

التمرين الاول :

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة علي $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = e^3 - 1$

ومن اجل العدد الطبيعي n : $e^3 u_{n+1} = 1 - e^3 + u_n$

1. أ) احسب u_1, u_2, u_3 .

ب) اثبت انه من اجل $n \in \mathbb{N}$: $1 + u_n > 0$.

ج) بين ان (U_n) متناقصة

2. (t_n) متتالية عددية معرفة بحددها العام : $t_n = 2(1 + u_n)$

1) بين أن (t_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

2) نضع $p_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$ ، احسب p_n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$

3) عين n حتي يكون $p_n \geq 2$.

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$.

(C) المنحنى الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ج) بين ان f تقبل الاشتقاق علي $\mathbb{R}$ و احسب $f'(x)$ ثم شكل جدول الغيرات.

د) احسب $f''(x)$ و بين أن المعادلة $f''(x) = 0$ تقبل حلين 1 و β حيث $-\frac{1}{5} < \beta < 0$.

هـ) استنتج نقط لانعطاف للمنحنى (C) ثم ارسمه.

2- من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ نضع : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

1) بين أن F تقبل الاشتقاق علي $\mathbb{R}$ و احسب $F'(x)$ ثم استنتج منحنى تغيرات F علي $\mathbb{R}$.

2) تحقق أن $0 \leq f(t) \leq e^t$. (من اجل $t \leq 0$)

و استنتج أن $-1 \leq F(x) \leq 0$ (من اجل $x \leq 0$)

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $F(x) = f(x) - 1 + 2I(x)$ (من اجل $x \leq 0$)

حيث $I(x) = \int_0^x \frac{te^t}{(1+t^2)^2} dt$

$$(4) \text{ استنتج } \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$$

التمرين الثالث:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- نعتبر النقط A, B, C حيث: $z_B = 1-i, z_A = 2, z_C = 1+i$.

$$L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \quad 1- \text{احسب}$$

2- استنتج طبيعة المثلث ABC .

- ليكن r الدوران الذي مركزه A ويحقق $r(B) = C$.

1- اوجد زاوية الدوران r واكتب عبارته المركبة.

2- عين لاحقة النقطة D حيث $r(C) = D$

- ليكن (S) الدائرة التي قطرها $[BC]$.

1- اوجد (S') صورة (S) بالدوران r .

2- لتكن M نقطة من (S) لاحقتها z تختلف عن C ، صورتها M' ذات اللاحقة z' بالدوران r .

- بين وجود عدد حقيقي θ يحقق: $z = 1 + e^{i\theta}$

- عبر عن z' بدلالة θ .

$$\frac{z' - z_C}{z - z_C}$$

- بين أن $\frac{z' - z_C}{z - z_C}$ حقيقي.

استنتج أن النقط: C و M و M' علي استقامية

التمرين الرابع:

الفضاء منسوب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;1;3), B(-3;-1;7), C(3;2;4)$.

(1) بين أن النقط السابقة ليست علي استقامة واحدة.

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

(2) ليكن (d) المستقيم ذو التمثيل الوسيط:

• بينان المستقيم (d) عمودي علي المستوي (ABC) .

• اوجد معادلة المستوي (ABC) .

- إذا كانت H تقاطع (d) مع (ABC) . بين أن H هي مرجح الجملة : $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$.
- حدد طبيعة (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$.
- (3) حدد طبيعة (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\| -2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{29}$. وعين عناصرها .
عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط $(\Gamma_1) \cap (\Gamma_2)$.
انتهى .

بالتوقيق

ثانوية الشهيد مرواني الجيلالي	السنة الدراسية : 2009-2010.
الشطية – الشلف .	الشعبة : 3 ت ر .
مادة الرياضيات	المدة : 4 سا.
بكالوريا تجريبي	
الموضوع الثاني	

التمرين الاول:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة :

(1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 .

(2) برهن انه من اجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n \geq n$. ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ $v_n = u_n - 4n + \alpha$ حيث $n \in \mathbb{N}$

- عين العدد الحقيقي α حتي تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

- اكتب v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n

(4) أ- احسب بدلالة n كلا من : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ و $W_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

ب- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$. ج - عين قيمة n حتي يكون $W_n - S_n = 0$.

التمرين الثاني:

نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $p(z) = z^3 + 2z^2 - 16$.

(1) احسب $p(2)$.

(2) عين العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد مركب z : $p(z) = (z - 2)(z^2 + az + b)$.

(3) حل المعادلة $p(z) = 0$.

(4) اكتب الحلول علي الشكل المثلثي ثم علي الشكل الآسي.

(5) في المستوي المركب نعتبر النقط $A; B; D$ ذات اللواحق $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_D = -2 + 2i$.

- عين z_C لاحقة النقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

- بين أن $z_E = 6$ لاحقة E صورة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

- بين أن $z_F = -4 + 6i$ لاحقة F صورة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

- تحقق أن $\frac{z_E - z_A}{z_F - z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الثالث:

المستوي منسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) نعتبر الدالة g المعرفة علي $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$

- أدرس تغيرات الدالة g علي المجال $[0; +\infty[$.

- حدد إشارة $g(x)$ علي المجال $[0; +\infty[$.

(2) نعتبر الدالة f المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^x)$

(C) المنحنى الممثل لها في مستوي.

- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

- بين أن f تقبل الاشتقاق علي $\mathbb{R}$ ، وان من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-x} g(e^x)$.

- ادرس تغيرات f وشكل جدول التغيرات.

- أنشئ (C).

(3) بين أن من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) + f(x) = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1}$.

(4) حدد الدالة الأصلية F للدالة f علي $\mathbb{R}$ التي تنعدم من أجل 0.

حدد مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمات التي معادلاتها $x = 0$ و $x = \ln 2$ و $y = 0$.

التمرين الرابع:

أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الأقليدية للعدد 5^n على 7 .

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي :

العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3)$ يقبل القسمة على 7 .

(2) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها:

العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 5n)$ يقبل القسمة على 7 .

_____ .انتهي .

بالتوفيق