

## Δράση δυο κάθετων δυνάμεων σε σώμα.

Ένα σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε σημείο  $A(2,2)$  (SI) ως προς σύστημα ορθογωνίων αξόνων  $X, \Psi$  στο ίδιο επίπεδο. Σε μια στιγμή  $t_0=0$  ασκούνται πάνω του δυο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, κάθετες μεταξύ τους, με μέτρα  $F_1=3\text{N}$  και  $F_2=4\text{N}$ .

Την χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$ :

- 1) Σε ποια θέση ως προς το σύστημα  $X\Psi$  θα βρεθεί το σώμα και ποιο το μέτρο της ταχύτητας του
- 2) i) Αν στο σώμα δρούσε μόνο η  $F_1$  ποια η μετατόπισή του  $\Delta x_1$ , και η ταχύτητα του .  
ii) Αν στο σώμα δρούσε μόνο η  $F_2$  ποια η μετατόπισή του  $\Delta \psi_2$ , και η ταχύτητα του .

iii) Να συνθέσετε τα  $\overset{\omega}{\Delta x}_1, \overset{\omega}{\Delta \psi}_2$  βρίσκοντας τη συνισταμένη καθώς και τις  $\overset{\omega}{v}_x, \overset{\omega}{v}_\psi$ . Τι παρατηρείτε ;

3) Την χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$  μπαίνοντας το σώμα σε περιοχή του οριζόντιου επιπέδου διαφορετικής φύσης, δέχεται επι πλέον δύναμη  $F$  αντίθετης κατεύθυνσης της ταχύτητας ,οπότε η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται την χρονική στιγμή  $t=4\text{s}$ .

i) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F$ .

ii) Να προσδιορίσετε τη θέση μηδενισμού της ταχύτητας

### ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)

Συνθέτω τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο και έχω την συνισταμένη:

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \Rightarrow \Sigma F = 5\text{N}$$

Το σώμα επιταχύνεται ομαλά στην κατεύθυνση της  $\Sigma F$

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{5}{1} \Rightarrow a = 5\text{m/s}^2$$

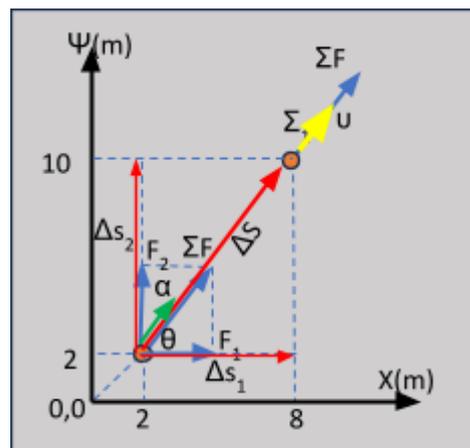
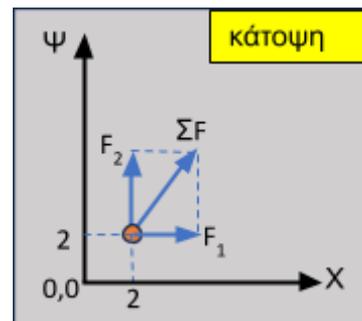
με επιτάχυνση :

Η μετατόπιση του σώματος σε  $\Delta t=2\text{s}$  θα είναι:

$$\Delta S = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta S = 10\text{m}$$

στην κατ / νση της  $\Sigma F$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνία την  $\theta$  έχουμε:



$$\Delta s_1 = \Delta S \sigma \nu \theta \xrightarrow{\sigma \nu \theta = \frac{F_1}{\Sigma F}} \Delta s_1 = \Delta S \frac{F_1}{\Sigma F} =$$

$$10 \frac{3}{5} \Rightarrow \Delta s_1 = 6m \text{ στην κατ / νση της } F_1$$

$$\Delta s_2 = \Delta S \sigma \nu \theta \xrightarrow{\eta \mu \theta = \frac{F_2}{\Sigma F}} \Delta s_2 = \Delta S \frac{F_2}{\Sigma F} = 10 \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Delta s_2 = 8m \text{ στην κατ / νση της } F_2$$

Άρα οι συντεταγμένες της θέσης του σώματος την  $t=2s$  είναι:

$$X = 2 + \Delta s_1 = 2 + 6 \Rightarrow X = 8m \quad \text{και} \quad \Psi = 2 + \Delta s_2 = 2 + 8 \Rightarrow \Psi = 10m$$

Τελικά η θέση του σώματος στο σύστημα  $X, \Psi$  είναι:  $\Sigma_1 (8,10) (SI)$

Το μέτρο της ταχύτητας του την  $t=2s$  δίδεται από τη σχέση:

$$|v| = |\alpha|t \Rightarrow |v| = 5 \cdot 2 \Rightarrow |v| = 10m/s \text{ με κατεύθυνση της } \Delta S$$

2) i) Αν δρα μόνο η  $F_1$  το σώμα θα κινηθεί παράλληλα στον άξονα  $x$  με επιτάχυνση :

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{3}{1} \Rightarrow \alpha_1 = 3m/s^2$$

$$\text{Μετατόπιση: } \Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta x = 6m$$

$$\text{Ταχύτητα: } v_x = \alpha_1 t = 3 \cdot 2 \Rightarrow v_x = 6m/s$$

ii) Αν δρα μόνο η  $F_2$  το σώμα θα κινηθεί παράλληλα στον άξονα  $\Psi$  με επιτάχυνση :

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{4}{1} \Rightarrow \alpha_2 = 4m/s^2$$

$$\text{Μετατόπιση: } \Delta \Psi = \frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta \Psi = 8m$$

$$\text{Ταχύτητα: } v_\Psi = \alpha_2 t = 4 \cdot 2 \Rightarrow v_\Psi = 8m/s$$

iii)

**Παρατηρούμε** ότι αν συνθέσουμε τα  $\Delta x^{\omega}$  και  $\Delta \Psi^{\omega}$  λόγω των δύο αιτίων ξεχωριστά ,θα δώσουν συνισταμένη την μετατόπιση λόγω της επιτάχυνσης από την συνισταμένη

$$\text{δύναμη. } \sqrt{\Delta x^2 + \Delta \Psi^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 = \Delta S$$

Άλλωστε τα  $\Delta x^{\psi}$  και  $\Delta \psi^{\psi}$  ταυτίζονται με τα  $\Delta s_1^{\psi}$  και  $\Delta s_2^{\psi}$  που βρήκαμε στο 1<sup>ο</sup> ερώτημα και που στην ουσία είναι συνιστώσες της μετατόπισης  $\Delta S^{\psi}$

Όμοια παρατηρούμε ότι αν συνθέσουμε τις  $u_1^{\psi}$  και  $u_2^{\psi}$  λόγω των δύο αιτίων

ξεχωριστά  $\sqrt{v_x^2 + v_\psi^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 = v$

,θα δώσουν συνισταμένη την ταχύτητα λόγω της επιτάχυνσης από την συνισταμένη δύναμη.

**Σχόλιο:** (Το ίδιο ισχύει και για τις επιταχύνσεις)

3) Η επιβραδυνόμενη κίνηση διαρκεί  $\Delta t = 4 - 2 = 2s$

Ισχύει:

$$v_\tau = v - |a'|t \xrightarrow{v_\tau=0} |a'| = \frac{v}{t} = \frac{10}{2} \Rightarrow$$

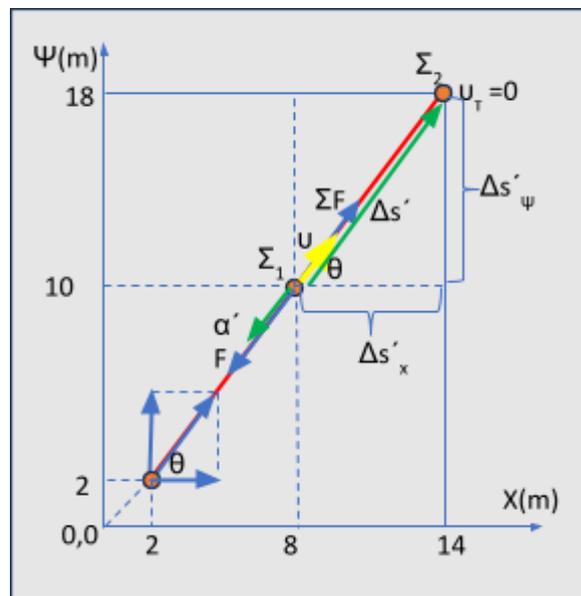
$$|a'| = 5m/s^2$$

$$\Sigma F - |F| = -m|a'| \Rightarrow$$

$$5 - |F| = -5 \Rightarrow |F| = 10N$$

$$\Delta s' = v \cdot \frac{1}{2} |a'| t^2 = 10 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2^2 \Rightarrow$$

$$\Delta s' = 10m$$



Από το σχήμα και από το ορθογώνιο με υποτείνουσα την  $\Delta s'$  έχουμε:

$$\Delta s'_x = \Delta s \cos\theta \xrightarrow{\cos\theta = \frac{F_1}{\Sigma F}} \Delta s'_x = \Delta s \frac{F_1}{\Sigma F} = 10s \frac{3}{5} \Rightarrow \Delta s'_x = 6m$$

$$\Delta s'_\psi = \Delta s \sin\theta \xrightarrow{\sin\theta = \frac{F_2}{\Sigma F}} \Delta s'_\psi = \Delta s \frac{F_2}{\Sigma F} = 10s \frac{4}{5} \Rightarrow \Delta s'_\psi = 8m$$

Οι συντεταγμένες της θέσης  $\Sigma_2$  θα είναι:

$$X_2 = 2 + \Delta s_1 + \Delta s'_x = 2 + 6 + 6 \Rightarrow X = 14m$$

$$\Psi_2 = 2 + \Delta s_2 + \Delta s'_\psi = 2 + 8 + 8 \Rightarrow \Psi = 18m$$

Άρα η θέση του σώματος θα είναι  $\Sigma_2(14, 18)$  (SI)

**Παντελέμων Παπαδάκης**

**24/01/2024**