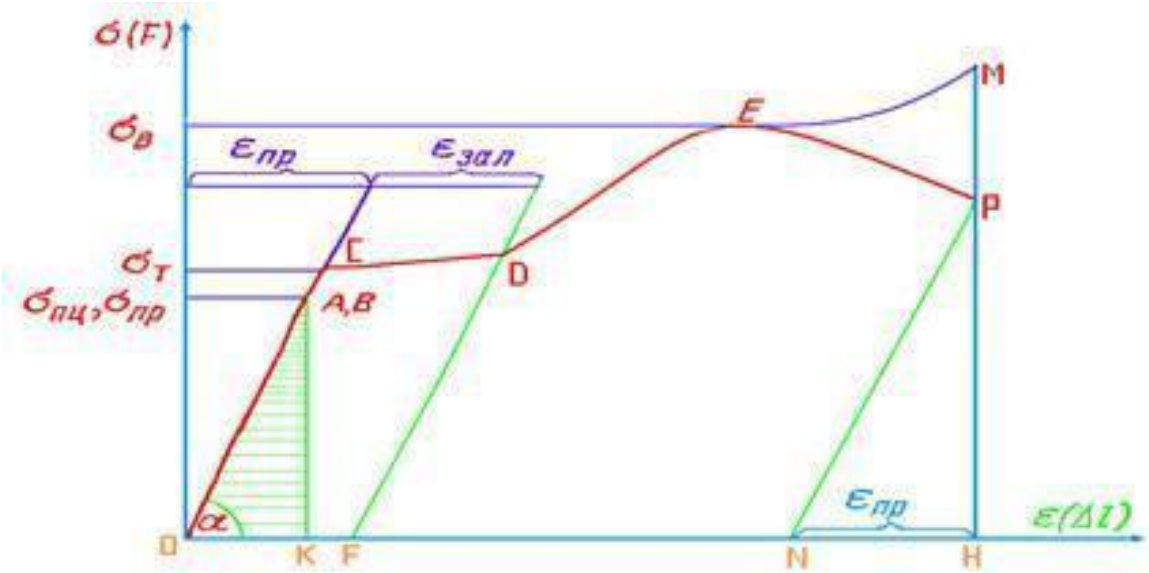


Рис. 3

Точка В відповідає тимчасовому опору або границі міцності.

Тимчасовим опором $\sigma_м$ називають умовну напругу, що дорівнює відношенню максимальної сили, яку витримує зразок, до початкової площі його поперечного перерізу (для сталі Ст.3 $\sigma_м$ = 400 МПа). Коли деформація досягає тимчасового опору,то на розтягуваному зразку утворюється місцеве звуження – шийка, тобто починається руйнування зразка. В означенні

тимчасового опору йдеться про умовну напругу, оскільки в перерізах шийки напруги будуть більшими.

Границею міцності $\sigma_м$ називають тимчасовий опір зразка, який руйнується без утворення шийки. Границя міцності є основною механічною характеристикою для оцінювання міцності крихких матеріалів.

Точка D відповідає напрузі, яка виникає у зразку в момент розриву усіх поперечних перерізів, крім перерізу шийки.

Точка M відповідає напрузі, яка виникає у найменшому поперечному перерізі шийки в момент розриву. Цю напругу можна назвати напругою розриву.

Деформація зразка за границею пружності складається з пружної і залишкової, причому пружна частина деформації підлягає закону Гука й за границею пропорційності (рис. 3). Якщо навантаження зняти, то зразок скоротиться відповідно до прямої TF діаграми. За повторного навантаження того самого зразка його деформація відповідатиме діаграмі FTBD. Отже, за повторного розтягування зразка, раніше навантаженого більше, ніж границя пружності, механічні властивості матеріалу змінюються, а саме: підвищується міцність (границя пружності і пропорційності) і зменшується пластичність. Це явище називають наклепом.

Іноді наклеп небажаний (наприклад, під час пробивання отворів під заклепки збільшується можливість виникнення тріщин біля отворів). В інших випадках наклеп створюють навмисно (наприклад, ланцюги підіймальних машин, арматуру залізобетонних конструкцій, проводи, троси попередньо витягують за границю текучості). Дріт, який витягують волочінням, як результат наклепу має значно більшу міцність, ніж точений зразок з того самого матеріалу.

Ступінь пластичності матеріалу можна охарактеризувати величиною (у відсотках) залишкового відносного видовження $\boldsymbol{\delta}$ і залишкового відносного звуження $\boldsymbol{\psi}$ шийки зразка після розриву:

$$\delta = \frac{l_p - l_o}{l_j} \cdot 100; \quad \psi = \frac{A_o - A_ш}{A_o} \cdot 100,$$

де: l_o – початкова довжина зразка;

l_p – довжина зразка після розриву;

A_o – початкова площа поперечного перерізу зразка,

$A_ш$ – площа найменшого поперечного перерізу шийки зразка після розриву.

Що більші $\boldsymbol{\delta}$ і $\boldsymbol{\psi}$, то пластичніший матеріал. Матеріали, які мають дуже малу пластичність, називають крихкими. Діаграма розтягу крихких матеріалів немає переходу текучості, в них під час руйнування шийка не утворюється.

Діаграма стиску сталі до границі текучості збігається з діаграмою розтягу, до того ж результати випробування сталі на розтяг і стиск однакові.

Результати випробувань на розтяг і стиск чавуну значно відрізняються; границя міцності на розтяг у 3–5 разів менша, ніж на стиск. Інакше кажучи, чавун значно гірше працює на розтяг, ніж на стиск.

Чітко виражену площадку текучості мають лише діаграми розтягу маловуглецевої сталі і деяких сплавів кольорових металів. На рис. 4 показано для порівняння діаграми розтягу сталей з різним умістом вуглецю; з рисунка видно, що із збільшенням відсотка вмісту вуглецю зростає міцність сталі і зменшується її пластичність.

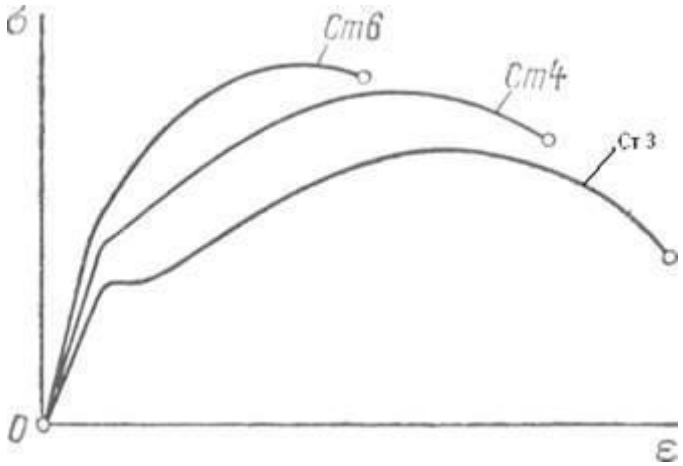


Рис. 4

Для пластичних матеріалів, діаграми розтягу яких не мають чітко вираженої ділянки текучості (середньо- і високовуглецеві, леговані сталі) або зовсім її не мають (мідь, дюралюміній), вводиться поняття умовної границі текучості – напруги, за якої відносне залишкове видовження зразка дорівнює 0,2 %. Умовну границю текучості також позначатимемо σ_T (іноді її позначають $\sigma_{0,2}$).

Поділ матеріалів на пластичні і крихкі цілком умовний, оскільки залежно від характеру діючого навантаження крихкий матеріал може набути пластичних властивостей і, навпаки, пластичний матеріал набуває властивостей крихкого. Так, наприклад, деталь з пластичного матеріалу за низької температури або ударного навантаження руйнується без утворення шийки, як крихка.

5. Коефіцієнт запасу міцності за статичного навантаження на границі міцності та границі текучості

У заводських умовах часто треба перевірити міцність деталі, наприклад для контролю правильності проведеної термообробки. Вирізати зразок з виготовленої деталі, як правило, неможливо, тому для непрямого визначення міцності матеріалу застосовують випробування на твердість.

Твердістю називається властивість матеріалу протидіяти прониканню в його поверхню більш твердого тіла – наконечника (індентора).

Для визначення твердості використовують методи Бринеля, Роквела та Вікерса.

Числом твердості за Бринелем HB є відношення сили, з якою загартована кулька тисне на поверхню зразка, до площини A одержаного при цьому відбитка: $HB = \frac{F}{A}$

Під час випробування за методом Роквела у поверхню зразка вдавлюється гострий алмазний конус (шкала C) або сталева загартована кулька (шкала B). З урахуванням значень сили F і глибини проникнення у зразок конуса (кульки) від двох послідовних навантаженнях за шкалою приладу визначається число твердості за Роквелом HR_C (HR_B).

Між числом твердості та границею міцності для кожного матеріалу існує експериментально підтверджена залежність. Так, для вуглецевої сталі $\sigma_B = (0{,}35 - 0{,}4)HB$.

Як результат механічних випробувань визначаються граничні (небезпечні) напруження $\sigma_{нб}$, за яких може порушитися працездатність конструкції. За небезпечне напруження за статичного навантаження для пластичних матеріалів можна прийняти границю текучості $\sigma_т$, а для крихких – границю міцності на розтяг $\sigma_м^+$ чи на стиск $\sigma_м^-$. Для забезпечення міцності деталей необхідно, щоб напруження, що виникають у них у процесі експлуатації, були меншими від небезпечних з певним запасом.

Максимальне безпечне напруження називається ***допустимим***. Воно визначається як відношення небезпечного напруження до нормативного (призначеного нормами проектування конструкцій) коефіцієнта запасу:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{нб}}{[n]}.$$

Нормативний коефіцієнт запасу $[n]$ лежить у широких межах 1,5–5. Його значення залежить від умов роботи деталі, точності методів розрахунку, властивостей матеріалу, призначення конструкції та інших факторів. Більш детальні рекомендації щодо нормативного коефіцієнта запасу наводяться у спеціальній довідниковій літературі залежно від галузі техніки, досвіду проектування та експлуатації машин певного типу.

6. Допустимі напруження. Розрахунки на міцність: перевірка міцності, визначення допустимого навантаження, визначення необхідних розмірів поперечного перерізу

Умова міцності. *Міцність стержня під час осьового розтягу і стиску забезпечена, якщо для кожного його поперечного перерізу найбільше розрахункове (робоче) напруження* σ *не перевищує допустимого [* σ *]:*

$$\sigma = \frac{N}{A} \le [\sigma].$$

Допустимі напруження – це максимальні значення напружень, за яких забезпечується надійна робота конструкції:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{гран}}{[n]},$$

де: $\sigma_{гран}$ – граничні напруження (напруження, за яких відбувається порушення роботи або руйнування деталей конструкції), для конструкцій з пластичних матеріалів граничним напруженням є межа текучості $\sigma_т$, а для крихких матеріалів – це межа міцності $\sigma_м$;

$[n]$ – допустимий (мінімально необхідний) коефіцієнт запасу міцності.

Для конструкцій з пластичних матеріалів допустимі напруження на розтяг і стиск однакові, тому для них σ – найбільше за абсолютною величиною напруження. Крихкі матеріали значно гірше працюють на розтяг, ніж на стиск:

$$[\sigma_{ст}] \approx 3\text{-}5[\sigma_р],$$

де: $[\sigma_{ст}]$ – допустиме напруження стиску;

$[\sigma_р]$ – допустиме напруження розтягу.

Умова міцності для крихкого матеріалу:

$$\sigma_{ст} \le [\sigma_{ст}] \qquad \sigma_р \le [\sigma_р],$$

де $\sigma_{ст}$, $\sigma_р$ – найбільші розрахункові напруження стиску і розтягу.

Залежно від мети розрахунку можна виконати три види розрахунків на міцність:

1) Перевірка міцності (перевірний розрахунок) – за заданої поздовжньої сили N і площі поперечного перерізу A визначають робоче (розрахункове) напруження порівнюють його з допустимим:

$$\sigma = \frac{N}{A} \le [\sigma].$$

Допускається недовантаження до 5 %, перевантаження до 10 %.

2) Підбір поперечного перерізу (проектний розрахунок) – за відомих поздовжньої сили N і допустимого напруження $[\sigma]$ визначають необхідні розміри перерізу:

$$A = \frac{N}{[\sigma]}.$$

3) Визначення допустимого навантаження:

$$[N] \le [\sigma] \cdot A.$$