

Physique numérique TP n°3

Dans ce travail, on veut résoudre un problème type des équations hyperboliques, à savoir l'équation d'onde. Il est à rappeler que la méthode à utiliser dans ce TP est la méthode des différences finies.

Problème : Equation d'onde

Considérons le problème de d'une corde vibrante de longueur 1 mètre de côté, dont les conditions limites sont les suivantes :

$$u(0,t) = 0 ; u(1,t) = 0$$

$$u(x,0) = \sin(\pi x) ; u_t(x,0) = 0$$

Ce problème est régi par l'équation d'onde

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

Nous allons utiliser les mailles de temps et d'espace suivantes : $dx=0.1$, $r=1$, $c=1$, et $dt=rdx/c$.

- 1) Résoudre le problème et donner le résultat après 10 secondes (Tmax) en utilisant l'algorithme d'un schéma explicite traçant la courbe de $u(i,j)$. Rappelons que la valeur de $r=1$ respecte la condition de stabilité du schéma numérique explicite.
- 2) Comparer les résultats trouvés avec ceux de la solution exacte donnée par $u_{\text{exact}}(x,t) = \sin(\pi x) * \cos(\pi t)$.
- 3) Tracer la courbe $u(x)$ aux instants $t=0s$, $t=1s$, $t=5s$ et $t=10s$ en utilisant la commande :
`plot(x,u(:,1), 'r', x,u(:,10), 'b', x,u(:,50), 'g', x,u(:,100), 'm')`
- 4) Utiliser la même commande pour tracer u_{exact}
- 5) Avec la même commande, tracer cette fois-ci sur une même figure les courbes u et u_{exact} aux instants $t=0$, $t=5s$ et $t=10s$
- 6) Conclure