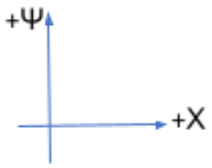
Το ΜΠ οδηγεί το m,q



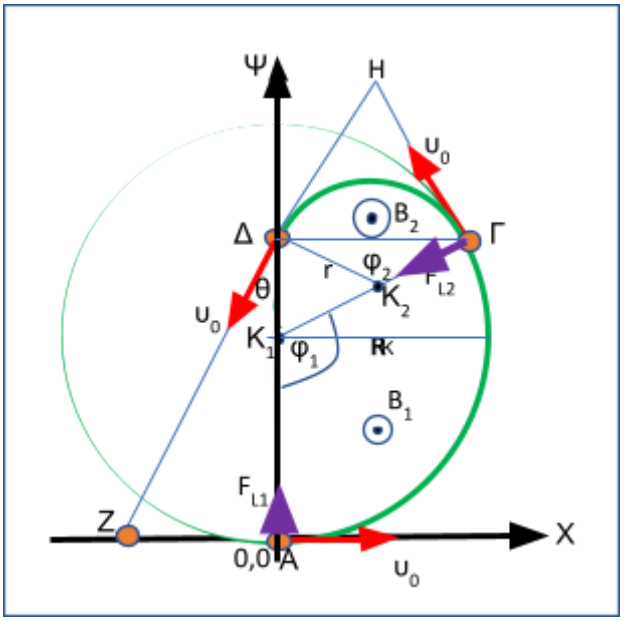
Φαντασθείτε ένα οριζόντιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων ΧΨ όπως στο σχήμα, που η τομή τους έχει συντεταγμένες (0,0). Από το σημείο (0,0) βάλλεται την t=0 ένα e με ταχύτητα $υ_0$ κατά την κατεύθυνση του θετικού ημιάξονα Χ ενώ στην περιοχή επικρατεί ομογενές ΜΠ B_1, με κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των ΧΨ και φορά τέτοια ώστε να αναγκάζει το e να κινηθεί αντίθετα των δεικτών του ρολογιού. Όταν το e διαγράψει γωνία $φ_1=120^0$, ακαριαία διπλασιάζεται η ένταση του ΜΠ χωρίς να μεταβληθεί η κατεύθυνσή της και κάποια στιγμή η τροχιά του θα τμήσει τον άξονα Ψ οπότε ακαριαία μηδενίζεται το ΜΠ.

1) Να σχεδιάσετε την τροχιά του e μέχρι τη στιγμή που θα συναντήσει τον άξονα Ψ αφού πρώτα βάλλετε τα σωστά σύμβολα για τα ΜΠ και αφού εξηγήσετε ότι η τροχιά του e θα τμήσει τον άξονα Ψ .
2) Να προσδιορίσετε το σημείο που θα συναντήσει τον Ψ
3) Ποια η μεταβολή ταχύτητας από την t=0 μέχρι τη στιγμή που θα περάσει από τον άξονα Ψ
4) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα συναντήσει τον άξονα Χ.
5) Πόσο διάστημα διένυσε μέχρι την παραπάνω χρονική στιγμή.

Δίδονται: B_1 , $υ_0$, e/m (ειδικό φορτίο ηλεκτρονίου)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1) Γνωρίζουμε ότι κατά την βολή του e στο ΜΠ ,κάθετα στις δυναμικές γραμμές λόγω της δύναμης Lorentz θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση . Η F_L είναι κάθετη στην ταχύτητα και την ένταση του ΜΠ οπότε με τον κανόνα των τριών δακτύλων η ένταση του ΜΠ θα έχει φορά προς τα πάνω σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο και συμβολίζεται στο σχήμα με μια τελεία σε κύκλο. Αφού το e διαγράψει γωνία 120^0 μέσα στο ΜΠ έντασης B_1 φτάνει στη θέση Γ και η ακτίνα της τροχιάς κέντρου K_1 είναι : $R=\frac{mυ}{eB_1}$. Φτάνοντας στο Γ το ΜΠ αλλάζει σε μέτρο και το e θα διαγράψει τόξο κύκλου με κέντρο K_2 και ακτίνα :



$$r=\frac{m\upsilon}{eB_2}\xrightarrow{B_2=2B_1} r=\frac{m\upsilon}{e2B_1}\Rightarrow r=\frac{R}{2}$$

Το κέντρο K_2 προφανώς θα βρίσκεται στη διεύθυνση της F_L που είναι κάθετη στην ταχύτητα και επειδή η ακτίνα της τροχιάς είναι R/2 εννοείται ότι η $K_1\Gamma$ θα αντιστοιχεί στη διάμετρο της τροχιάς και αν το ΜΠ δεν μηδενιζόταν το e θα περνούσε από το K_1 κάθετα στην $K_1\Gamma$,όμως η κλίση του άξονα Ψ ως προς την $K_1\Gamma$ είναι τέτοια που η τροχιά του e θα τμήσει τον Ψ στο σημείο Δ .

2) Αφού το Δ είναι σημείο της περιφέρειας και η $K_1\Gamma$ διάμετρος, η γωνία $K_1\hat{\Delta}\Gamma=90^0$ ενώ $\Gamma\hat{K}_1\Delta=180-\varphi_1=180-120=60^0$

Από το τρίγωνο $K_1\Delta\Gamma$ θα έχουμε: $(K_1\Delta)=(K_1\Gamma)\cdot\sigma\upsilon\nu 60=2r\frac{1}{2}\Rightarrow$

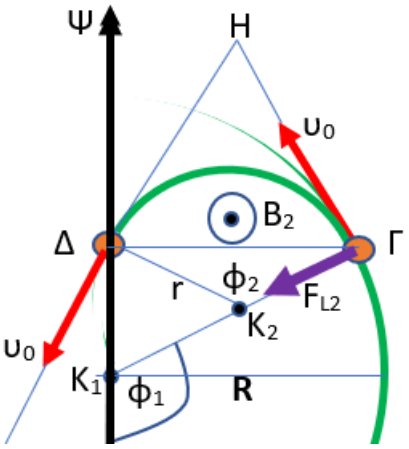
$(K_1\Delta)=r=\frac{R}{2}$ Άρα $\psi_\Delta=\frac{1}{2}R\Rightarrow$ $\psi_\Delta=\frac{1}{2}\frac{m\upsilon_0}{eB_1}=\frac{1}{2}\frac{\upsilon_0}{\frac{e}{m}B_1}$

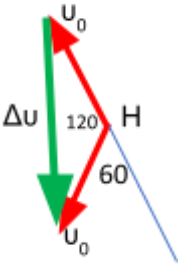
3) Κόβω από το αρχικό σχήμα το τμήμα που μας ενδιαφέρει.

Το τρίγωνο $K_1K_2\Delta$ είναι ισοσκελές ($K_2K_1=K_2\Delta$) και επειδή $K_2\hat{K}_1\Delta=60^0$ θα είναι ισόπλευρο οπότε η εξωτερική γωνία $\varphi_2=60+60=120^0$ και $\hat{H}=60^0$ από το τετράπλευρο $K_2\Delta H\Gamma$ όπου υπάρχουν δυό ορθές. Επίσης $H\hat{\Delta}\Gamma=H\hat{\Gamma}\Delta=60^0$

αφού $H\Delta=H\Gamma$ σαν εφαπτόμενες στην περιφέρεια (K_2,r)

Σχεδιάζω τις δυό ταχύτητες με κοινή αρχή στο Η και με τη γωνία μεταξύ τους 120^0 . Έχουμε : $\Delta\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_{0,\tau\varepsilon\lambda}-\vec{\upsilon}_{0,\alpha\rho\chi}\Rightarrow\vec{\upsilon}_{0,\alpha\rho\chi}+\Delta\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_{0,\tau\varepsilon\lambda}$ Στο σχήμα φαίνεται το άνυσμα της $\Delta\vec{\upsilon}$ και από το νόμο των συν θα έχουμε:





$$\Delta\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+\upsilon_0^2-2\upsilon_0^2\sigma\upsilon\nu 120}=\sqrt{2\upsilon_0^2-2\upsilon_0^2\left(-\frac{1}{2}\right)}\Rightarrow \boxed{\Delta\upsilon=\upsilon_0\sqrt{3}}$$

Η διεύθυνση της $\Delta\vec{\upsilon}$ είναι τέτοια ώστε να σχηματίζει γωνία 30^0 με την ταχύτητα υ_0 στη θέση Δ άρα παράλληλη στο άξονα Ψ.

4) Από το Α στο Γ ο χρόνος θα είναι :

$$t_1=\frac{\varphi_1}{\omega}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{\mathrm{T}_1}}=\frac{\mathrm{T}_1}{3}=\frac{1}{3}\frac{2\pi m}{eB_1}$$

Από το Γ στο Δ ο χρόνος θα είναι :

$$t_2=\frac{\varphi_2}{\omega_2}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{\mathrm{T}_2}}=\frac{\mathrm{T}_2}{3}=\frac{1}{3}\frac{2\pi m}{e2B_1}=\frac{1}{6}\frac{2\pi m}{eB_1}$$

Μετά το Δ αφού δεν υπάρχει πλέον ΜΠ το e θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά και μέχρι τον άξονα Χ θα διαγράψει την ευθεία ΔΖ που σχηματίζει με τον Ψ γωνία θ=30^0 οπότε:

$$\sigma\upsilon\nu 30=\frac{(\mathrm{A}\Delta)}{(\Delta\mathrm{Z})}\Rightarrow(\Delta\mathrm{Z})=\frac{(\mathrm{A}\Delta)}{\sigma\upsilon\nu 30}\Rightarrow(\Delta\mathrm{Z})=\frac{R+\frac{R}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow(\Delta\mathrm{Z})=R\sqrt{3}$$

και την απόσταση αυτή θα τη διανύσει σε :

$$t_3=\frac{(\Delta\mathrm{Z})}{\upsilon_0}=\frac{R\sqrt{3}}{\upsilon_0}=\frac{\frac{m\upsilon_0}{eB_1}}{\upsilon_0}\Rightarrow t_3=\frac{m}{eB_1}$$

Άρα ο συνολικός χρόνος θα είναι:

$$t=\frac{1}{3}\frac{2\pi m}{eB_1}+\frac{1}{3}\frac{2\pi m}{e2B_1}+\frac{m}{eB_1}\Rightarrow \boxed{t=(\pi+1)\frac{m}{eB_1}}$$

5)

$$S=S_{(A\Gamma)}+S_{(\Gamma\Delta)}+S_{(\Delta Z)}=\varphi_1 R+\varphi_2\frac{R}{2}+R\sqrt{3}=\frac{2\pi}{3}R+\frac{2\pi}{3}\frac{R}{2}+R\sqrt{3}\Rightarrow$$

$$S=\left(\pi+\sqrt{3}\right)R\Rightarrow \boxed{S=\left(\pi+\sqrt{3}\right)\frac{m\upsilon_0}{eB_1}}$$

Παντελεήμων Παπαδάκης

24/01/2023