

الأعداد

أولية عدد
حقيقيالكتابة
العلميةالقاسم
المشترك
الأكبرحصر عدد
حقيقي

المجالات

01

01

01

01

01

01

01

01

0,75

0,75

0,75

0,75

1. العدد الطبيعي من بين الأعداد السابقة هو: 23 لأن: $\frac{\sqrt{529}}{23} = \frac{23}{23} = 1$ ونعلم أن: $1 \in \mathbb{N}$.
2. العدد الأولي من بين الأعداد السابقة هو: 149 ، لأنه لا يقبل القسمة على كل من $11, 7, 5, 3, 2$ وحاصل قسمته على 13 هو $11,46$ وبما أن $11,46 < 13$ ، ننهي عمليات القسمة ونستخلص أن العدد 149 أولي.
3. الكتابة العلمية للعدد A هي: $3,15 \times 10^9$ لأن:
- $$A = 6,3 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{15} = 31,5 \times 10^8 = 3,15 \times 10^9$$
4. القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B هو: 792 .
- التبرير: لدينا: $A = 8 \times 21 \times 33$ و $B = 4^3 \times 15^2 \times 11$
- ومنه: $A = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11$ و $B = 2^6 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$
- إذن: $PGCD(A; B) = 2^3 \times 3^2 \times 11 = 792$
5. إذا كان x عدد حقيقي حيث $x < -3$ ، إذن: $-3x + 5 > 14$ لأن:
- لدينا $x < -3$ معناه: $-3x > 9$ (ضرب طرفي المتباينة في نفس العدد -3)
- إذن: $-3x + 5 > 14$ (إضافة نفس العدد 5 إلى طرفي المتباينة)

6. العدد 2 ينتمي إلى المجال: $]-2; 5[$ لأن: $-2 < 2 < 5$.
7. مركز المجال $[2; 6]$ ونصف قطره هما على الترتيب: 4 و 2 لأن:
- المركز هو $c = \frac{2+6}{2} = 4$ ونصف القطر هو $r = \frac{6-2}{2} = 2$.
8. إذا كان: $I = [2; 4]$ و $J =]-1; 3[$ فإن: $I \cap J = [2; 3[$ و $I \cup J =]-1; 4]$.
- التبرير:



من التمثيل الهندسي للمجالين I و J نجد أن $I \cap J = [2; 3[$ و $I \cup J =]-1; 4]$.

❖ حل التمرين الثالث: (06 نقاط)

1. a و b عدنان حقيقيان حيث: $a + b = \sqrt{13}$ و $a \times b = 1$.

1. **تبيان أن $a^2 + b^2 = 11$:** لدينا: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ومنه:

$$(\sqrt{13})^2 = a^2 + b^2 + 2 \times 1$$

إذن: $13 = a^2 + b^2 + 2$ وبالتالي: $a^2 + b^2 = 11$

2. **حساب $a - b$:** لدينا: $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 11 - 2 \times 1 = 9$ ومنه: $(a - b)^2 = 9$

إذن: إما $a - b = 3$ أو $a - b = -3$

استنتاج قيمة كلا من a و b :

حل جملة
معادلتين
من
الدرجة
الأولى

حالة $a - b = 3$: بحل جملة معادلتين $\begin{cases} a + b = \sqrt{13} \\ a - b = 3 \end{cases}$ نجد: $a = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ و

0,5

$$b = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$$

حالة $a - b = -3$: بحل جملة معادلتين $\begin{cases} a + b = \sqrt{13} \\ a - b = -3 \end{cases}$ نجد: $a = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$ و

0,75

$$b = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \text{ و } a = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \quad 2.$$

0,75

1. تبين أن a هو مقلوب b : لتبين أن a هو مقلوب b يكفي تبين أن $a \times b = 1$.

0,5

$$a \times b = \left(\frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right) \left(\frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \right) = \frac{(3 + \sqrt{13})(-3 + \sqrt{13})}{2 \times 2} = \frac{(\sqrt{13})^2 - 3^2}{4} = \frac{13 - 9}{4} = 1 \text{ لدينا:}$$

بما أن $a \times b = 1$ فإن a هو مقلوب b .

$$2. \text{ حساب } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} : \text{ لدينا: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b + a}{ab} = \frac{\sqrt{13}}{1} = \sqrt{13}$$

$$\text{حساب } \frac{b}{a} + \frac{a}{b} : \text{ لدينا: } \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{11}{1} = 11$$

استنتاج قيمة مبسطة للعدد E :

0,5

لدينا:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{\frac{-3 + \sqrt{13}}{3 + \sqrt{13}} + \frac{3 + \sqrt{13}}{-3 + \sqrt{13}}} = \sqrt{\frac{1}{3 + \sqrt{13}} \times \frac{-3 + \sqrt{13}}{1} + \frac{1}{-3 + \sqrt{13}} \times \frac{3 + \sqrt{13}}{1}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3 + \sqrt{13}} \times \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} + \frac{2}{-3 + \sqrt{13}} \times \frac{3 + \sqrt{13}}{2}} = \sqrt{\frac{1}{a} \times b + \frac{1}{b} \times a} \\ &= \sqrt{\frac{b}{a} + \frac{a}{b}} = \sqrt{11} \end{aligned}$$

0,75

$$3. \text{ حساب العدد } a^{2021} \times b^{2021} : \text{ لدينا: } a^{2021} \times b^{2021} = (a \times b)^{2021} = (1)^{2021} = 1$$

حل التمرين الرابع: (06 نقاط)

1,5

$$A(x) = 2|2 - x| - 6$$

$$1. \text{ حساب } A(\sqrt{5}) :$$

$$\text{لدينا: } A(\sqrt{5}) = 2|2 - \sqrt{5}| - 6 = 2(\sqrt{5} - 2) - 6 = 2\sqrt{5} - 10 \approx -5,53$$

2. حل معادلة ومتراجحة باستعمال مفهوم المسافة بين نقطتين.

القوى
الصحيحة

القيمة
المطلقة

حل معادلة
تتضمن
قيمة مطلقة

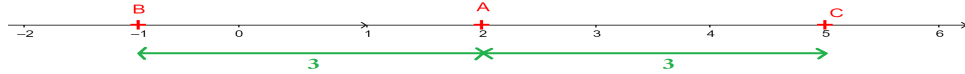
على مستقيم مدرج، نسمي M النقطة التي فاصلتها x .

1. حل المعادلة $A(x) = 0$:

لدينا: $A(x) = 0$ معناه: $2|2-x| - 6 = 0$ ومنه: $|2-x| = 3$

لدينا: $|2-x|$ هي المسافة من النقطة M إلى النقطة A ذات الفاصلة 2

و منه: $|2-x| = 3$ معناه: $AM = 3$



توجد عندئذ نقطتان B و C متناظرتان بالنسبة إلى A ، حيث المسافة من كل

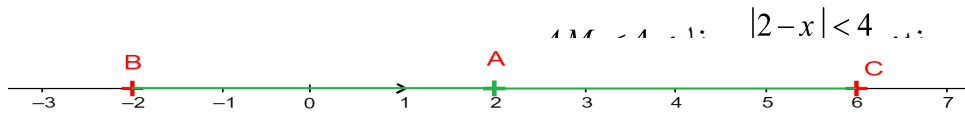
منهما إلى A هي 3: هما النقطتان اللتان فاصلتهما -1 و 5.

إذن، مجموعة حلول المعادلة هي: $S_1 = \{-1; 5\}$

2. حل المتراجحة $A(x) < 2$:

لدينا: $A(x) < 2$ معناه: $2|2-x| - 6 < 2$ ومنه: $|2-x| < 4$

لدينا: $|2-x|$ هي المسافة من النقطة M إلى النقطة A ذات الفاصلة 2



إذن، النقطة M تتحرك داخل القطعة $[BC]$ حيث المسافة بين كل من

النقطتين B و C إلى A هي 4 وحدات أي فاصلتهما -2 و 6، وهذا يعني أن:

$$x \in]-2; 6[$$

إذن، مجموعة حلول المتراجحة هي: $S_2 =]-2; 6[$

3. $|x - 12| < 1$

1. تعيين حصر العدد x :

لدينا: $|x - 12| < 1$ معناه: $-1 < x - 12 < 1$

ومنه: بإضافة نفس العدد 12 إلى أطراف المتباينة $11 < x < 13$

2. تعيين حصر العدد $K(x)$:

تعيين حصر العدد $3x + 2$:

حل
متراجحة
تتضمن
قيمة مطلقة

القيمة
المطلقة
والحصر

حصر عبارة
جبرية

1,5

1

1,25

لدينا: $11 < x < 13$ ومنه: $33 < 3x < 39$ (ضرب أطراف المتباينة في نفس

العدد 3)

إذن: $\textcircled{1} \dots 35 < 3x + 2 < 41$ (إضافة نفس العدد 2 إلى أطراف المتباينة)

تعيين حصرا للعدد $\frac{1}{x+1}$:

لدينا: $11 < x < 13$ ومنه: $12 < x + 1 < 14$ (إضافة نفس العدد 1 إلى أطراف

المتباينة)

إذن: $\textcircled{2} \dots \frac{1}{14} < \frac{1}{x+1} < \frac{1}{12}$ (استعمال مبرهنة المقلوب)

بضرب أطراف المتباينتين $\textcircled{1}$ و $\textcircled{2}$ طرفا بطرف نجد: $\frac{35}{14} < \frac{3x+2}{x+1} < \frac{41}{12}$

إذن: $\frac{5}{2} < K(x) < \frac{41}{12}$ أي: $2,5 < K(x) < 3,42$