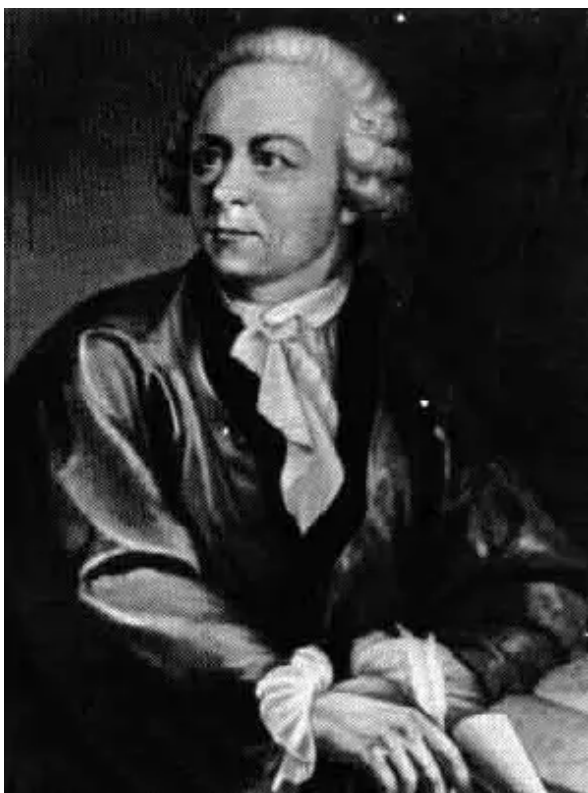
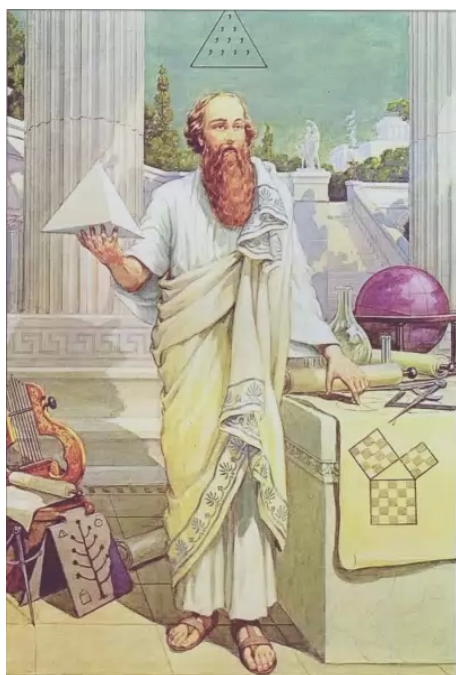


Математика і музика.

Дослідженню музики присвячували свої роботи багато відомих математиків: Рене Декарт, Готфрід Лейбніц, Християн Гольдбах, Жан Д'Аламбер, Леонард Ейлер, Данило Бернуллі. Перша праця Рене Декарта - "Compendium Musicae" ("Трактат про музику"), перша велика робота Леонарда Ейлера - "Дисертація про звук". Ця робота 1727 року починалася словами: «Моєю кінцевою метою в цій праці було те, що я прагнув представити музику як частину математики і вивести в належному порядку з правильних підстав все, що може зробити приємним об'єднанням і змішуванням звуків». Лейбніц в листі Гольдбаху пише: «Музика є прихована арифметична вправа душі, що не вміє рахувати». І Гольдбах йому відповідає: "Музика - це прояв прихованої математики".



Чому ж прихованої? Адже в Стародавній Греції музика прямо вважалася частиною математики, а ще точніше, розділом теорії чисел. Першим, хто спробував висловити красу музики за допомогою чисел, був Піфагор - той самий, чий ім'ям названа знаменита теорема. І в XVII столітті французький філософ, фізик, математик Марен Мерсен в трактаті «Істина наук проти скептиків або піроніків» також розглядав музику як галузь математики.



Піфагор був не лише математиком і філософом, а й теоретиком музики. Він займався пошуками музичної гармонії, оскільки вірив у те, що така музика необхідна для очищення душі і лікування тіла і здатна допомогти розгадати будь-яку таємницю. Одного разу, проходячи повз кузню, Піфагор випадково почув, як удари молотів створюють цілком певне співзвуччя, і після цього зайнявся експериментами, намагаючись знайти співвідношення між висотою тону і числами. За допомогою чаші з водою і однострунної арфи він вивчив взаємозв'язок між рівнем води і довжиною струни і виявив, що половина довжини струни піднімає ноту на одну октаву вгору.



Вісім звуків - до, ре, мі, фа, соль, ля, сі, до - найдавніша музична гама. В наші дні темперована гамма включає в себе дванадцять нот, включаючи діези і бемолі, але в основі її лежить винахід, за який ми повинні дякувати Піфагору. Існує припущення, що Піфагорів лад - його гаму - удосконалив Архит, але і в античній Греції, і в епоху Відродження гаму з восьми звуків називали Піфагора діатонічною гамою.

Піфагорова теорія музики досягла навіть небес. Піфагор поділяв уявлення про сферичності світобудови і при цьому першим назвав Всесвіт «космосом». У ті часи крім Землі, Місяця і Сонця були відомі тільки Меркурій, Венера, Марс, Юпітер і Сатурн. Але ще Піфагор припустив існування «анти-Землі» і при цьому виділяв 10 небесних тіл. Зрозуміло, це твердження було тоді чисто теоретичним: число «10» для нього символізувало гармонію Всесвіту. Пізніше він захопився ідеєю «музики сфер», прагнучи пов'язати консонантні (гармонійні) звуки з планетарними сферами. Він виходив з того, що інтервал в просторі між планетами - той же, що і шкала висоти музичного звуку. Кожна планета, рухаючись з постійною швидкістю, проходить певну відстань, створюючи звук. У міру того як відстань планет від центру збільшується, а обертання планет прискорюється, звук стає вище. Саме так Піфагор уявляв собі музику, яка звучить по всьому Всесвіті. Про вплив музики на людину з

давніх давен було добре відомо багатьом вченим, однак на зв'язок музики і чисел першим вказав саме Піфагор.



Піфагор стверджував, що «музика дуже благотворно діє на здоров'я, якщо займатися нею належним чином». Тому піфагорійці, «відходячи до сну, ... очищали розум від денного сум'яття і шуму певними піснями й особливого роду мелодіями і цим забезпечували собі спокійний сон з небагатьма і приємними сновидіннями ». Одного разу Піфагору вдалося вгамувати гнів п'яного дебошира юнака просто тим, що він звелів флейтисту зіграти урочисту мелодію. Тим самим філософ не тільки відкрив цілий ряд музичних ефектів, але і знайшов їм практичне застосування в навчанні та медицині.



З давніх пір до нас дійшов афоризм, що математика і музика - сестри. А здавалося б, що спільного між наукою, що користується суворою логікою доказів при вивченні природи і музикою - одним з прекрасних видів мистецтва, твори яких створюються в пориві натхнення?

Давньогрецький філософ Піфагор, один з найперших встановив зв'язок між музикою і математикою. Він створив вчення про звук, вивчав філософський і математичний аспекти звуку, навіть намагався пов'язати музику з астрономією. Використовуючи особливий інструмент - монохорд, Піфагор вивчав інтервали, відкривав математичні співвідношення між окремими звуками. Піфагор розвинув вчення про лікуванні хвороб за допомогою музики. Він вважав, що певні мелодії можуть позбавити людину від заздрості, ревнощів, гордині та інших вад.

Світове мистецтво багато в чому зобов'язане математиці. Приклад цьому - численні найдавніші споруди, кремлі, вежі, палаці та інші твори архітектури.

Спробуємо знайти спільні точки дотику точної науки математики і прекрасного, витонченого мистецтва - музики.

Отже, перший розділ нашого дослідження.

РИТМ

Навколишній світ повний ритмів. Про що говорить це слово? Кілька прикладів допоможуть нам побачити і почути ритми. Озирніться навколо: ритмічно звучать кроки, ритмічне наше дихання, ритмічний стукіт коліс потягів. Але варто нам почути слово ритм, як наші думки мимоволі звертаються до музики і це цілком зрозуміло: адже ритм - один з найважливіших елементів музики.

У музичному ритмі можливе зміщення ударних складів, так як мають більше значення музичні наголоси - акценти.

Ритми можна виявити і серед чисел. Подивіться на цей малюнок.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Перші 100 натуральних чисел розташовані у вигляді витонченої правильної фігури - так званого квадрата Піфагора.

Займемося пошуками ритмів, прихованих в таблиці.

У чисел, що стоять в одному рядку збігаються перші цифри, у чисел, що стоять в одному стовпці, збігаються другі цифри.

А тепер спробуйте виявити закономірності, приховані в інших таблицях.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ці таблиці є квадратами Піфагора, в яких відзначені всі числа, кратні 2,3,4,6.

- Яким ритмом володіють числа кратні, наприклад, 3?

Почнемо з 0 і, збільшуючи кожен раз на 1, будемо акцентувати всі числа, кратні 3. Ось що у нас виходить 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 і т.д.

Ми прийшли до красивого, правильного, рівномірного ритму, озвученого як музичний розмір 3/4.

Якщо ще раз вдивимося в таблиці, то зауважимо в них правильний рівномірний ритм. А що станеться, якщо дві такі таблиці накласти одну на одну?

Візьмемо, наприклад, таблицю кратних чисел 4 і накладемо її на таблицю кратних чисел 6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Числа, виділені зеленим кольором, розташовуються в правильній послідовності.

- Кратні якого числа виділені зеленим кольором? (Кратні числа 12).

- Такий збіг не випадковий. Як Ви думаєте, в чому причина? (Число 12 – найменше спільне кратне чисел 4 і 6.)