ثانوية فارس بن مهل الشهبونية الموسم الدراسي : 2014/2015 .

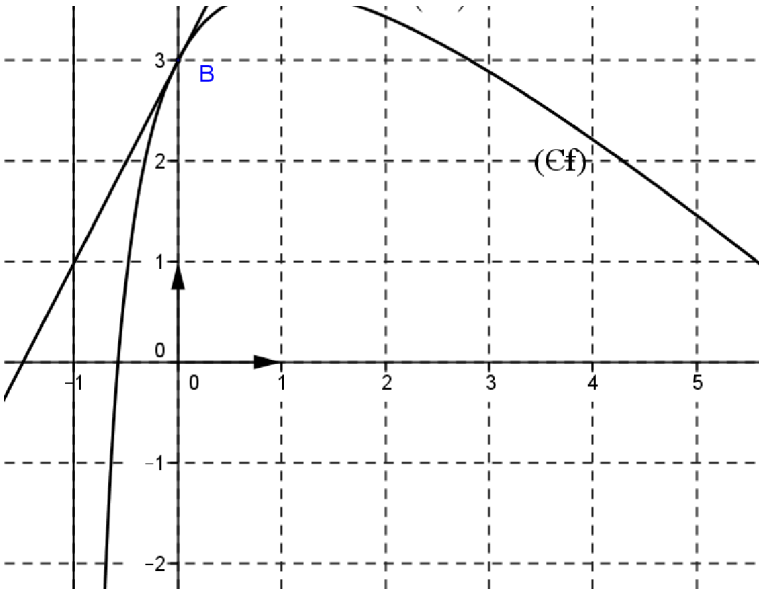
اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة ثانوي " علوم تجريبية " . **المدة** : 3 ساعات .

التمرين الأول :) 08ن(

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=ax+5+\dfrac{b}{x+1}+\ln(x+1)$

حيث a ، b ثابتان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



$A(1;3+\ln 2)$ ، $B(0;3)$ نقطتان من (C_f) .

(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A

و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B .

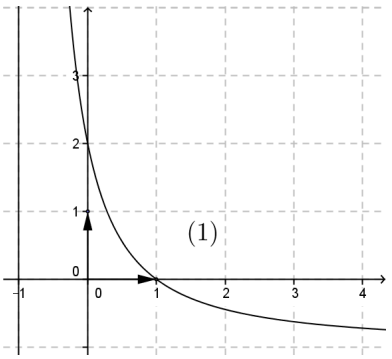
1) بقراءة بيانية :

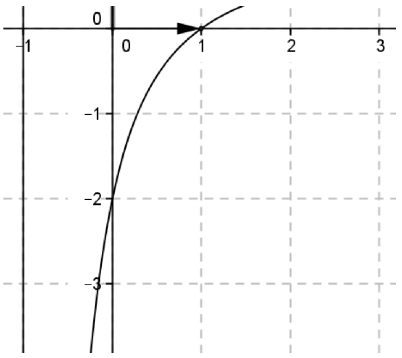
أ) أحسب كلا من $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ و $f'(1)$.

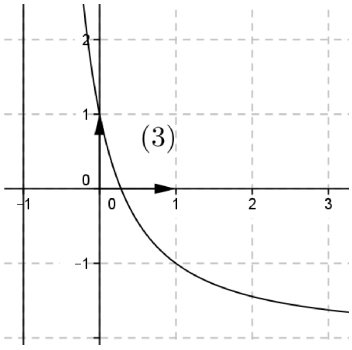
ب) عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

د) من بين المنحنيات (1) ، (2) و (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .







2) أ) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ تكون : $f(x)=-x+5-\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) بين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f'(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

د) استنتج ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

3) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد حلول المعادلة : $5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$ حيث x هو المجهول .

4) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x+6-\frac{2}{x}+\ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه .

التمرين الثاني :) 06ن(

الفضاء منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$

1) بين أن المثلث ABC قائم .

2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته $x+y+z-3=0$

- بين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) و يمر من النقطة A .

3) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل A

- أكتب معادلة ديكارتية لـ (P') .

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) تقاطع (P) و (P') .

5) لتكن D النقطة ذات الاحداثيات $(0;\alpha;\beta)$.

1) عين العددين الحقيقيين α و β حتى يكون المستقيم (AD) عموديا على المستوي (ABC) .

2) بيّن أن $ABCD$ رباعي الوجوه ، ثم أحسب حجمه .

5) أحسب بعد النقطة D عن المستقيم (BC) ، ثم استنتج مساحة المثلث BCD .

د) استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BCD) .

التمرين الثالث :) 06ن(

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب Z حيث : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ) بيّن أنه إذا كان : Z_0 حلا للمعادلة $P(z)=0$ ، فإنّ $\overline{Z_0}$ حلا لها أيضا ($\overline{Z_0}$ مرافق Z_0)

ب) أحسب $P(-1)$ ، ثم بيّن أنه من أجل كل Z من $\mathbb{C}$: $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

ج) حل في ℂ المعادلة $P(z)=0$.

2) $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب .

نعتبر النقط A ، B و C والتي لواحقها على الترتيب $Z_A=-1$ ، $Z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $Z_C=2-i\sqrt{3}$.

1) أحسب $|Z_C-Z_A|$ ، $|Z_B-Z_A|$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) عين Z_G لاحقة G مرجح الجملة : $\{(A;-1),(B;2),(C;2)\}$.

$$L=\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$$

5) أحسب طويلة وعمدة للعدد المركب L ، ثم أكتب L على الشكل الأسي .

8) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد L^n حقيقيا .

هـ) بيّن أن L^{2015} تخيلي صرف .

و) استنتج طبيعة المثلث GAC .

بالتوفيق **الصفحة 2 من2** **انتهـــى .**

التصحيح باختصار و سلم التنقيط (اختبار الثلاثي الثاني [2012/2013]- رياضيات - 3ع. تجريبية)			
التصحيح باختصار	العلامة	التصحيح باختصار	العلامة

التمرين الأول:) 08 ن (

1) أ) $f(0)=3$. $f'(0)=\dfrac{3-1}{0-(-1)}$ أي : $f'(0)=2$. $f(1)=3+\ln 2$. $f'(1)=0$.

ب) - إشارة $f'(x)$ **في الجدول التالي :**

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

- جدول تغيرات الدالة f **هو التالي :**

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f'(x)$	‖	↗	$3+\ln 2$	↘	
	‖ $-\infty$				$-\infty$

ج) اعتمادا على إشارة f' **نستنتج أن منحنى** f' **أعلى حامل محور الفواصل على المجال** $]-1;1[$ **و يقطعه في النقطة ذات الفاصلة 1 و أسفله على المجال** $]1;+\infty[$ **إذن : المنحنى الممثل للدالة** f' **هو المنحنى رقم (1) .**

2) أ) لدينا: $f(1)=3+\ln 2$ **معناه:**

$a+5+\dfrac{b}{2}+\ln 2=3+\ln 2$ أي: $a+\dfrac{b}{2}=-2$.

و لدينا: $f(0)=3$ **معناه:** $5+b=3$ أي: $b=-2$

و منه: $a=-1$.

و أخيرا: من أجل كل x **من** $]-1;+\infty[$ **؛ يكون :**

$f(x)=-x+5-\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) $\lim\limits_{x\to -1^{>}}(-x+5)=6$ **و**

$\lim\limits_{x\to -1^{>}}\left(-\dfrac{2}{x+1}\right)=-\infty$

$f'(x)=-1+\dfrac{2}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{x+1}$ أي: $f'(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

هـ) إشارة $f'(x)$ **من إشارة** $(-x^2-x+2)$ **على المجال** $]-1;+\infty[$ **. لكثير الحدود** $(-x^2-x+2)$ **جذران متمايزان هما:** 1 **و** (-2) **. ومنه: جدول الإشارة التالي:**

x	-1		1		$+\infty$
$(-x^2-x+2)$	‖	$+$	0	$-$	
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

3) (1) ... $5-\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$ **تكافئ**

$f(x)=2x+m$ **إذن: حل المعادلة (1) يعني إيجاد فواصل نقط تقاطع المنحنى** (C_f) **و المستقيم الذي** $y=2x+m$ **معادلة له وهو مستقيم يوازي المماس** (Δ') **و منه:**

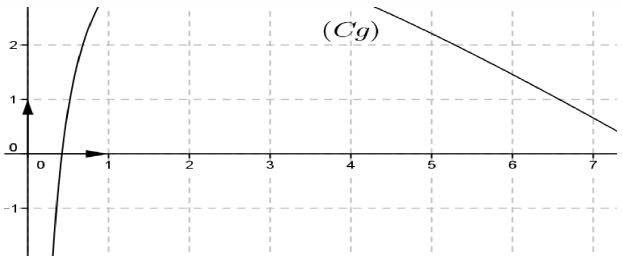
- إذا كان: $m\in]-\infty;3[$ **فإن المعادلة (1) تقبل حلين من إشارتين مختلفتين .**

- إذا كان: $m=3$ **فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا هو 0.**

- إذا كان: $m\in]3;+\infty[$ **فإن المعادلة (1) لا تقبل أي حل.**

4) من أجل كل x **من المجال** $]0;+\infty[$ **فإن :**

$g(x)=f(x-1)$ أي: **و منه:** (C_g) **هو صورة** (C_f) **بالانسحاب الذي شعاعه** $\vec{i}$.

و $\lim\limits_{x \to -1^{>}} \left[\ln(x+1)\right] = -\infty$ إذن: $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x) = -\infty$ و منه: المستقيم الذي $x = -1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) . ج) $\lim\limits_{x \to +\infty} (-x+5) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(-\frac{2}{x+1}\right) = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\ln(x+1)\right] = +\infty$ إذن: نهاية f عند $+\infty$ حالة عدم التعيين . $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x+1)\left[\frac{-x+5}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]$ أي: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$. د) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ؛ فإن :		 **التمرين الثاني:) 07 ن (** 1) لدينا: $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ ، $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$. نلاحظ أن: $3 = 1 \times 3$ لكن: $3 \neq 1 \times 0$ إذن: $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا و منه: النقط A ، B و C ليست في استقامية و بالتالي فهي تعين مستويا هو (ABC) . 2) لدينا: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$. إذن: المثلث ABC قائم في A . 3) أ- $\overrightarrow{AD}(-3;6;-3)$. لدينا: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} = 0$ و لدينا: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} = 0$ إذن: $\overrightarrow{AD}$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و هما غير مرتبطين خطيا من المستوى (ABC) إذن: $\overrightarrow{AD}$ عمودي على المستوى (ABC) و منه: (AD) عمودي على المستوى (ABC) .	0.50 0.50 0.50 0.50 0.50
التصحيح باختصار	العلامة	التصحيح باختصار	العلامة

ب- (AD) عمودي على المستوى (ABC) . إذن:

A هي المسقط العمودي للنقطة D على (ABC)

و منه: المسافة بين النقطة D و المستوى (ABC) هي : DA حيث: $DA = 3\sqrt{6}$.

ج- حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو V حيث:

$V = \frac{1}{3}S.h$ مع: S مساحة القاعدة ABC و h ارتفاع رباعي الوجوه $ABCD$.

لدينا: $S = \frac{AB \times AC}{2}$ أي: $S = \frac{9\sqrt{6}}{2}$ و $h = DA$ أي: $h = 3\sqrt{6}$. و أخيرا: $V = 27u.v$.

د- لدينا: $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}6\\-3\\6\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6\\-6\\0\end{pmatrix}$

إذن: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = 54$.

و لدينا: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = DB \times DC \times \cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$

أي: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = 9 \times 6\sqrt{2} \times \cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$

أي: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = 54\sqrt{2} \times \cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$

إذن: $54\sqrt{2} \times \cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right) = 54$

و منه: $\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

و أخيرا: قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان .

4) إحداثيات النقطة E هي : $(x_E; y_E; z_E)$ حيث:

$$\begin{cases} x_E = \frac{3+6+6}{3} \\ y_E = \frac{-2+1-2}{3} \\ z_E = \frac{2+5-1}{3} \end{cases}$$

أي: $\begin{cases} x_E = 5 \\ y_E = -1 \\ z_E = 2 \end{cases}$.

5) أ- $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right) = 0$

التمرين الثالث:) 05.00 ن (

1) أ) نضع: $P(Z) = Z^2 + 2Z + 4$.

لدينا: $P\left(-1+i\sqrt{3}\right) = 0$

إذن : العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حل للمعادلة (1) .

ب) الحل الثاني لهذه المعادلة هو $\overline{-1+i\sqrt{3}}$ أي هو: $-1-i\sqrt{3}$.

2) أ) - لدينا: $|Z_A| = 2$ و $\arg(Z_A) = \pi$

إذن: $Z_A = 2e^{i\pi}$. و هو شكل أسي للعدد Z_A .

لدينا: $|Z_B| = 2$ و $\arg(Z_B) = \frac{2\pi}{3}$

إذن: $Z_B = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_B .

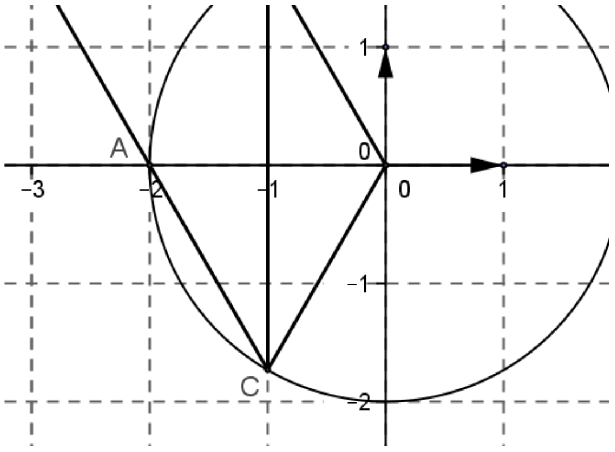
- لدينا: $Z_C = \overline{Z_B}$ إذن: $Z_C = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_C .

ب) لدينا: $|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = 2$ أي:

إذن: النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 .

أي: الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هي الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 .

ج)



3) أ) لدينا: $Z_A = \frac{Z_C + Z_D}{2}$

و منه: $Z_D = 2Z_A - Z_C$ أي: $Z_D = -3+i\sqrt{3}$.

ب) $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right) = \arg\left(\frac{Z_C - Z_B}{Z_D - Z_B}\right)$

تكافئ: $3\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{DA}=0$ أي: $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{DA}=0$

أي: $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{AD}=0$.

و منه: (Γ) هي المستوى الذي يشمل النقطة E

و يعامد $\overrightarrow{AD}$ أي: هي المستوى (ABC) .

ب- $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{AD}=0$ تكافئ: $x-2y+z-9=0$

و هي معادلة المستوى (ABC) .

$\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\arg\left(\sqrt{3}i\right)$ أي :

$\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{2}$ أي: .

ج) لدينا: $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{2}$

أي: $(BC)\perp(BD)$. و منه:

المثلث BCD قائم في النقطة B .