30 نوفمبر 2008 – 2 ثا ع ت1 و 2

التمرين1:

الجزء الأول: جواب واحد صحيح فقط، أذكر الجواب الصحيح معللا إجابتك.

المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1. ليكن كثير الحدود $f(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث: $f(x)=3x^2+4x-7$. تحليل $f(x)$ هو:

ج1: $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)$ $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)$ ج2: $(x-1)(x-7)$ $(x-1)(x-7)$ ج3: $(x-1)(7x-3)$ $(x-1)(7x-3)$.

2. القطع المكافئ ذو معادلة $y=x^2-x+3$ هو صورة القطع المكافئ ذو معادلة $y=x^2$

ج1: بالتناظر بالنسبة إلى $(x'x)$ ج2: بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{\imath}+\frac{11}{4}\vec{\jmath}$ $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{\imath}+\frac{11}{4}\vec{\jmath}$

ج3: بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{\imath}-\frac{11}{4}\vec{\jmath}$ $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{\imath}-\frac{11}{4}\vec{\jmath}$

3. ABC مثلث. مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|-3\overrightarrow{BC}\|$ $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|-3\overrightarrow{BC}\|$ هي:

ج1: مستقيم ج2: دائرة ج3:مجموعة خالية

4. المعادلة $x^3-233x+5=0$:

ج1: لا تقبل حل في $[0;3]$ $[0;3]$ ج2: تقبل حلا واحدا في $[-5;0]$

ج3: تقبل حلا واحدا في $[0;1]$ $[0;1]$ $[-5;0]$

الجزء الثاني: أجب بصحيح أم خاطئ مع التبرير.

1. إذا كانت دالة f بحيث، من أجل كل عدد حقيقي h غير معدوم: $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-h^2+2h+1$ $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-h^2+2h+1$ فإن $f'(2)=1$

2. إذا قبلت f الاشتقاق عند 1 ، فإن $\lim\limits_{h\to 0} f(1+h)=f(1)$ $\lim\limits_{h\to 0} f(1+h)=f(1)$

3. مشتقة الدالة f حيث $f(x)=2$ هي الدالة f' حيث $f'(x)=2$

التمرين2:

1 عين النهايات التالية:

أ- $\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-5}{x+1}$ $\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-5}{x+1}$ ؛ ب- $\lim\limits_{+\infty}[-x^2+(x+1)(x^2-2)]$ $\lim\limits_{+\infty}[-x^2+(x+1)(x^2-2)]$

ج- $\lim\limits_{-\infty}\left(x+5\sqrt{1-x}\right)$ $\lim\limits_{-\infty}\left(x+5\sqrt{1-x}\right)$ ؛

2 عين النهاية عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، إن أمكن، للدالة f :

أ- $f(x)=x^3-2x$ $f(x)=x^3-2x$ ب- $f(x)=\frac{4x^2-7x}{x-5}$ $f(x)=\frac{4x^2-7x}{x-5}$ ج- $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x$ $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x$

التمرين3: **المستوي (π) منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

$A(1;0)$ ؛ $B(2;3)$ ؛ $C(-1;4)$ ؛ $D(2;-1)$ نقط من المستوي.

1 **عين العددين الحقيقيين α وَ β حتى تكون النقطة D مرجح للجملة $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;3)\}$.**

2 عين مجموعة النقط M من المستوي (π) التي تحقق:

$$\|6\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\|$$

$$\|6\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\|$$

الحل و التنقيط

التمرين1: .....(07)

الجزء الأول: جواب واحد صحيح فقط، أذكر الجواب الصحيح معللا إجابتك. .....(04)

المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. ليكن كثير الحدود $f(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث: $f(x)=3x^2+4x-7$. تحليل $f(x)$ هو:

ج1: $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)$ $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)$ ج2: $(x-1)(x-7)$ $(x-1)(x-7)$ ج3: $(x-1)(7x-3)$ $(x-1)(7x-3)$.

الجواب الصحيح هو: **ج1:** $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)$ $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)$ .....

(0,5+0,5).....

التعليل: $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)=3x^2+4x-7=f(x)$ $3(x-1)\left(x+\frac{7}{3}\right)=3x^2+4x-7=f(x)$

2. القطع المكافئ ذو معادلة $y=x^2-x+3$ هو صورة القطع المكافئ ذو معادلة $y=x^2$

ج1: بالتناظر بالنسبة إلى $(x'x)$ ج2: بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{11}{4}\vec{j}$ $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{11}{4}\vec{j}$

ج3: بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{i}-\frac{11}{4}\vec{j}$ $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{i}-\frac{11}{4}\vec{j}$

الجواب الصحيح هو: **ج2: بالانسحاب الذي شعاعه** $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{11}{4}\vec{j}$ $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{11}{4}\vec{j}$ .....

(0,5+0,5).....

التعليل: نضع : $f(x)=x^2-x+3$ $f(x)=x^2-x+3$ و $g(x)=x^2$ و (C_f) و (C_g) تمثيلهما البياني.

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}=g\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{11}{4}\quad f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}=g\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{11}{4}$$

و بالتالي (C_f) صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{11}{4}\vec{j}$ $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{11}{4}\vec{j}$

3. ABC مثلث. مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = \|-3\overrightarrow{BC}\|$

$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = \|-3\overrightarrow{BC}\|$ هي:

ج1: مستقيم ج2: دائرة ج3:مجموعة خالية

الجواب الصحيح هو: **ج2: دائرة** ....(0,5+0,5)

التعليل: ليكن G مركز ثقل المثلث ABC؛ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = \|-3\overrightarrow{BC}\|$ $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = \|-3\overrightarrow{BC}\|$ معناه MG=BC

مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها BC

4. المعادلة $x^3-233x+5=0$:

ج1: لا تقبل حل في $[0;3]$ $[0;3]$ ج2: تقبل حلا واحدا في $[-5;0]$ $[-5;0]$ ج3: تقبل حلا واحدا في $[0;1]$ $[0;1]$

الجواب الصحيح هو: **ج3: تقبل حلا واحدا في** $[0;1]$ $[0;1]$ .....(0,5+0,5)

التعليل: نضع : $f(x)=-x^3-233x+5$ $f(x)=-x^3-233x+5$

f تقبل الاشتقاق على $[0;1]$ و $f'(x)=-3x^2-233$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;1]$ ، $f'(x)<0$ ومنه f متناقصة تماما على $[0;1]$

لدينا كذلك: $f(0)=5$ و $f(1)=-229$

الخلاصة: f قابلة للاشتقاق و متناقصة تماما على $[0;1]$ و $f(0).f(1)<0$

حسب مبرهنة القيم الوسطى، المعادلة $f(x)=0$ أي $x^3-233x+5=0$ تقبل حلا واحدا في $[0;1]$

الجزء الثاني: أجب بصحيح أم خاطئ مع التبرير. .....(03)

1. إذا كانت دالة f بحيث، من أجل كل عدد حقيقي h غير معدوم: $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-h^2+2h+1$

$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-h^2+2h+1$ فإن $f'(2)=1$

الجواب: **صحيحة** .....(0,5+0,5)

التعليل: f تقبل الاشتقاق عند 2 و $f'(2)=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}(-h^2+2h+1)=1$

$f'(2)=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}(-h^2+2h+1)=1$

2. إذا قبلت f الاشتقاق عند 1 ، فإن $\lim\limits_{h\to 0}f(1+h)=f(1)$ $\lim\limits_{h\to 0}f(1+h)=f(1)$

الجواب: صحيحة .....(0,5+0,5)

التعليل: f تقبل الاشتقاق عند 1 معناه أن أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند 1 هو: $f(1+h)\cong f(1)+hf'(1)$ من أجل h قريب من 0 و بالتالي $\lim\limits_{h\to 0}f(1+h)=\lim\limits_{h\to 0}[f(1)+hf'(1)]=f(1)$

$\lim\limits_{h\to 0}f(1+h)=\lim\limits_{h\to 0}[f(1)+hf'(1)]=f(1)$

3. مشتقة الدالة f حيث $f(x)=2$ هي الدالة f' حيث $f'(x)=2$

الجواب: خاطئة .....(0,5+0,5)

التعليل: f تقبل الاشتقاق على R و $f'(x)=0$

التمرين2: .....(06)

1 تعيين النهايات التالية:

أ- $\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-5}{x+1}$ $\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-5}{x+1}$ ؛ ب- $\lim\limits_{+\infty}[-x^2+(x+1)(x^2-2)]$ $\lim\limits_{+\infty}[-x^2+(x+1)(x^2-2)]$

؛ حـ- $\lim\limits_{-\infty}\left(x+5\sqrt{1-x}\right)$ $\lim\limits_{-\infty}\left(x+5\sqrt{1-x}\right)$

$\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-5}{x+1}=\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{+\infty}x=+\infty$ $\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2-5}{x+1}=\lim\limits_{+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{+\infty}x=+\infty$

.....(01)

$\lim\limits_{+\infty}[-x^2+(x+1)(x^2-2)]=\lim\limits_{+\infty}x^3=+\infty$

$\lim\limits_{+\infty}[-x^2+(x+1)(x^2-2)]=\lim\limits_{+\infty}x^3=+\infty$ .....(01)

$\lim\limits_{-\infty}\left(x+5\sqrt{1-x}\right)=\lim\limits_{-\infty}x\left[1-5\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}}\right]=-\infty$

$\lim\limits_{-\infty}\left(x+5\sqrt{1-x}\right)=\lim\limits_{-\infty}x\left[1-5\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}}\right]=-\infty$

.....(01)

2 تعيين النهاية عند $+\infty$ للدالة f :

أ- $f(x)=x^3-2x\ f(x)=x^3-2x$ ب- $f(x)=\frac{4x^2-7x}{x-5}\ f(x)=\frac{4x^2-7x}{x-5}$ ج- $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x\ f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x$

-1 $\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{+\infty} x^3=+\infty\ \lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{+\infty} x^3=+\infty$

(01).....

-2 $\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{+\infty} \frac{4x^2-7x}{x-5}=\lim\limits_{+\infty} \frac{4x^2}{x}=\lim\limits_{+\infty} (4x)=+\infty$

$\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{+\infty} \frac{4x^2-7x}{x-5}=\lim\limits_{+\infty} \frac{4x^2}{x}=\lim\limits_{+\infty} (4x)=+\infty$ (01).....

-3 $\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{+\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-2x\right)=\lim\limits_{+\infty} x\left[\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-2\right]=-\infty$

$\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{+\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-2x\right)=\lim\limits_{+\infty} x\left[\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-2\right]=-\infty$ (01).....

التمرين3: ..... (07)

المستوي(π) منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

A(1;0) ؛ B(2;3) ؛ C(-1;4) ؛ D(2;-1) نقط من المستوي.

1 تعيين العددين الحقيقيين α وَ β حتى تكون النقطة D مرجح للجملة $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;3)\}$:

معناه $D=Bary\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;3)\}\ D=Bary\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;3)\}$

$\begin{cases}\alpha+\beta+3\neq 0\\ \frac{\alpha+2\beta-3}{\alpha+\beta+3}=2\\ \frac{3\beta+12}{\alpha+\beta+3}=1\end{cases}\ \begin{cases}\alpha+\beta+3\neq 0\\ \frac{\alpha+2\beta-3}{\alpha+\beta+3}=2\\ \frac{3\beta+12}{\alpha+\beta+3}=1\end{cases}$ (00,5+01+01).....

$\begin{cases}\alpha=-9\\ \beta=-\frac{3}{2}\end{cases}\ \begin{cases}\alpha=-9\\ \beta=-\frac{3}{2}\end{cases}$ معناه (01).....

ومنه $D=Bary\left\{(A;-9);\left(B;-\frac{3}{2}\right);(C;3)\right\}=Bary\{(A;6);(B;1);(C;-2)\}$

$D=Bary\left\{(A;-9);\left(B;-\frac{3}{2}\right);(C;3)\right\}=Bary\{(A;6);(B;1);(C;-2)\}$ (01).....

2 تعيين مجموعة النقط M من المستوي(π) التي تحقق:

$\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\|$

$\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\|$:

لدينا: $6\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MD}\ 6\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MD}$

(0,5).....

نضع: $\vec{u}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\ \vec{u}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}$ و M(x;y)

$\vec{u}\ \vec{u}$ شعاع ثابت لأن مجموع المعاملات معدوم

5

$$x_{\vec{u}} = (1-x) + (2-x) - (-1-x) - (2-x) = 2$$

$x_{\vec{u}} = (1-x) + (2-x) - (-1-x) - (2-x) = 2$ .....(0,5)

$$y_{\vec{u}} = (0-y) + (3-y) - (4-y) - (-1-y) = 0$$

$y_{\vec{u}} = (0-y) + (3-y) - (4-y) - (-1-y) = 0$ .....(0,5)

ومنه $\vec{u}(2;0)$ و $\vec{u}(2;0)$ $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \|\vec{u}\| = 2$

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \|\vec{u}\| = 2$$

$$\|6\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\|$$

تكافئ $\|6\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\|$ $MD = \frac{2}{5}$ $MD = \frac{2}{5}$

.....(0,5)

مجموعة النقط M حيث $\|6\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\|$

هي الدائرة التي مركزها D و نصف قطرها $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$.

.....(0,5)

الأستاذ: بن علو لخضر