# กฎของเคอร์ชอฟฟ์

## (Kirchhoff' s Law)

# บทที่ 7

ในการแก้ปัญหาและวงเคราะห์วงจรไฟฟ้าแบบง่ายๆนั้น จะเห็นได้ว่าสามารถที่จะนำกฎของโอห์มมาใช้ได้โดยตรงในเกือบทุกๆวงจร แต่ถ้าเป็นโจทย์ที่ยุ่งยากและซับซ้อนมากๆแล้ว ก็ไม่สามารถนำกฎของโอห์มมาใช้ได้โดยตรง จึงมีผู้คิดค้นกฎและทฤษฎีต่างๆเพื่อที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ยุ่งยากและซับซ้อนเหล่านั้น ดังจะเห็นได้ว่าในปี ค.ศ. 1847 ได้มีนักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน ชื่อว่า **กุสตาฟ อาร์ เคอร์ชอฟฟ์ ( Gustav R. Kirchhoff )** ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า และสามารถสรุปผลการทดลองที่ได้ แล้วตั้งเป็นกฎขึ้น ซึ่งเป็นกฎที่เกี่ยวกับแรงดันและกระแสไฟฟ้า แต่มักะเรียกรวมๆ ว่า **กฎของเคอร์ชอฟฟ์ ( Kirchhoff 's Law )** ทำให้สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ง่ายและเร็ว **โดยกฎของเคอร์ชอฟฟ์แบ่งออกเป็นดังนี้**

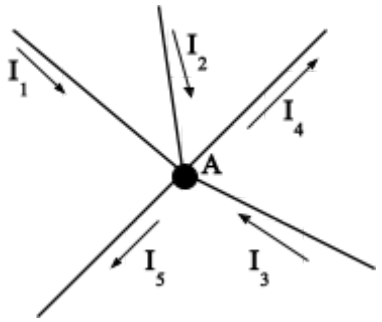
**1. กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ( Kirchhoff's Current Law , KCL )**

**2. กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ( Kirchhoff's Voltage Law , KVL )**

**เคอร์ชอฟฟ์** กล่าวว่า " ณ. จุดใดๆ ในวงจรไฟฟ้า ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสมีค่าเท่ากับศูนย์" หรือ " ผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดๆหนึ่ง มีค่าเท่ากับผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุดๆนั้น" สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของกระแสจาก รูปที่ 7.1 ได้ดังนี้

**ผลรวมของกระแสที่ไหลเข้า = ผลรวมของกระแสที่ไหลออก**

$$I_{\text{ไหลเข้า}} = I_{\text{ไหลออก}}$$



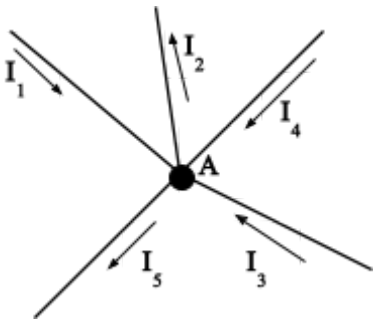

**รูปที่ 7.1**

จากรูปจะพิจารณาได้ว่า กระแสที่ไหลเข้าจุด A คือ $I_1$ , $I_2$ และ $I_3$ ส่วนกระแสที่ไหลออกจากจุด A คือ $I_4$ และ $I_5$ และกำหนดให้กระแสที่ไหลเข้า มีค่าเป็นบวก (+) และกระแสที่ไหลออก มีค่าเป็นลบ (-) สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

**หรือ** $$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

**ตัวอย่างที่ 7.1** กำหนดการไหลของกระแสดังรูป จงหาค่าของ $I_5$ เมื่อ $I_1 = 6$ A , $I_2 = 5$ A , $I_3 = -2$ A , $I_4 = 3$ A




จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จะได้สมการ

$$I_1 + I_3 + I_4 = I_2 + I_5$$

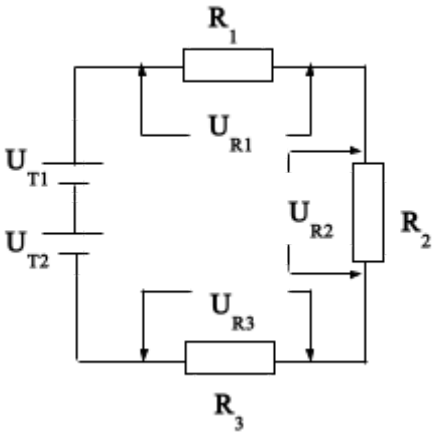
$$\therefore \quad I_5 = I_1 + I_3 + I_4 - I_2$$

$$= 6 - 2 + 3 - 5$$

$$I_5 = 2 \text{ A}$$

**กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวว่า "** ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าภายในวงจรปิดใดๆ (Loop) มีค่าเท่ากับศูนย์**" หรือ "** ในวงจรไฟฟ้าปิดใดๆ (Loop) ผลรวมของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจรย่อมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมความต้านทานในวงจรปิดนั้นๆ**"**

**ผลรวมของแรงดันที่จ่ายให้แก่วงจร = ผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมความต้านทานทั้งวงจร**




**รูปที่ 7.2** กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

จากรูปที่ 7.2 จะเห็นได้ว่าแรงดันที่จ่ายให้วงจร คือ $U_{T1}$ และ $U_{T2}$ แรงดันที่ตกคร่อมความต้านทานคือ $U_{R1}$ , $U_{R2}$ และ $U_{R3}$ จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ เราสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$U_{T1} + U_{T2} = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3}$$

หรือ $U_{T1} + U_{T2} - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} = 0$

หรือ $\sum$แรงดันไฟฟ้าที่แหล่งจ่าย = $\sum$แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานในวงจร ซึ่งในการวิเคราะห์หรือคำนวณหาค่าต่างๆในวงจรโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์นั้น ก่อนอื่นจะต้องตั้งข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับเครื่องหมายบวก และ ลบ ของกระแสและแรงดันในวงจรปิด หรือ Loop ใดๆเสียก่อนดังนี้

1. สมมุติทิศทางการไหลของกระแสในวงจร (จะให้ไหลในทิศทางใดก็ได้ ถ้าสมมุติถูกผลลัพธ์ของการคำนวณจะเป็นค่าบวก (+) แต่ถ้าสมมุติผิดผลลัพธ์ของการคำนวณจะติดเครื่องหมายลบ (-) ดังรูปที่ 8.3 และ 8.4

รูปที่ 8.3

**จากรูปที่ 8.3 จะได้ค่าที่แทนในสมการมีเครื่องหมายเป็นบวก(+) คือ $I_1R_1$**

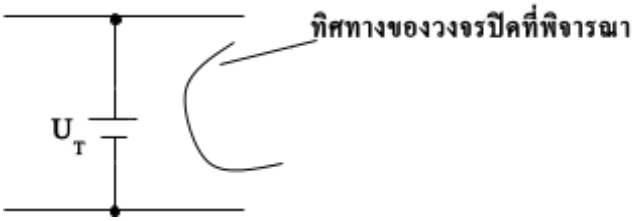
รูปที่ 8.4

**จากรูปที่ 8.4 จะได้ค่าที่แทนในสมการมีเครื่องหมายเป็นลบ (-) คือ $-I_1R_1$**

2. กระแสที่ผ่านแหล่งจ่าย ถ้าออกจากขั้วบวก (+) เข้าขั้วลบ (-) จะได้เครื่องหมายบวก (+) แต่ถ้าออกจากขั้วลบ (-) เข้าขั้วบวก (+) จะได้เครื่องหมายบวก (- ) ดังรูปที่ 8.5 และ 8.6

**รูปที่ 8.5**

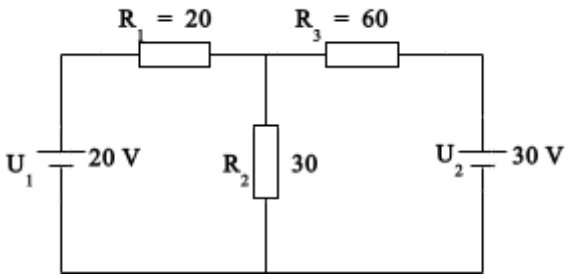
**จากรูปที่ 8.5 จะได้ค่าที่แทนในสมการมีเครื่องหมายเป็นบวกเสมอ (+) คือ $U_T$**



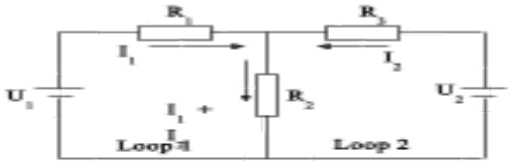

**รูปที่ 8.6**

**จากรูปที่ 8.6 จะได้ค่าที่แทนในสมการมีเครื่องหมายเป็นบวกเสมอ (-) คือ $-U_T$**

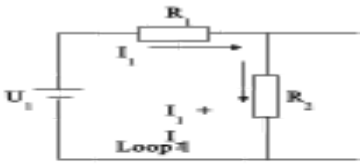
**ตัวอย่าง 7.2** จากวงจรดังรูป จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว



**วิธีทำ** กำหนดทิศทางของกระแสที่ไหลผ่านส่วนต่างๆ ลงในวงจรที่กำหนดให้ ดังรูป




**พิจารณา Loop 1**




จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$$I_1R_1 + (I_1 + I_2)R_2 - U_1 = 0$$

$$I_1R_1 + I_1R_2 + I_2R_2 = U_1$$

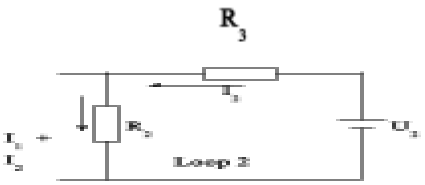
$$20I_1 + 30I_1 + 30I_2 = 20$$

$$50I_1 + 30I_2 = 20$$

เอา 10 หารตลอดจะได้

$$5I_1 + 3I_2 = 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

**พิจารณา Loop 1**




$$I_2R_3 + (I_1 + I_2)R_2 - U_2 = 0$$

$$I_1R_2 + I_2R_2 + I_2R_3 = U_2$$

$$30I_1 + 30I_2 + 60I_2 = 30$$

$$30I_1 + 90I_2 = 30$$

เอา 30 หารตลอดจะได้

$$I_1 + 3I_2 = 1 \quad \text{.....(2)}$$

**เอาสมการ (2) – (1) จะได้**

$$4I_1 = 1$$

$$I_1 = 1/4 = 0.25 \text{ A}$$

แทนค่า $I_1 = 0.25$ A ลงในสมการที่ (2) จะได้

$$0.25 + 3I_2 = 1$$

$$3I_2 = 1 - 0.25 = 0.75$$

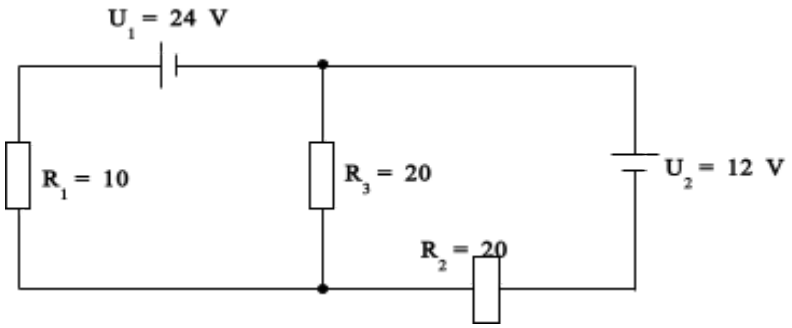
$$I_2 = 0.75/3 = 0.25 \text{ A}$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_1 = I_1 = 0.25$ A

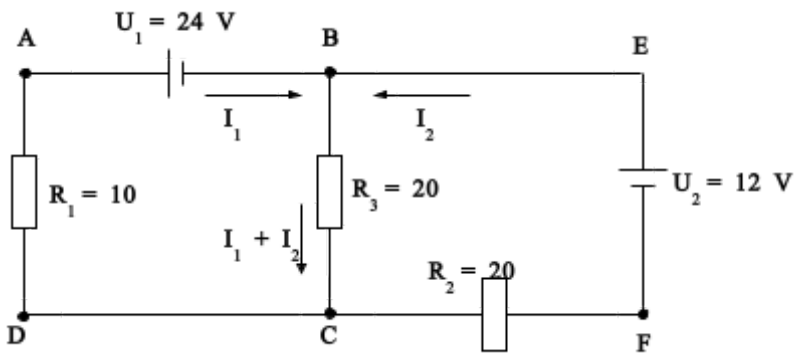
กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_2 = I_1 + I_2 = 0.25 + 0.25 = 0.5$ A

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน $R_3 = I_2 = 0.25$ A

**ตัวอย่างที่ 7.3** จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว ดังรูป




**วิธีทำ** กำหนดตัวอักษรและทิศทางการไหลของกระแสดังนี้




จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

**พิจารณาที่ Loop (ABCD)**

$$(I_1 + I_2)R_3 + I_1R_1 + U_1 = 0$$

แทนค่า $(I_1 + I_2)20 + 10\,I_1 = -24$

$$30\,I_1 + 20\,I_2 = -24 \quad \text{.....(1)}$$

**พิจารณาที่ Loop (BCFE)**

$$(I_1 + I_2)R_3 + I_2R_2 - U_2 = 0$$

แทนค่า $(I_1 + I_2)20 + 20\,I_2 = 12$

$$20\,I_1 + 40\,I_2 = 12 \quad \text{.....(2)}$$

นำสมการที่ (1) และ (2) มาเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์

$$30\,I_1 + 20\,I_2 = -24 \quad \text{.....(1)}$$

$$20\,I_1 + 40\,I_2 = 12 \quad \text{.....(2)}$$

$$\begin{vmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 40 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24 \\ 12 \end{vmatrix}$$

**แก้สมการโดยใช้ดีเทอร์มิแนนท์หาค่า $I_1$ และ $I_2$**

1. หาค่าดีเทอร์มิแนนท์ (D)

$$D = \begin{vmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 40 \end{vmatrix}$$

$$= (30 \times 40) - (20 \times 20)$$

$$= 1200 - 400$$

$$D = 800$$

2. หาค่า Dx เพื่อนำไปหาค่า $I_1$

$$Dx = \begin{vmatrix} -24 & \\ 20 & \\ 12 & 40 \end{vmatrix}$$

3. หาค่า Dy เพื่อนำไปหาค่า $I_2$

$$Dy = \begin{vmatrix} 30 & \\ -24 & \\ 20 & 12 \end{vmatrix}$$

$$= (30 \times 12) - (20 \times$$

$$= 360 - (-480)$$

$$Dy = 840$$

4. หาค่า $I_1$ และ $I_2$

$$I_1 = \frac{Dx}{D}$$

$$= \frac{-1200}{800}$$

$$I_2 = \frac{Dy}{D}$$

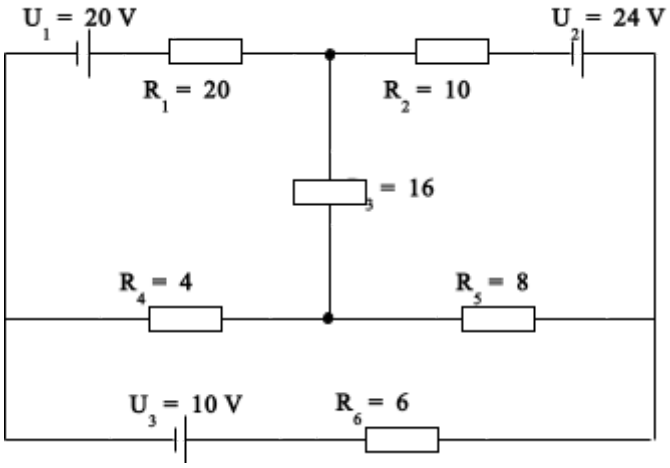
$$= \frac{840}{800}$$

$$I_2 = 1.05 \text{ A}$$

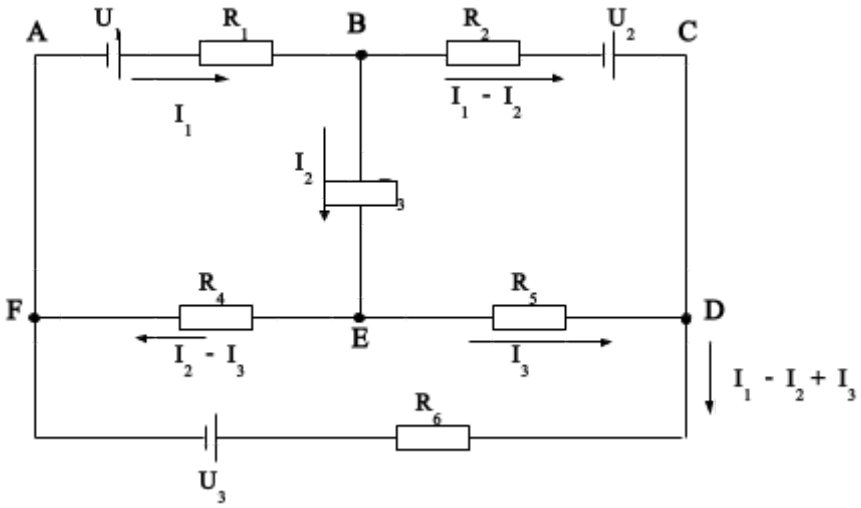
นั่นคือ ค่ากระแส $I_1$ เท่ากับ 1.5 A **(กระแสจริงมีทิศทางตรงข้ามกับกระแสที่สมมุติ)**

ค่ากระแส $I_2$ เท่ากับ 1.05 A

**ตัวอย่างที่ 7.4** จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่าน $R_3$ จากรูป




**วิธีทำ** กำหนดตัวอักษรและทิศทางการไหลของกระแสดังนี้




**พิจารณา Loop ( ABEFA) จะได้สมการดังนี้**

$$I_1R_1 + I_2R_3 + (I_2 - I_3)R_4 - U_1 = 0$$

$$I_1R_1 + I_2R_3 + (I_2 - I_3)R_4 = U_1$$

$$20\,I_1 + 16\,I_2 + 4\,(I_2 - I_3) = 20$$

$$20\,I_1 + 16\,I_2 + 4\,I_2 - 4\,I_3 = 20$$

$$20\,I_1 + 20\,I_2 - 4\,I_3 = 20$$

เอา 4 หารตลอด $\mathbf{5\,I_1 + 5\,I_2 - I_3 = 5}$ ..... **(1)**

**พิจารณา Loop ( BCDEB) จะได้สมการดังนี้**

$$(I_1 - I_2)R_2 - U_2 - I_3\,R_5 - I_2\,R_3 = 0$$

$$(I_1 - I_2)R_2 - I_3\,R_5 - I_2\,R_3 = U_2$$

$$10\,(I_1 - I_2) - 8I_3 - 16I_2 = 24$$

$$10\,I_1 - 10I_2 - 8I_3 - 16I_2 = 24$$

$$10\,I_1 - 26\,I_2 - 8I_3 = 24$$

เอา 2 หารตลอด $\mathbf{5\,I_1 - 13\,I_2 - 4\,I_3 = 12}$ .....**(2)**

**พิจารณา Loop ( FEDF ) จะได้สมการดังนี้**

$$-(I_2 - I_3)R_4 + I_3R_5 + (I_1 - I_2 + I_3)R_6 - U_3 = 0$$

$$-(I_2 - I_3)R_4 + I_3R_5 + (I_1 - I_2 + I_3)R_6 = U_3$$

$$-4\,(I_2 - I_3) + 8I_3 + 6\,(I_1 - I_2 + I_3) = 10$$

$$-4\,I_2 + 4\,I_3 + 8I_3 + 6\,I_1 - 6\,I_2 + 6\,I_3 = 10$$

$$6\,I_1 - 10\,I_2 + 18\,I_3 = 10$$

เอา 2 หารตลอด $\mathbf{3\,I_1 - 5\,I_2 + 9\,I_3 = 5}$ .....**(3)**

**เอาสมการ (1) , (2) และ (3) เขียนให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้**

$$5I_1 + 5I_2 - I_3 = 5 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$5I_1 - 13I_2 - 4I_3 = 12 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$3I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 5 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

**1.**

$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & -1 \\ 5 & -13 & -4 \\ 3 & -5 & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ 12 \\ 5 \end{vmatrix}$$

9

2. หาดีเทอร์มิแนนท์

$$D = \left|\begin{matrix} 5 & 5 & -1 \\ 5 & -13 & -4 \\ 3 & -5 & 9 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 5 & 5 \\ 5 & -13 \\ 3 & -5 \end{matrix}$$

$$= \left[ \qquad \right] 5) \left[ \qquad \right]$$

$$= \left[ \qquad \right]) \left\{ \qquad \right\} 5$$

$$D = -984$$

จากรูป เราต้องหาค่ากระแส $I_2$ เพราะกระแส $I_2$ คือกระแสที่ไหลผ่าน $R_3$

$$D_{I2} = \left|\begin{matrix} 5 & 5 & -1 \\ 5 & 12 & -4 \\ 3 & 5 & 9 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 5 & 5 \\ 5 & 12 \\ 3 & 5 \end{matrix}$$

$$= \left[ \qquad \right]) \left\{ \qquad \right\} 25$$

$$D_{I2} = 366$$

$$I_2 = \frac{D_{I2}}{D}$$

$$= \frac{366}{-984}$$

$$I_2 = -0.372 \text{ A}$$

**เพราะฉะนั้นกระแสไฟฟ้าที่ไหผ่าน $R_3$ มีค่า 0.372 A (แต่เครื่องหมายเป็นลบ (-) แสดงว่าทิศทางการไหลของกระแสที่เราสมมุติขึ้น ไหลสวนทางกับทิศทางของกระแสที่ไหลจริง )**

# กิจกรรมฝึกทักษะและแบบทดสอบ

## บทที่ 7 เรื่อง กฎของเคอร์ชอฟฟ์

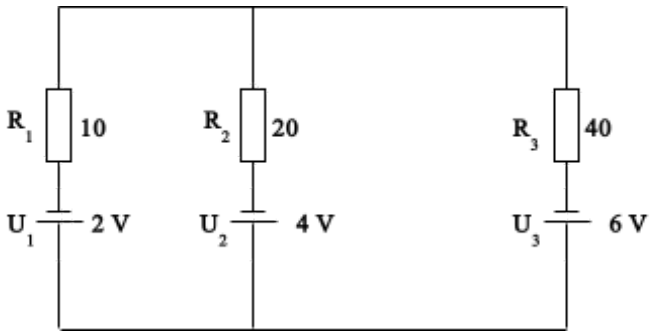
คะแนน

**ชื่อ**……..**สกุล**……**ระดับชั้น**…….**เลขที่**……**อาจารย์**…….

---

**ตอนที่ 1 จงคำนวณ**

**1. จงหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว**




……

……

……

……

……

……

……

……

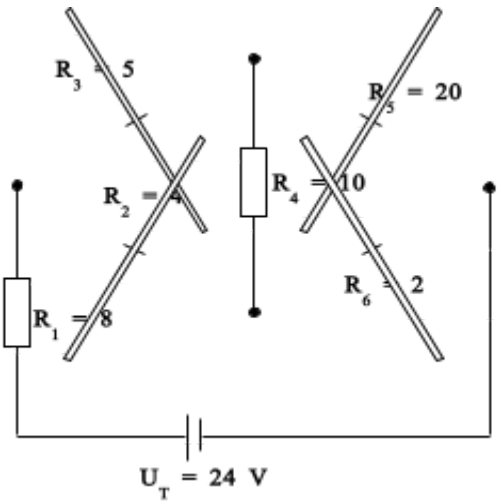
……

……

……

……

2. จงหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านความต้านทาน 10 Ω ดังรูป




……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

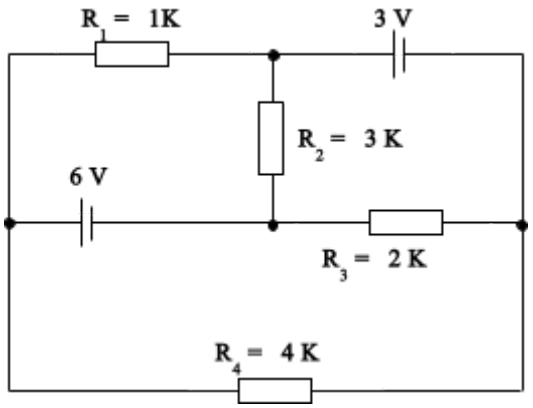
……

……

……

……

3. จงหาค่า แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อม $R_2$ ($U_{R2}$) และ ($U_{R3}$)




.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

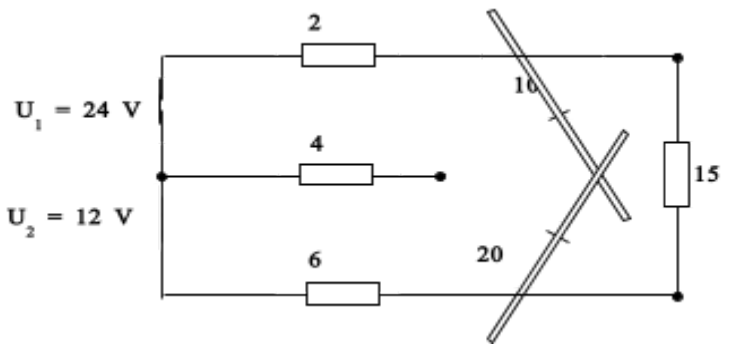
.....

.....

.....

.....

4. จากรูปวงจรจงหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านความต้านทาน 2 Ω , 4 Ω และ 6 Ω




……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

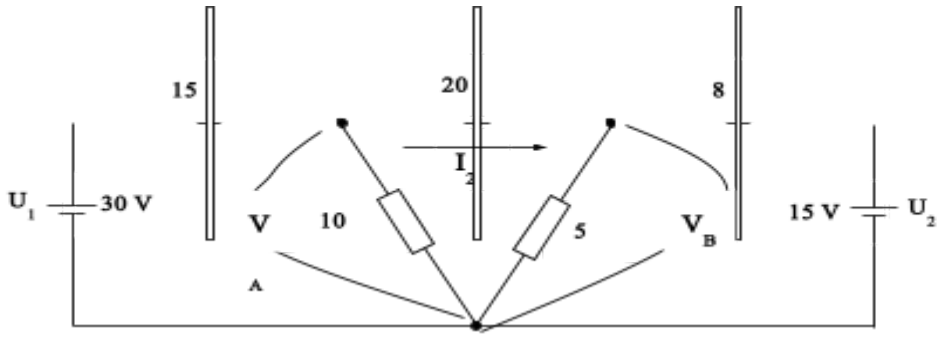
……

……

……

……

5. จากรูปวงจรจงคำนวณหาค่า $I_2$ , $V_A$ และ $V_B$




.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ตอนที่ 2 อธิบายคำศัพท์**

**1. Kirchhoff's Current Law**

……

……

……

……

……

**2. Kirchhoff's Voltage Law**

……

……

……

……

……

**ตอนที่ 3 กิจกรรมการฝึกทักษะ**

1. **สรุปทฤษฎี " กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ และกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ "**
2. **สรุปขั้นตอนการวิเราะห์วงจรโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์**