

Chapitre III

DIOPTRE ET MIROIR SPHÉRIQUES

I. Dioptre sphérique

I.1 Définitions et convention

Un dioptre sphérique est formé de deux milieux transparents d'indices différents n_1 et n_2 séparés par une surface sphérique (figure III-1).

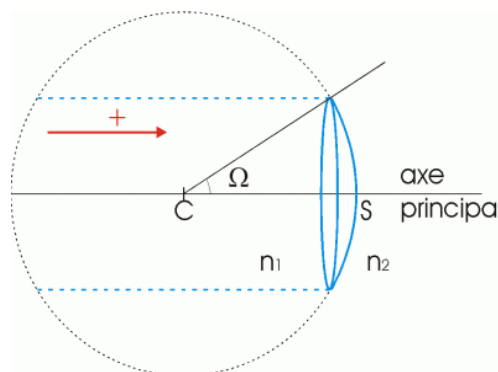


Figure III-1

Le centre et le rayon " du dioptre " sont le centre et le rayon algébrique $R = \overline{SC}$ de la sphère. L'axe principal du dioptre est le diamètre de la sphère perpendiculaire au plan de base de la calotte sphérique utile : c'est l'axe optique.

Le pôle de cette même calotte est le sommet S du dioptre.

Toutes les distances le long de l'axe optique sont mesurées algébriquement en orientant positivement cet axe dans le sens de propagation de la lumière.

I.2 Conditions du stigmatisme approché

Le stigmatisme rigoureux est réalisé pour le centre du dioptre qui est sa propre image. On admet que, comme pour le dioptre plan, le stigmatisme approché sera bien réalisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.

Dans le cadre de cette approximation les rayons sont paraxiaux ce qui correspond aux deux hypothèses suivantes :

- le plan (perpendiculaire à l'axe) en I peut être confondu avec le plan tangent en S ce qui correspond à δ (figure III-2).

- pour les rayons voisins de l'axe les angles i_1 et i_2 seront toujours petits de telle sorte qu'on pourra utiliser, si i est exprimé en radians, les égalités approchées suivantes :

$$\sin i \approx \tan i \text{ et } \cos i \approx 1$$

I.3 Formule de conjugaison avec origine au sommet

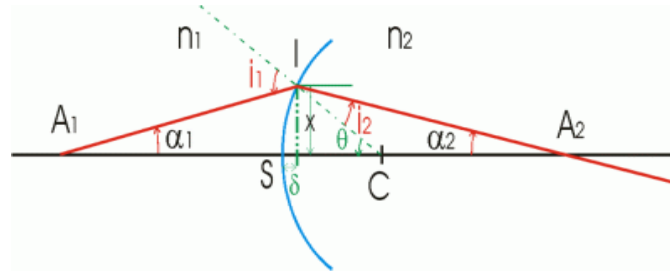


Figure III-2

On pose α_1 l'angle que fait le rayon incident A_1I avec l'axe optique et α_2 l'angle que fait, avec cet axe, le rayon réfracté correspondant. L'angle que fait CI avec CS est noté θ .

Le rayon axial A_1C n'étant pas dévié l'image A_2 point d'intersection des émergents sera sur l'axe. On repère la position de A_1 par rapport au sommet S par $\overline{SA_1}$ et, de même, celle de A_2 par $\overline{SA_2}$. La position du rayon par rapport à l'axe au moment de la réfraction est mesurée par $x \approx \overline{SI}$.

Le théorème sur l'angle extérieur d'un triangle donne :

$$\begin{aligned} \text{dans } CIA_1 : \alpha_1 + \theta &= i_1 \\ \text{dans } CIA_2 : \theta &= |\alpha_2| + i_2 \end{aligned}$$

avec $\alpha_1 > 0$, $\theta > 0$, $\alpha_2 < 0$, $i_1 > 0$ et $i_2 > 0$.

D'après la loi de Kepler (c'est une approximation de la 3^{ème} loi de Descartes) :

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

En combinant ces trois équations on obtient :

$$n_1 (\alpha_1 + \theta) = n_2 (\theta - |\alpha_2|)$$

d'où on tire :

$$n_1 \alpha_1 + n_2 |\alpha_2| = (n_2 - n_1) \theta$$

En remarquant que :

$$\alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{-x}{\overline{SA_1}}, \quad |\alpha_2| \approx \tan |\alpha_2| = \frac{x}{\overline{SA_2}} \text{ et } \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{\overline{SC}}$$

et en substituant α_1 , α_2 et θ , il vient :



(III.1)

Dans le cas particulier où $\overline{SC} \longrightarrow \infty$, on retrouve l'invariant fondamental d'un dioptre plan.

I.4 Formule de conjugaison avec origine au centre

Dans quelques cas particuliers (lentille demi boule par exemple) il peut être très intéressant de prendre le centre C pour origine. On déduit la formule de conjugaison correspondante de la relation précédente et on trouve :

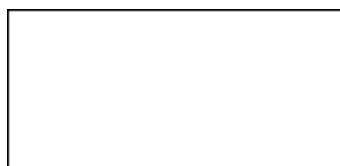
$$-\frac{n}{\overline{C}} \quad \boxed{\hspace{10cm}}$$

(III.2)

I.5 Foyers et vergence

I.5.1 Foyer image

Si, dans les conditions du stigmatisme approché, A_1 s'éloigne indéfiniment sur l'axe, son conjugué est, par définition, le FOYER IMAGE F_2 du dioptre et $\overline{SF_2}$ est la DISTANCE FOCAL IMAGE du dioptre (figure III-3). Il suffit de faire $\overline{SA_1} = \infty$

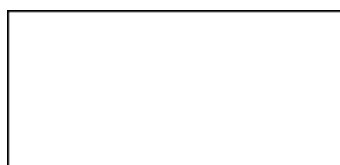


(III.3)

I.5.2 Foyer objet

Le point image A_2 est à l'infini dans la direction de l'axe optique quand le point objet est au FOYER OBJET F_1 du dioptre. $\overline{SF_1}$ est la DISTANCE FOCAL OBJET du dioptre.

En faisant $\overline{SA_2} = \infty$



$$\overline{SF_1} = \frac{-n_1 \overline{SC}}{n_2 - n_1} \quad (\text{III.4})$$

Si les foyers sont à l'infini le système est dit "AFOCAL". On peut remarquer que le dioptré plan réalise un système afocal.

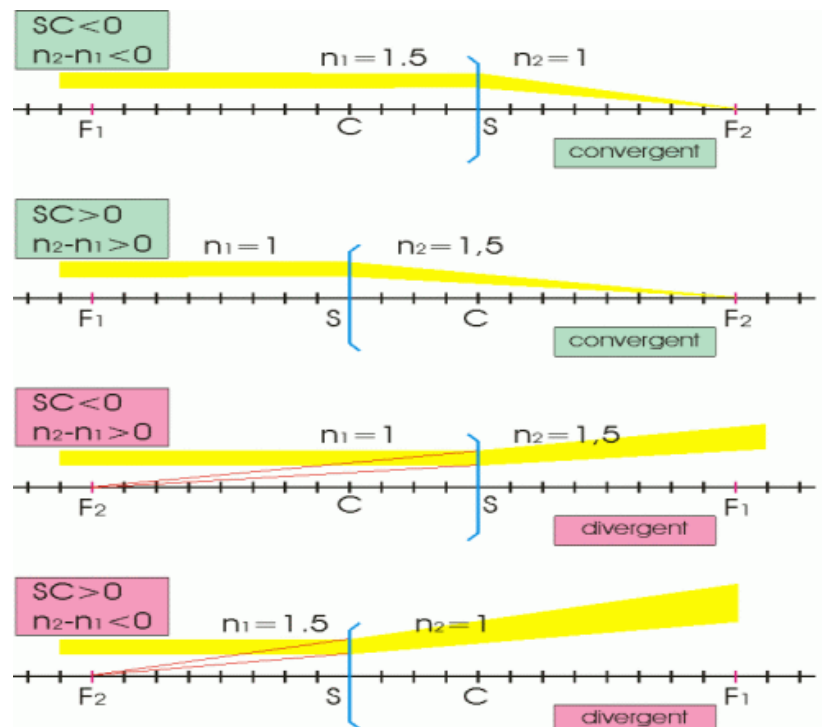


Figure III-3

I.5.3 Position des foyers

Des relations précédentes on tire :

et

(III.5)

- LE RAPPORT DES DISTANCES FOCALES D'UN DIOPTRÉ SPHÉRIQUE EST ÉGAL AU RAPPORT DES INDICES CHANGÉ DE SIGNE.

Les foyers F_1 et F_2 sont toujours de part et d'autre du sommet S . Si F_2 est dans le milieu d'indice n_2 , donc réel, F_1 est dans le milieu d'indice n_1 , donc également réel. De la même

façon, si F_2 est dans le milieu n_1 il est virtuel et F_1 qui est alors dans le milieu n_2 est également virtuel.

- LES DEUX FOYERS SONT DE MÊME NATURE: TOUS DEUX RÉELS OU TOUS DEUX VIRTUELS.

I.5.4 Vergence

Dans le cas où le foyer image F_2 d'un dioptré est réel, tous les rayons incidents paraxiaux parallèles à l'axe convergent en F_2 . Ce dioptré à foyers réels est alors dit convergent. La distance focale image $\overline{SF_2}$ est une quantité positive et on en déduit que le " rayon " $R = \overline{SC}$ et $(n_2 - n_1)$ sont de même signe.

Par définition, la vergence V d'un dioptre sphérique est :

$$\square$$
(III.6)

Par définition, la dioptrie est la vergence d'un système optique de distance focale 1 mètre dans un milieu d'indice 1. Elle s'exprime en DIOPTRIES (symbole δ).

on peut aussi remarquer que le centre d'un dioptré convergent est toujours situé dans le milieu le plus réfringent.

I.5 Formule de NEWTON (formule avec origine aux foyers)

Si on divise la relation de conjugaison (III.1) avec origine au sommet par $V = \frac{n_2 - n_1}{SC}$ et en utilisant la relation (III.6) on obtient une relation parfaitement symétrique qui constitue la formule de conjugaison de Newton:

$$\square \quad (III.7)$$

I.6 Plans conjugués, plans focaux et foyers secondaires

Si les conditions de GAUSS sont satisfaites, à un point OBJET correspond un point IMAGE ; un élément d'un plan de front admet une autre portion d'un autre plan de front comme image à travers le système : les deux plans sont des plans conjugués.

Le plan passant par le foyer objet F_1 et perpendiculaire à l'axe (principal) est un plan focal objet. Tout point appartenant à ce plan est appelé foyer objet secondaire Φ_1 . Le plan passant

par le foyer image F_2 et perpendiculaire à l'axe (principal) est un plan focal image (figure III-4). Tout point appartenant à ce plan est appelé foyer image secondaire Φ_2 où convergent les faisceaux cylindriques de direction parallèle à $C\Phi_2$.

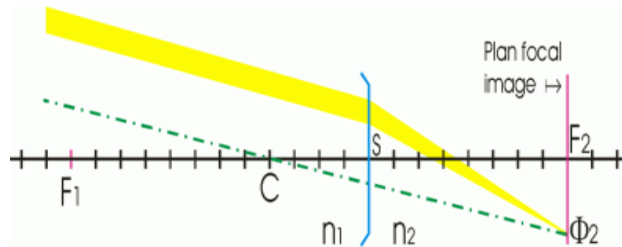


Figure III-4

N.B. En pratique les systèmes optiques habituels sont employés dans les conditions de l'approximation de GAUSS en limitant la surface utile des dioptries à l'aide de diaphragmes.

I.7 Grandissement linéaires

a- Grandissement transversal (Γ)

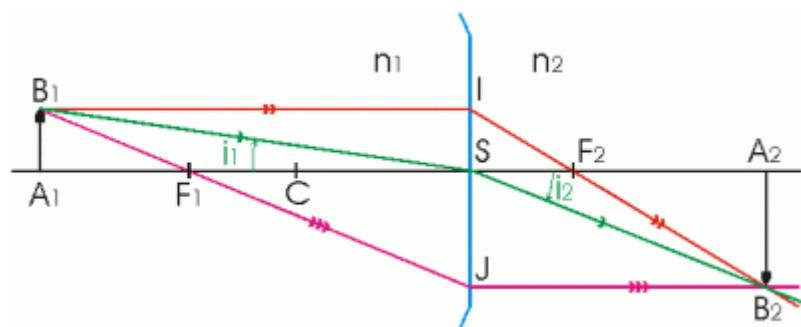


Figure III-5

- LE GRANDISSEMENT LINÉAIRE EST LE RAPPORT D'UNE DIMENSION DE L'IMAGE EN A_2 À LA DIMENSION CORRESPONDANTE DE L'OBJET EN A_1 :

$$\Gamma = \frac{A_2 B_2}{A_1 B_1}$$

(III.8)

- Dans le cas où on considère l'origine au sommet, l'expression du grandissement devient :

$$\Gamma = \frac{f_2}{x_1}$$

(III.9)

- Dans le cas où l'origine est prise aux foyers, s'écrit :

$$\boxed{\quad\quad\quad}$$

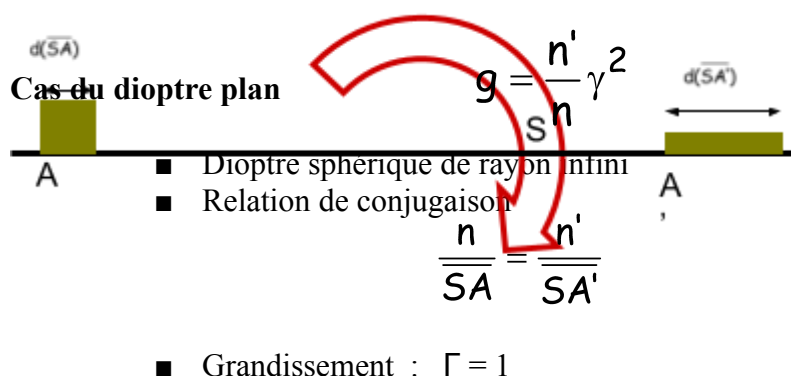
(III.10)

- En considérant l'origine au centre, on peut obtenir une autre expression du grandissement :

$$\boxed{\quad\quad\quad}$$

(III.11)

b- Grandissement longitudinal g



II. Miroirs sphériques

II.1 Définition

UN MIROIR SPHÉRIQUE EST UNE PORTION DE SPHÈRE RÉFLÉCHISSANTE QUI, GÉNÉRALEMENT, EST EN FORME DE CALOTTE SPHÉRIQUE (figure III-6) .

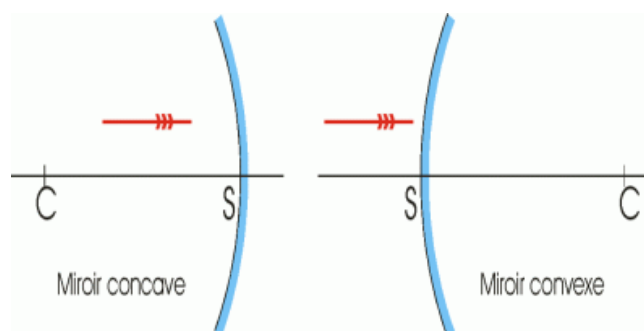


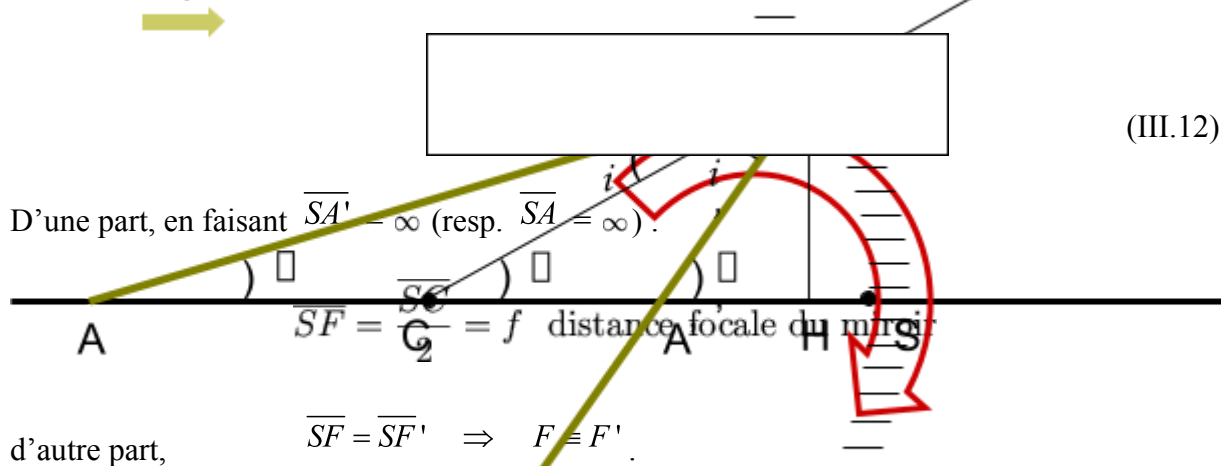
Figure III-6

Si la surface réfléchissante est du côté du centre le miroir est concave. Il est convexe dans le cas contraire.

II.2 Formules des miroirs sphériques

Elles se déduisent immédiatement de celles du dioptre sphérique si on remarque qu'on passe de la troisième loi de DESCARTES : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, à la seconde : $i = -r$ en considérant que $n_1 = +n$ lorsque la lumière se dirige vers le miroir et $n_2 = -n$ quand elle se propage en sens inverse. Si A désigne un point objet et A' son image à travers le miroir on obtient sans difficultés les formules ci-après.

II.2.1 Formules avec origine au sommet



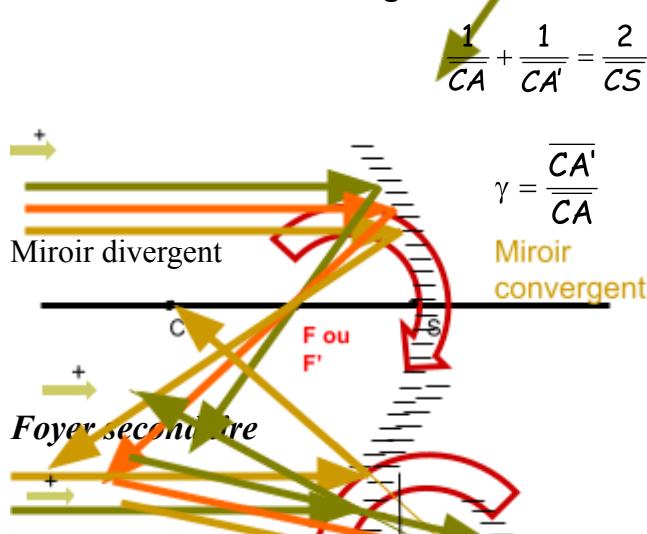
(III.12)

D'une part, en faisant $\overline{SA'} = \infty$ (resp. $\overline{SA} = \infty$) :

$\overline{SF} = \overline{SC} = f$ distance focale du miroir

d'autre part, $\overline{SF} = \overline{SF'} \Rightarrow F \equiv F'$

II.2.2 Formules avec origine au centre



$$\frac{1}{CA} + \frac{1}{CA'} = \frac{2}{CS}$$

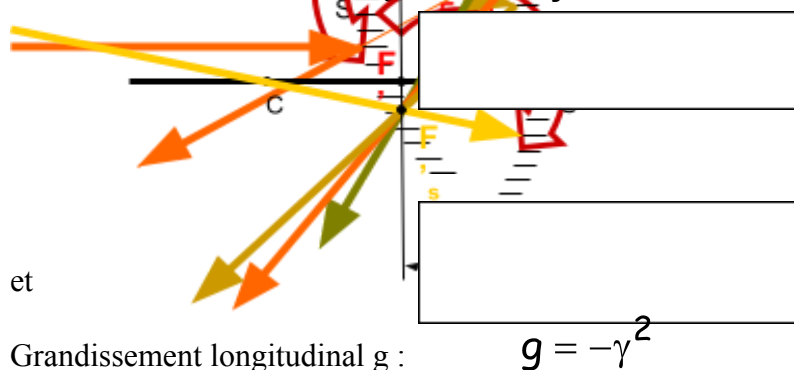
$\gamma = \frac{CA'}{CA}$

Miroir divergent Miroir convergent

F ou F'

Foyer secondaire

II.2.3 Formules avec origine aux foyers



et

Grandissement longitudinal g :

$$g = -\gamma^2$$

Cas du miroir plan

- miroir sphérique de rayon infini
- Relation de conjugaison

$$\overline{SA} = -\overline{SA'}$$

- Grandissement : $\Gamma = 1$