…………………………………………. 10.SINIF MATEMATİK DERS PLANI

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	**Tarih**	**3-14 Mart 2025**
Sınıf	10	**Süre**	**12 ders saati**
Alt Öğrenme Alanı	**İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER**		
Konu	İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Kökleri İle Katsayıları Arasındaki İlişki		

BÖLÜM II

Kazanım	10.4.1.4. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkileri kullanarak işlemler yapar.
Değerler	Paylaşma ve Empati
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ İLİŞKİ

İpucu

$a \neq 0$ ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise
$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ve $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$ olur.

Örnek

$2x^2-3x+4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

a) x_1+x_2 ifadesinin değerini bulunuz.

b) $x_1 \cdot x_2$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$2x^2-3x+4=0$ denkleminde $a=2$, $b=-3$ ve $c=4$ olur. Buradan

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{(-3)}{2}=\frac{3}{2}$,

$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{4}{2}=2$ olur.

Örnek

m gerçek sayı olmak üzere $6x^2+2mx+9=0$ denkleminin kökleri $x_1,\ x_2$ dir. $x_1+x_2=-5$ olduğuna göre m değerini bulunuz.

Çözüm

$6x^2+2mx+9=0$ denkleminde $a=6,\ b=2m$ ve $c=9$ olur. Buradan $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{2m}{6}=-\frac{m}{3}$ bulunur. $x_1+x_2=-5$ olduğundan $-\frac{m}{3}=-5 \Rightarrow m=15$ olur.

Örnek

$5x^2+8x-3=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre $x_1+x_2+x_1\cdot x_2$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$5x^2+8x-3=0$ denkleminde $a=5,\ b=8$ ve $c=-3$ olur.

Buradan $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{8}{5}$ ve $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{-3}{5}$ değerleri $x_1+x_2+x_1\cdot x_2$ ifadesinde yerine yazılırsa

$x_1+x_2+x_1\cdot x_2=\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{11}{5}$ olur.

Örnek

$x^2+bx+27=0$ denkleminin kökleri $x_1,\ x_2$ ve $x_1=(x_2)^2$ olduğuna göre b gerçek sayısının kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

$x^2+bx+27=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise $x_1\cdot x_2=27$ olur. Bu eşitlikte x_1 yerine $(x_2)^2$ yazılırsa

$(x_2)^2\cdot x_2=27 \Rightarrow (x_2)^3=27 \Rightarrow x_2=3$ olur.

Bulunan $x_2=3$ değeri $x^2+bx+27=0$ denkleminin bir kökü olup bu denklemi sağlayacağından x yerine 3 yazılırsa $3^2+b\cdot 3+27=0 \Rightarrow 3b=-36 \Rightarrow b=-12$ olur.

Örnek

$x^2+4x+3m-2=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $2x_1-x_2=-2$ olduğuna göre m gerçek sayısının değerini bulunuz.

Çözüm

$x^2+4x+3m-2=0$ denkleminde $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{4}{1}=-4$ bulunur. $x_1+x_2=-4$ ve $2x_1-x_2=-2$ denklemlerinin ortak çözümünden

$$\begin{array}{r} x_1+\cancel{x_2}=-4 \\ +\quad 2x_1-\cancel{x_2}=-2 \\ \hline 3x_1=-6 \end{array}$$

$3x_1=-6 \Rightarrow x_1=-2$ bulunup bu değer $x^2+4x+3m-2=0$ denkleminde x yerine yazılırsa

$$(-2)^2+4\cdot(-2)+3m-2=0 \Rightarrow 4-8+3m-2=0$$
$$3m-6=0$$
$$m=2 \text{ olur.}$$

Kökleri Verilen İkinci Dereceden Denklemi Elde Etme

$a\neq 0$ ve a, b, $c\in\mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ denkleminde eşitliğin her iki tarafı a ile bölünürse $\frac{\cancel{a}x^2}{\cancel{a}}+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}=\frac{0}{a}\Rightarrow x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}=0$ olur.

$\frac{b}{a}=-(x_1+x_2)$ ve $\frac{c}{a}=x_1\cdot x_2$ değerleri bu denklemde yerine yazılırsa

$x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}=0\Rightarrow x^2-(x_1+x_2)\cdot x+x_1\cdot x_2=0$ bulunur. Buradan

kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $x^2-(x_1+x_2)\cdot x+x_1\cdot x_2=0$

biçiminde oluşturulur.

Bir başka ifadeyle kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem yazılırken sırasıyla

- $T=x_1+x_2$ değeri bulunur.
- $Ç=x_1\cdot x_2$ değeri bulunur.
- Bulunan T ve Ç değeri $x^2-Tx+Ç=0$ denkleminde yerine yazılır.

Böylece ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem oluşturulmuş olur.

Örnek

Kökleri $x_1=5$ ve $x_2=-3$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

Çözüm

Kökler toplamı T, kökler çarpımı Ç olmak üzere
$T=x_1+x_2=5+(-3)=2$, $Ç=x_1\cdot x_2=5\cdot(-3)=-15$ bulunur.

Bulunan T ve Ç değeri $x^2-Tx+Ç=0$ denkleminde yerine yazılırsa

$x^2-2\cdot x+(-15)=0\Rightarrow x^2-2x-15=0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi elde edilir.

Örnek

Köklerinden biri $2+\sqrt{3}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

Çözüm

İkinci dereceden rasyonel katsayılı bir denklemin köklerinden biri $2+\sqrt{3}$ ise diğer kökü $2-\sqrt{3}$ tür.
Buradan $T=x_1+x_2=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$, $Ç=x_1\cdot x_2=(2+\sqrt{3})\cdot(2-\sqrt{3})=4-3=1$ değerleri $x^2-Tx+Ç=0$ denkleminde yerine yazılırsa $x^2-4x+1=0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi elde edilir.

Örnek

$x^2-4x+12=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere $(x_1)^2\cdot x_2+x_1\cdot(x_2)^2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$(x_1)^2\cdot x_2+x_1\cdot(x_2)^2$ ifadesi $x_1\cdot x_2$ parantezine alınırsa $(x_1)^2\cdot x_2+x_1\cdot(x_2)^2=x_1\cdot x_2\cdot(x_1+x_2)$ olur.

$x^2-4x+12=0$ denkleminde $x_1+x_2=-\dfrac{(-4)}{1}=4$ ve $x_1\cdot x_2=\dfrac{12}{1}=12$ olur.

Buradan $(x_1)^2\cdot x_2+x_1\cdot(x_2)^2=\underbrace{x_1\cdot x_2}_{12}\cdot\underbrace{(x_1+x_2)}_{4}=12\cdot 4=48$ olur.

Örnek

$x^2-3x+4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre kökleri $2x_1-1$ ve $2x_2-1$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

Çözüm

$x^2-3x+4=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere istenilen denklemde kökler toplamı
$T=2x_1-1+2x_2-1=2\cdot(x_1+x_2)-2$......(I),
kökler çarpımı $Ç=(2x_1-1)\cdot(2x_2-1)=4x_1\cdot x_2-2\cdot(x_1+x_2)+1$ ....(II) bulunur.

$x^2-3x+4=0$ denkleminde $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{(-3)}{1}=3$ ve $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{1}=4$ olur. Bu değerler

(I) ve (II) numaralı denklemlerde yerlerine yazılırsa $T=2\cdot\underbrace{(x_1+x_2)}_{3}-2=2\cdot 3-2=6-2=4$,

$Ç=4\cdot\underbrace{(x_1\cdot x_2)}_{4}-2\cdot\underbrace{(x_1+x_2)}_{3}+1=4\cdot 4-2\cdot 3+1=16-6+1=11$ elde edilir. Buradan T ve Ç değerleri $x^2-Tx+Ç=0$ denkleminde yerine yazılırsa $x^2-4x+11=0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi elde edilir.

Örnek

$3x^2 - mx + n = 0$ denkleminin kökleri $x^2 + mx + 2 = 0$ denkleminin köklerinden üçer fazla olduğuna göre m gerçek sayısının değerini bulunuz.

Çözüm

$3x^2 - mx + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olursa $x^2 + mx + 2 = 0$ denkleminin kökleri, $(x_1 - 3)$ ve $(x_2 - 3)$ olur. $3x^2 - mx + n = 0$ denkleminde kökler toplamı $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-m)}{3} = \frac{m}{3}$,

$x^2 + mx + 2 = 0$ denkleminde kökler toplamı $(x_1 - 3) + (x_2 - 3) = -\frac{b}{a} = -\frac{m}{1} = -m$ olur. Buradan

$$(x_1 - 3) + (x_2 - 3) = -m \Rightarrow \underbrace{x_1 + x_2}_{\frac{m}{3}} - 6 = -m \Rightarrow \frac{m}{3} - 6 = -m \Rightarrow \frac{m}{3} + m = 6 \Rightarrow \frac{4m}{3} = 6 \text{ ve } m = \frac{9}{2} \text{ olur.}$$

Örnek

$2x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre kökleri $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazınız.

Çözüm

$2x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere istenilen denklemin kökleri $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$ dir.

Buradan bu denklemin kökler toplamı $T = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$ ....(I),

kökler çarpımı $Ç = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2}$ ....(II) bulunur.

$2x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminde $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-4)}{2} = 2$ ve $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ olur. Bu değerler

(I) ve (II) numaralı denklemlerde yerlerine yazılırsa $T = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ ve $Ç = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ elde edilir. Buradan T ve Ç değerleri $x^2 - Tx + Ç = 0$ denkleminde yerine yazılırsa $x^2 - 4x + 2 = 0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi elde edilir.

BÖLÜM IV

Ölçme ve Değerlendirme

1. $x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre

a) $x_1 + x_2$ ifadesinin değerini bulunuz.

b) $x_1 \cdot x_2$ ifadesinin değerini bulunuz.

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ifadesinin değerini bulunuz.

2. $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1^2 + x_2^2 = 2$ olduğuna göre m gerçek sayısının değerini bulunuz.

3. $(a-1)x^3 + (a+2)x^2 - x + a - 3 = 0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ifadesinin değerini bulunuz.

4. Kökleri -2 ve 3 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

5. $x^2 - (3+a)x - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 = (x_2)^2$ olduğuna göre a gerçek sayısının değerini bulunuz.

6. $x^2 - 7x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ ifadesinin değerini bulunuz.

7. $m \neq 0$, $mx^2 - x + 3m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 + x_2 = 4 \cdot x_1 \cdot x_2$ olduğuna göre m gerçek sayısının değerini bulunuz.

8. $3x^2 - 9x - 2a + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere $x_1 - 2x_2 = -3$ olduğuna göre a gerçek sayısının değerini bulunuz.

9. $ax^2 + bx + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere

I. $a, b \in \mathbb{R}$

II. $x_1 + x_2 = 5$

III. $x_1 \cdot x_2 = -1$

olduğuna göre $a \cdot b$ ifadesinin değerini bulunuz.

10. $x^2 - 8x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. Kökleri $(x_1 + 2)$ ve $(x_2 + 2)$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi	---

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar	Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

…/…./2025
UYGUNDUR
Okul Müdürü
……………………..

……………………….
………..
Matematik Öğretmeni