

Module: Physique 3, élément de module: Statique des fluides
Contrôle final, Durée: 1h30mn

Exercice 1:

En appliquant le principe fondamental de l'hydrostatique entre A et C :

$$P_C - P_A = \rho_{\text{eau}} g (z_C - z_A)$$

$$\Rightarrow P_C = P_A + \rho_{\text{eau}} g (h + x)$$

De même, en appliquant le principe fondamental de l'hydrostatique entre C et D :

$$P_D - P_C = \rho_{\text{mercure}} g (z_D - z_C)$$

$$\Rightarrow P_D = P_C - d \rho_{\text{eau}} g (h)$$

$$\Rightarrow P_D = P_A + \rho_{\text{eau}} g x + h \rho_{\text{eau}} g (1 - d)$$

En appliquant le principe fondamental de l'hydrostatique entre D et B :

$$P_B - P_D = \rho_{\text{eau}} g (z_B - z_D) \Rightarrow P_B = P_D + \rho_{\text{eau}} g y$$

$$P_B = P_A + \rho_{\text{eau}} g x + h \rho_{\text{eau}} g (1 - d) + \rho_{\text{eau}} g y$$

$$P_B = P_A + \rho_{\text{eau}} g (x + y) + h \rho_{\text{eau}} g (1 - d)$$

$$\Rightarrow h = \frac{P_B - (P_A + \rho_{\text{eau}} g (x + y))}{\rho_{\text{eau}} g (1 - d)} = 1.272 \text{ m}$$

Exercice 2:

2.1 En appliquant le principe fondamental de l'hydrostatique entre G et A :

$$P_G - P_A = \rho_{\text{eau}} g (y_A - y_G)$$

Avec $y_G = 0$, $y_A = h / 2$ et $P_A = P_{\text{atm}}$ (négligée)

Donc : $P_G = \rho_{\text{eau}} g h / 2 = 9819 \text{ Pa}$

2.2 La résultante $\vec{R}$ des forces de pression par définition : $\vec{R} = \iint P(y) \vec{x} \, dydz$

$$P(y) - P_G = \rho_{\text{eau}} g (y_G - y) \quad \text{où } y_G = 0$$

Avec $\Rightarrow P(y) = P_G - \rho_{\text{eau}} g y$

$$\vec{R} = \left(\int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} (P_G - \rho_{\text{eau}} g y) dydz \right) \vec{x}$$

On remplace dans l'expression de $\vec{R}$:

On trouve finalement : $\vec{R} = bh P_G \vec{x} = S P_G \vec{x}$

Application numérique : $\|\vec{R}\| = 78480 \text{ N}$

2.3 Le moment $\vec{M}_G$ des forces de pression : $\vec{M}_G = \iiint \vec{GM} \wedge P(y) \vec{x} \, dydz$

Avec : $\vec{GM} = y \cdot \vec{y} \Rightarrow \vec{M}_G = - \iiint y P(y) \vec{z} \, dydz$

$$\vec{M}_G = \rho_{\text{eau}} g \frac{bh^3}{12} \vec{z} = \rho_{\text{eau}} g I_{(G, \vec{z})} \vec{z}$$

On trouve finalement :

Application numérique : $\|\vec{M}_G\| = 26160 \text{ N}$

$$y_0 = -\frac{\|\vec{M}_G\|}{\|\vec{R}\|} = -0.33 \text{ m}$$

2.4 l'ordonnée y_0 du centre de poussée :

Exercice 3:

3.1 Le solide est soumis à son poids propre $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{A}$.

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{A} = \vec{0} \Rightarrow P = A$

La poussée d'Archimède : $A = \rho_{\text{eau}} g V_{\text{fd}}$

$$\text{Avec } V_{\text{fd}} = \frac{V_t}{2} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad (1)$$

Le poids du tronc : $P = \rho_t g V_t \quad (2)$

$$\text{Avec } V_t = L \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

En égalisant entre (1) et (2), on aura : $\rho_t = \frac{\rho_{\text{eau}}}{2} = 500 \text{ kg / m}^3$

3.2 A l'équilibre $\vec{P} + \vec{A} + \vec{F}_1 = \vec{0} \Rightarrow P - A + F_1 = 0 \quad (3)$

La poussée d'Archimède $A = \rho_{\text{eau}} g V_{\text{fd}}$

$$\text{Avec } V_{\text{fd}} = \frac{V_t}{2} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

Compte tenu de l'équation (3) :

$$F_1 = A - P = L \cdot g \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \cdot \left(\frac{\rho_{\text{eau}}}{2} - \rho_t \right) \text{ or } \rho_t = \frac{\rho_{\text{eau}}}{2}$$

D'où : $F_1 = 0$

3.3 On a $P - A + F_2 = 0$

$$F_2 = A - P = L \cdot g \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \cdot (\rho_{\text{eau}} - \rho_t) = 1560.21 \text{ N}$$