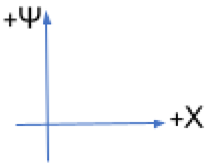
Το ΜΠ οδηγεί το m,q

Φαντασθείτε ένα οριζόντιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων ΧΨ όπως στο σχήμα, που η τομή τους έχει συντεταγμένες (0,0). Από το σημείο (0,0) βάλλεται την t=0 ένα e με ταχύτητα $υ_0$ κατά την κατεύθυνση του θετικού ημιάξονα Χ ενώ στην περιοχή επικρατεί ομογενές ΜΠ B_1, με κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των ΧΨ και φορά τέτοια ώστε να αναγκάζει το e να κινηθεί αντίθετα των δεικτών του ρολογιού. Όταν το e διαγράψει γωνία $φ_1=120^0$, ακαριαία διπλασιάζεται η ένταση του ΜΠ χωρίς να μεταβληθεί η κατεύθυνσή της και κάποια στιγμή η τροχιά του θα τμήσει τον άξονα Ψ οπότε ακαριαία μηδενίζεται το ΜΠ.

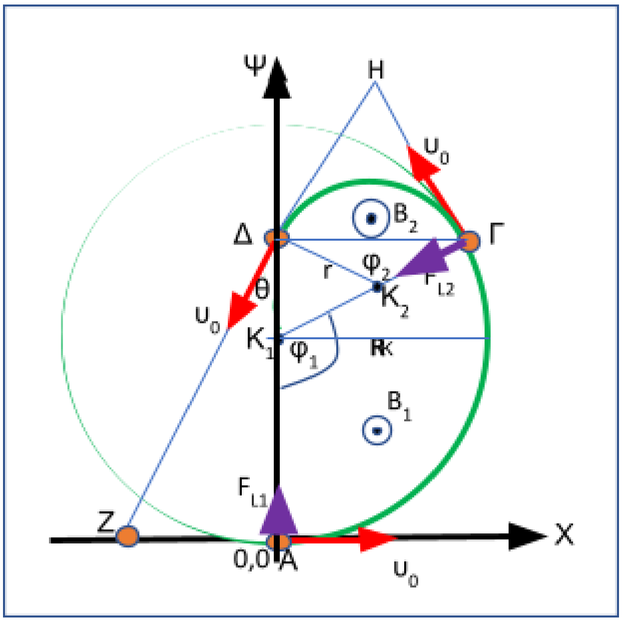


1) Να σχεδιάσετε την τροχιά του e μέχρι τη στιγμή που θα συναντήσει τον άξονα Ψ αφού πρώτα βάλλετε τα σωστά σύμβολα για τα ΜΠ και αφού εξηγήσετε ότι η τροχιά του e θα τμήσει τον άξονα Ψ .
2) Να προσδιορίσετε το σημείο που θα συναντήσει τον Ψ
3) Ποια η μεταβολή ταχύτητας από την t=0 μέχρι τη στιγμή που θα περάσει από τον άξονα Ψ
4) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα συναντήσει τον άξονα Χ.
5) Πόσο διάστημα διένυσε μέχρι την παραπάνω χρονική στιγμή.

Δίδονται: B_1 , $υ_0$, e/m (ειδικό φορτίο ηλεκτρονίου)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1) Γνωρίζουμε ότι κατά την βολή του e στο ΜΠ ,κάθετα στις δυναμικές γραμμές λόγω της δύναμης Lorentz θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση . Η F_L είναι κάθετη στην ταχύτητα και την ένταση του ΜΠ οπότε με τον κανόνα των τριών δακτύλων η ένταση του ΜΠ θα έχει φορά προς τα πάνω σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο και συμβολίζεται στο σχήμα με μια τελεία σε κύκλο. Αφού το e διαγράψει γωνία 120^0 μέσα στο ΜΠ έντασης B_1 φτάνει στη θέση Γ και η ακτίνα της τροχιάς κέντρου K_1 είναι : $R=\dfrac{mυ}{eB_1}$. Φτάνοντας στο Γ το ΜΠ αλλάζει σε μέτρο και το e θα διαγράψει τόξο κύκλου με κέντρο K_2 και ακτίνα :



$$r=\frac{m\upsilon}{eB_2}\xrightarrow{B_2=2B_1}r=\frac{m\upsilon}{e2B_1}\Rightarrow r=\frac{R}{2}$$

Το κέντρο K_2 προφανώς θα βρίσκεται στη διεύθυνση της F_Lπου είναι κάθετη στην ταχύτητα και επειδή η ακτίνα της τροχιάς είναι R/2 εννοείται ότι η $K_1Γ$ θα αντιστοιχεί στη διάμετρο της τροχιάς και αν το ΜΠ δεν μηδενιζόταν το e θα περνούσε από το K_1 κάθετα στην $K_1Γ$,όμως η κλίση του άξονα Ψ ως προς την $K_1Γ$ είναι τέτοια που η τροχιά του e θα τμήσει τον Ψ στο σημείο Δ .

2) Αφού το Δ είναι σημείο της περιφέρειας και η $K_1Γ$ διάμετρος, η γωνία $K_1\hat{Δ}Γ=90^0$ ενώ $Γ\hat{K}_1Δ=180-\varphi_1=180-120=60^0$

Από το τρίγωνο $K_1ΔΓ$ θα έχουμε: $(K_1Δ)=(K_1Γ)\cdot συν60=2r\frac{1}{2}\Rightarrow$

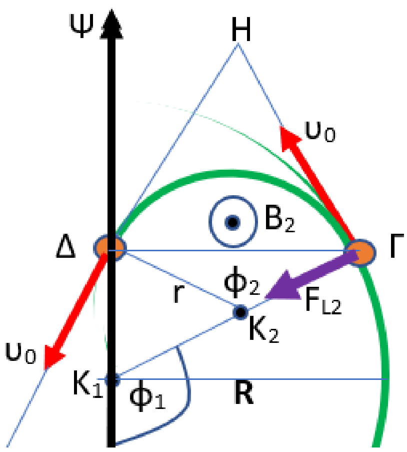
$(K_1Δ)=r=\frac{R}{2}$ Άρα $\psi_Δ=\frac{1}{2}R\Rightarrow$ $\boxed{\psi_Δ=\frac{1}{2}\frac{m\upsilon_0}{eB_1}=\frac{1}{2}\frac{\upsilon_0}{\frac{e}{m}B_1}}$

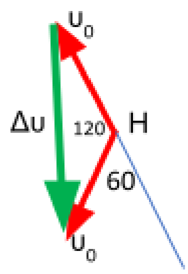
3) Κόβω από το αρχικό σχήμα το τμήμα που μας ενδιαφέρει.

Το τρίγωνο $K_1K_2Δ$ είναι ισοσκελές (K_2K_1= $K_2Δ$) και επειδή $K_2\hat{K}_1Δ=60^0$ θα είναι ισόπλευρο οπότε η εξωτερική γωνία $\varphi_2=60+60=120^0$ και $\hat{H}=60^0$ από το τετράπλευρο $K_2ΔHΓ$ όπου υπάρχουν δυό ορθές. Επίσης $H\hat{Δ}Γ=H\hat{Γ}Δ=60^0$

αφού ΗΔ =ΗΓ σαν εφαπτόμενες στην περιφέρεια (K_2,r)

Σχεδιάζω τις δυό ταχύτητες με κοινή αρχή στο Η και με τη γωνία μεταξύ τους 120^0 . Έχουμε : $Δ\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_{0,τελ}-\vec{\upsilon}_{0,αρχ}\Rightarrow\vec{\upsilon}_{0,αρχ}+Δ\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_{0,τελ}$ Στο σχήμα φαίνεται το άνυσμα της $Δ\vec{\upsilon}$ και από το νόμο των συν θα έχουμε:





$$\Delta\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+\upsilon_0^2-2\upsilon_0^2\sigma\upsilon\nu120}=\sqrt{2\upsilon_0^2-2\upsilon_0^2\left(-\frac{1}{2}\right)}\Rightarrow \boxed{\Delta\upsilon=\upsilon_0\sqrt{3}}$$

Η διεύθυνση της $\Delta\vec{\upsilon}$ είναι τέτοια ώστε να σχηματίζει γωνία 30^0 με την ταχύτητα υ_0 στη θέση Δ άρα παράλληλη στο άξονα Ψ.

4) Από το Α στο Γ ο χρόνος θα είναι : $t_1=\dfrac{\varphi_1}{\omega}=\dfrac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T_1}}=\dfrac{T_1}{3}=\dfrac{1}{3}\dfrac{2\pi m}{eB_1}$

Από το Γ στο Δ ο χρόνος θα είναι : $t_2=\dfrac{\varphi_2}{\omega_2}=\dfrac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T_2}}=\dfrac{T_2}{3}=\dfrac{1}{3}\dfrac{2\pi m}{e2B_1}=\dfrac{1}{6}\dfrac{2\pi m}{eB_1}$

Μετά το Δ αφού δεν υπάρχει πλέον ΜΠ το e θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά και μέχρι τον άξονα Χ θα διαγράψει την ευθεία ΔΖ που σχηματίζει με τον Ψ γωνία $\theta=30^0$ οπότε:

$$\sigma\upsilon\nu30=\frac{(\mathrm{A\Delta})}{(\Delta\mathrm{Z})}\Rightarrow(\Delta\mathrm{Z})=\frac{(\mathrm{A\Delta})}{\sigma\upsilon\nu30}\Rightarrow(\Delta\mathrm{Z})=\frac{R+\frac{R}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow(\Delta\mathrm{Z})=R\sqrt{3}$$

και την απόσταση αυτή θα τη διανύσει σε : $t_3=\dfrac{(\Delta\mathrm{Z})}{\upsilon_0}=\dfrac{R\sqrt{3}}{\upsilon_0}=\dfrac{\frac{m\upsilon_0}{eB_1}}{\upsilon_0}\Rightarrow t_3=\dfrac{m}{eB_1}$

Άρα ο συνολικός χρόνος θα είναι:

$$t=\frac{1}{3}\frac{2\pi m}{eB_1}+\frac{1}{3}\frac{2\pi m}{e2B_1}+\frac{m}{eB_1}\Rightarrow \boxed{t=(\pi+1)\frac{m}{eB_1}}$$

5)

$$S=S_{(\overset{\frown}{A\Gamma})}+S_{(\overset{\frown}{\Gamma\Delta})}+S_{(\Delta Z)}=\varphi_1R+\varphi_2\frac{R}{2}+R\sqrt{3}=\frac{2\pi}{3}R+\frac{2\pi}{3}\frac{R}{2}+R\sqrt{3}\Rightarrow$$

$$S=\left(\pi+\sqrt{3}\right)R\Rightarrow \boxed{S=\left(\pi+\sqrt{3}\right)\frac{m\upsilon_0}{eB_1}}$$

Παντελεήμων Παπαδάκης

24/01/2023