

Chapitre IV

SYSTEMES CENTRÉS DIOPTRIQUES

I. Généralités

- Combinaisons de lentilles :
 - Lunettes astronomiques
 - Appareil photographique
- Combinaison de dioptries : œil
- Combinaison de miroirs et lentilles :
 - Télescopes
- Etc.....

I.1 Définition – Conditions de l'étude

Un système centré dioptrique est formé par une succession de surfaces planes ou sphériques séparant des milieux transparents : les centres des faces sont alignés sur un même axe qui constitue l'axe principal du système.

Sauf cas très particulier un tel système ne permet pas de réaliser le stigmatisme rigoureux : on cherche donc le stigmatisme approché en se plaçant dans les conditions de l'approximation de GAUSS.

I.2 Éléments cardinaux

I.2.1 Intérêt des éléments cardinaux

Pour certains systèmes centrés simples comme les lentilles (*Chapitre V*), on peut déterminer la position et la dimension de l'image $A'B'$ d'un objet AB en considérant l'action successive de chacun des dioptries. Mais, plus souvent, on a intérêt à utiliser des points ou des plans possédant des propriétés particulières permettant de construire de façon simple certains rayons réfractés. Ces points et ces plans constituent les éléments cardinaux du système.

Il faut bien remarquer que pour déterminer la position des éléments cardinaux on a besoin de connaître de façon très précise la géométrie (positions des centres et des sommets) et la composition du système (valeurs des indices des différents milieux). En revanche, une fois ces éléments déterminés, toutes les études ultérieures pourront être effectuées sans avoir à connaître la structure physique du système centré et très simplement en utilisant sa représentation à l'aide de ses éléments cardinaux.

I.2.2 Foyers principaux

Par définition, si le point objet est à l'infini sur l'axe, son conjugué est le foyer principal image F' (figure IV-1).

Par définition, le point objet F sur l'axe ayant pour conjugué le point image à l'infini sur l'axe est le foyer principal objet F .

Pour un système, le foyer principal image et le foyer principal objet sont uniques.

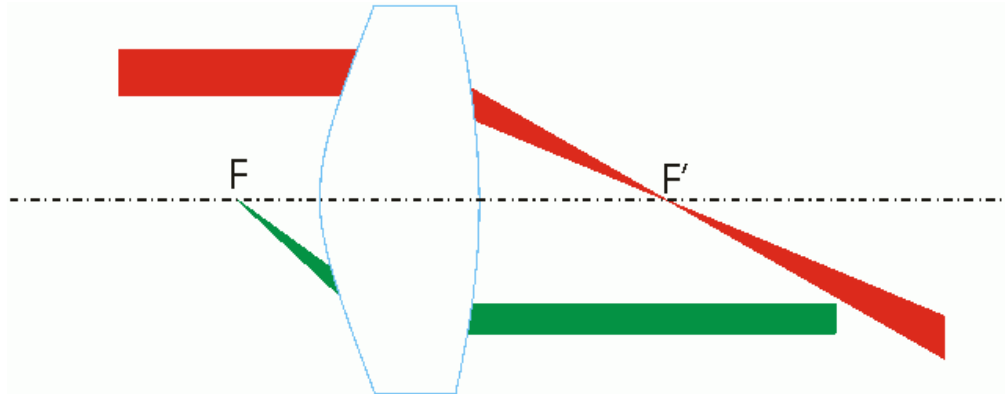


Figure IV-1

N.B : il convient de bien remarquer que les deux foyers ne sont pas les conjugués l'un de l'autre : l'expérience montre que cette erreur est souvent commise par des étudiants inattentifs.

I.2.3 Points et plans principaux

LES PLANS PRINCIPAUX SONT DEUX PLANS DE FRONT CONJUGUÉS POUR LESQUELS LE GRANDISSEMENT LINÉAIRE EST ÉGAL A 1.

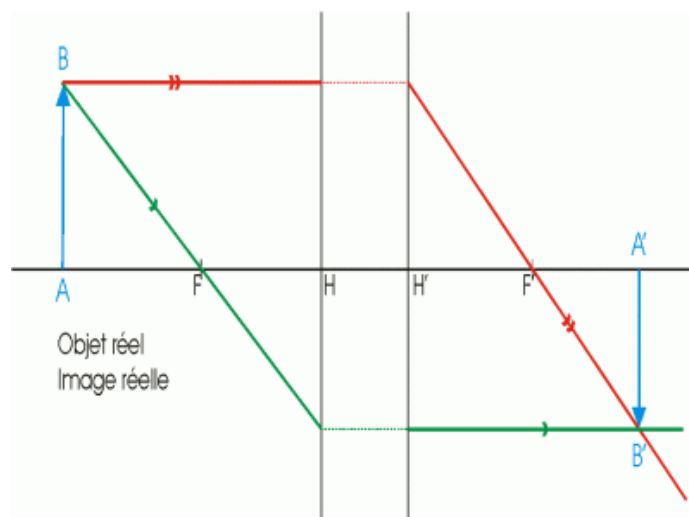


Figure IV-2

Les plans principaux sont notés par P et P' sur la figure IV-2. H' est le lieu des points d'intersection des incidents parallèles à l'axe et des émergents correspondants passant par F' .

H est le lieu des points d'intersection des incidents passant par F' et des émergents correspondants parallèles à l'axe.

Les points H et H' sont les points principaux. Par définition $\overline{HH'}$ caractérise l'interstice du système

I.2.4 Distances focales

La distance focale objet est par définition la mesure algébrique $\overline{HF}$, parfois notée $f = \overline{HF}$.

La distance focale image est par définition la mesure algébrique $\overline{H'F'}$, parfois notée $f' = \overline{H'F'}$. Sur la figure IV-3, le système est représenté par ses foyers et ses plans principaux : n est l'indice du milieu que voit la face d'entrée et n' l'indice du milieu que voit la face de sortie.

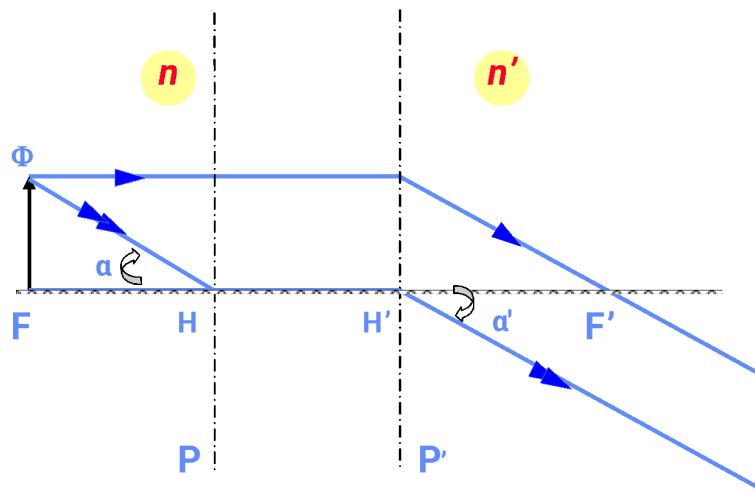


Figure IV-3

Dans les conditions de l'approximation de GAUSS :

$$\begin{aligned}\overline{F\Phi} &= \overline{HF} \tan \alpha \approx \overline{HF} \cdot \alpha \text{ avec } \overline{F\Phi} > 0, \overline{HF} \text{ et } \alpha < 0 \\ &= \overline{H'K'} = \overline{H'F'}(-\alpha') \text{ avec } \overline{H'K'} > 0, \overline{H'F'} > 0 \text{ et } \alpha' < 0\end{aligned}$$

soit finalement :

$$\overline{HF} \cdot \alpha = \overline{H'F'} \cdot \alpha'$$

On admettant que :

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha' \Rightarrow n \cdot \alpha \approx n' \cdot \alpha'$$

(loi de Kepler)

il vient :

$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = -\frac{n'}{n} \quad (\text{IV.1})$$

expression identique à la relation (III.5).

DANS UN SYSTÈME DIOPTRIQUE, LES DISTANCES FOCALES SONT TOUJOURS DE SIGNES CONTRAIRES ET LEUR RAPPORT EST CELUI DES INDICES DES MILIEUX EXTRÊMES CHANGÉ DE SIGNE.

Comme pour les dioptries on définit la vergence V du système :

$$V = \frac{n'}{\overline{H'F'}} \quad (\text{IV.2})$$

I.2.5 Applications aux constructions géométriques

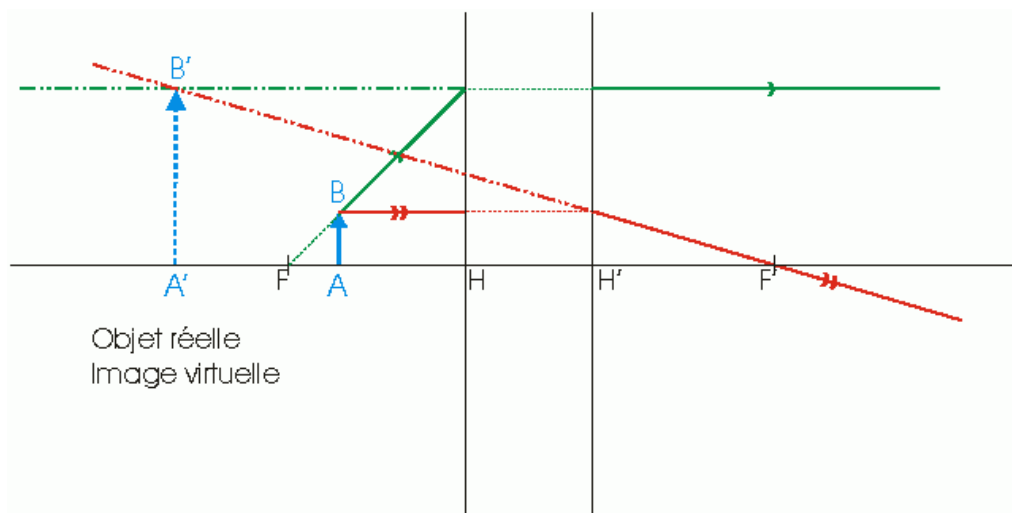


Figure IV-4

I.2.6 Conclusion – Cas du dioptre sphérique

Un système centré dioptrique est complètement déterminé par la connaissance de ses éléments cardinaux : foyers et points principaux.

Le système avec foyers à distance finie le plus simple est le dioptre sphérique. En utilisant les définitions on peut voir que, dans ce cas, les plans principaux sont confondus avec le plan tangent au sommet : H et H' sont en S.

I.2.7 Autres relations

I.2.7.1 Origine aux points principaux

Sur la figure IV-2, en utilisant le fait que les triangles LHF et LKB, d'une part, et les triangles K'H'F' et K'L'B', d'autre part, sont semblables, on fait apparaître la vergence V et la forme la plus utile de la relation de conjugaison :

$$\boxed{\quad\quad\quad} \quad (IV.3)$$

I.2.7.2 Origine aux foyers

On repère la position de l'objet par $\overline{FA}$ et la position de l'image par $\overline{F'A'}$. On voit sur la figure IV-2 les triangles FAB et FHL , d'une part, $F'H'K'$ et $F'A'B'$, d'autre part, sont semblables. On en déduit :

$$\frac{\overline{FA}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{HL}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{F'H'}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{H'K'}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

d'où on tire la relation de conjugaison :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{HF} \cdot \overline{H'F'}$$

et les expressions de grandissement :

$$\boxed{\quad\quad\quad} \quad (IV.4)$$

Puisque $\overline{HF}$ et $\overline{H'F'}$ sont de signes contraires, il en est de même pour $\overline{FA}$ et $\overline{F'A'}$. Par ailleurs, à chaque valeur du grandissement, correspond une seule position de l'objet.

I.2.8 Cas particulier : Milieux extrêmes identiques

Ce cas particulier est très important en pratique puisqu'il correspond à tous les systèmes optiques usuels [lentilles, loupes, microscopes (sauf cas du microscope à immersion) lunettes astronomiques, terrestres ...] dont les faces d'entrée et de sortie baignent dans l'air. Si on considère les origines aux points principaux, d'après ce qui précède, le grandissement linéaire du système s'écrit :

$$\Gamma = -\frac{n}{n'} \frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = 1$$

Si $n = n'$



(IV-5)

Dans le cas général de deux points conjugués A et A' :



(IV.6)

I.3 Position des foyers

Le foyer image F' de l'ensemble (1) + (2) est l'image du foyer image F₁' du système (1) à travers le système (2). Par application de la formule de conjugaison de NEWTON on trouve :

$$\overline{F_2F'_1} \cdot \overline{F'_2F'} = f_2 f'_2 \quad (\text{IV.7})$$

Le foyer objet F de l'ensemble a pour image, à travers le système (1), le foyer objet F₂ du système (2). On trouve alors :

$$\overline{F_1F} \cdot \overline{F'_1F_2} = f_1 f'_1 \quad (\text{IV.8})$$

Les positions des foyers se déduisent des relations précédentes.

N.B. On trouve parfois désignée par le nom de "intervalle optique" la quantité $\overline{F'_1F_2}$ qui caractérise aussi la position du système (2) par rapport au système (1). On a en effet :

$$\overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1H'_1} + \overline{H'_1H_2} + \overline{H_2F_2} = -f'_1 + e + f_2 \quad (\text{IV.9})$$

I.4 Calcul des distances focales

On cherche à déterminer les éléments cardinaux d'un nouveau système constitué par l'association de deux systèmes dont les éléments cardinaux sont connus. Avec les notations habituelles (H et H', F et F'), on caractérise les éléments du premier système par l'indice ₁ et

ceux du second système par l'indice n_2 . Les lettres sans indice désignent des éléments du système complet.

n et n' sont les indices des milieux d'entrée et de sortie du système complet ; N est l'indice du milieu qui sépare les deux systèmes. La face d'entrée du système (1) baigne donc dans le milieu d'indice n tandis que sa face de sortie voit le milieu d'indice N . Pour le système (2) c'est le milieu d'indice N qui est en contact avec la face d'entrée tandis que la face de sortie baigne dans le milieu d'indice n' .

La position du second système par rapport au premier est définie si on se donne $e = \overline{H'_1 H_2}$ qui donne la "distance" entre le plan principal image du premier système et le plan principal objet du second.

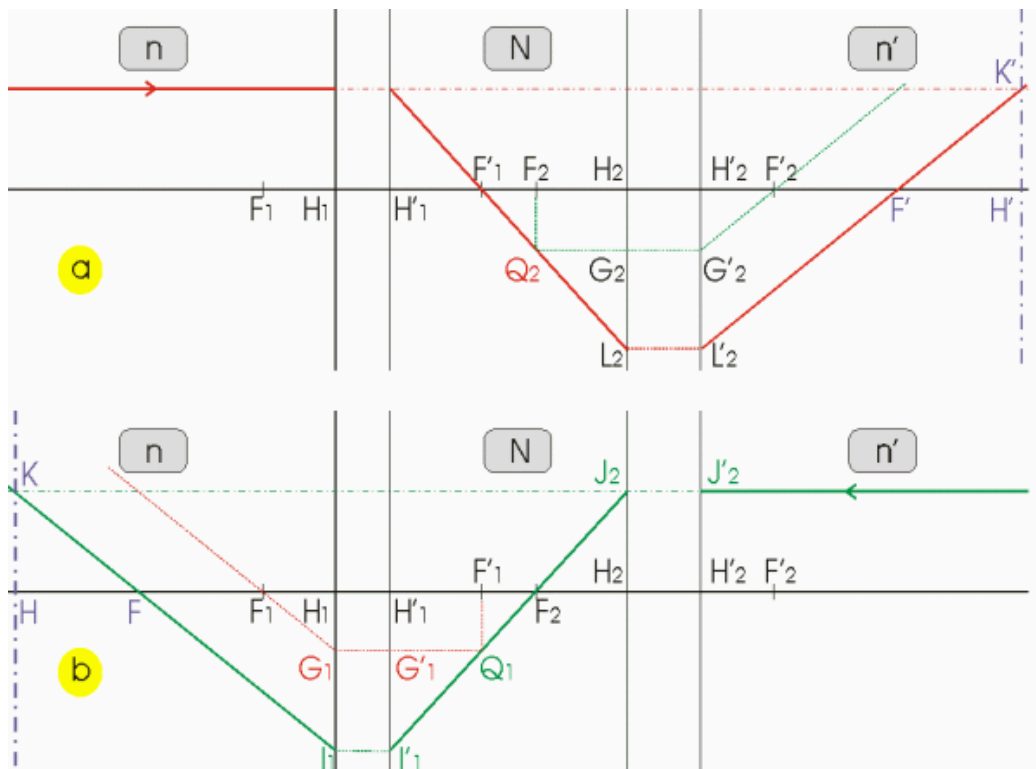


Figure IV-5

Pour calculer la distance focale image f' on considère, à l'aide de la figure IV-5a, les égalités résultant de la similitude des triangles :

$$V = \frac{n'(-f'_1 + e + f_2)}{f'_1 f'_2}$$

Dans cette expression on fait alors apparaître les vergences V_1 et V_2 des deux systèmes :

$$V_1 = \frac{N}{f'_1} = -\frac{n}{f_1} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{n'}{f'_2} = -\frac{N}{f_2}$$

il vient :

$$V = \frac{n'}{f'_2 f'_1} (-f'_1 + e + f_2) = V_2 \frac{V_1}{N} \left(\frac{N}{V_1} - e + \frac{N}{V_2} \right)$$

soit finalement, la formule de Gullstrand qui donne la vergence du système complet en fonction des vergences des deux systèmes qui le composent, de l'indice du milieu qui les sépare et de la distance $e = \overline{H'_1 H_2}$:



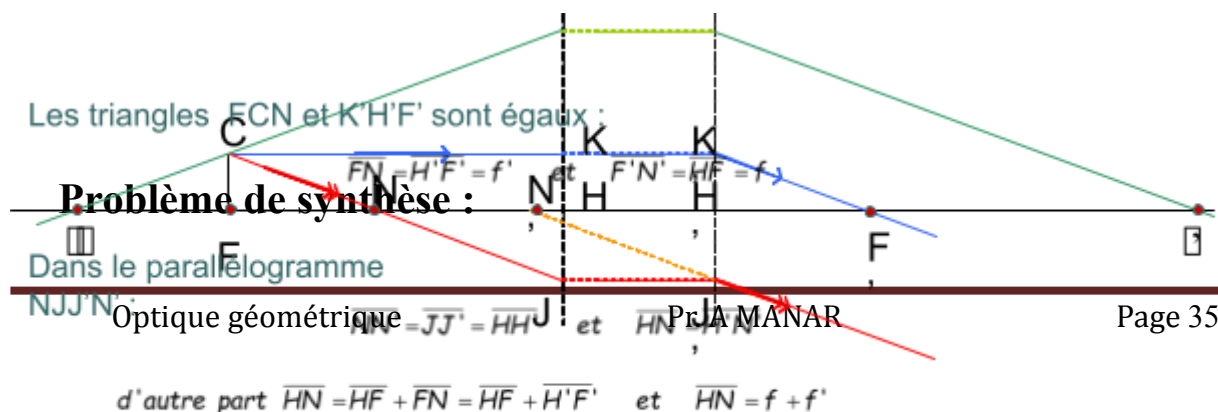
(IV.12)

I.6 Les plans anti-principaux, les points nodaux et antinodaux

Les plans anti-principaux objet et image sont respectivement symétriques des plans principaux objet et image par rapport aux foyers correspondants.

Les points nodaux N et N' sont deux points conjugués sur l'axe tels qu'à tout incident passant par N correspond un émergent passant par N' et parallèle à l'incident. N est un point fixe, N' l'est aussi.

Les points anti-nodaux v et v' sont des points conjugués de l'axe tels qu'à tout rayon passant par le point anti-nodal objet v correspond un rayon émergent passant par v' , également incliné sur l'axe, mais en sens inverse. v symétrique de N par rapport à F et v' symétrique de N' par rapport à F' .



Soit une demi boule de verre plan-convexe ($n=1,5$) de rayon $e=3$ cm ; elle est placée dans l'air.

- Déterminer f_1 et f_2
- Déterminer F et F' du doublet
- Déterminer les points cardinaux H , H' , N et N'
- Déterminer le centre optique O du doublet
- Déterminer la position de l'image d'un objet, de grandeur $AB=1$ cm, placé au centre du dioptré sphérique?
- Déterminer le grandissement transversal du doublet et en déduire la grandeur de l'image $A'B'$.

