Арифметическая система с n знаками

*я не профессиональный математик, так что в терминах могу путаться

Abstract:

Возможно задать математическую группу из объектов, которые являются числами с n знаками так, что эта группа будет абелевой по сложению и умножению для чисел с любым количеством знаков, и результат этих операций будет совпадать с группами для вещественных чисел при количестве знаков n = 2 и комплексных чисел при количестве знаков n = 4 или 3.

It is possible to set a mathematical group of n-signed digits in a way, that this group will be Abel-type for summation and multiplication, and will have same properties as a group of real numbers with n=2 and complex numbers with n=4 or 3.

Main:

Definitions and Axioms:

Определим n–знаковую группу как группу состоящую из бесконечного множества n –Чисел.

Определим n –Число как пронумерованный список n компонент, каждая из которых может быть записана как неотрицательное вещественное число. Далее в этом тексте под словом n –Число я буду понимать именно такой список, и буду обозначать его как A или $a_1;a_2;\ldots;a_n$. Каждая компонента является элементом собственной абелевой группы по сложению и умножению (ведёт себя относительно математических операций как вещественное число) и неотрицательна. (1)

Определим Знак как номер компоненты n–Числа. В ситуации, когда необходимо обозначить знаки отдельно или указать их, я буду использовать запись $k_1 \ldots k_i$ и т.д. Принцип использования этой записи следующий: для группы вещественных чисел запись $k_1\ a_1$ соответствует записи $+a_1$, а запись $k_2\ a_2$ соответствует записи $-a_2$. Для комплексных запись $k_2\ a_2$ соответствует записи $i*a_2$. Чтобы обозначить ситуации, когда используются знаки, а не математические операции, я буду брать знак в скобки: $(+)a_1$, $(-i)\ a_4$ и т.п. (2)

Отношение Знаков определяются через уравнение $\sum_{i=1}^{n} k_i r = 0,\ \forall r \in Re,\ \forall r \geq 0,$ (3).

*Запись $k_i r$ можно рассматривать так: если k_i это (+), а r это число, например, 5, то $k_i r$ это $k_i 5$ или (+)5.

Внутри n–знаковую группы возможно существование m –знаковых подгрупп: любой произвольный набор Знаков из Знаков группы при определении n–знаковой группы может быть связан дополнительным уравнением, аналогичным уравнению (3).

$k_{w1}r + k_{w2}r + \ldots + k_{wl}r = 0, \quad \forall r \in Re, \forall r \geq 0, \{w1, w2, \ldots, wl\} \in 1\ldots n$ (4)

Поскольку Знаки должны подчиняться уравнению (3), то:

Знаки, не входящие в подгруппу автоматически образуют комплиментарную подгруппу из n-m Знаков.

Определим Минимальную Форму n –Числа как такую запись n–Числа, при которой хотя-бы один из компонент равен нулю (остальные компоненты, как и раньше, неотрицательны). Два n –Числа равны, если равны их Минимальные Формы.

Тогда, с учётом (1) и (3):

$a_1;a_2;\ldots;a_n = a_1+r;a_2+r;\ldots;a_n+r$ для $\forall r \in Re$ (5)

> иллюстрация: при n=2, можно положить что k_1 это (+) и k_2 это (-),
> число 3 записывается как 3;0,
> что можно прочитать как (+)3 + (-)0;
> запись 5;2 можно прочитать как (+)5 + (-)2,
> и поскольку по (3) (+)2+(-)2=0,
> (+)5 + (-)2 = (+)(3+2) + (-)2 = (+)3 + (+)2 + (-)2 = (+)3 + (-)0 = (+)3.
> Следовательно (+)5 + (-)2 = (+)3 + (-)0 или 5;2 = 3;0
> При n = 5 возможно наблюдать такие равенства, как 6;1;0;2;0 = 8;3;2;4;2

Сумма двух n –Чисел

$A + B = a_1;a_2;\ldots;a_n + b_1;b_2;\ldots;b_n = a_1+ b_1; a_2+ b_2;\ldots; a_n+ b_n$ (6)

Разность – операция, обратная сумме, или нахождение такого X, что A + X = B. При необходимости в процессе вычисления X можно применять (5) для обеспечения неотрицательности компонент X.

Произведение двух n –Чисел

$C = A * B = = a_1;a_2;\ldots;a_n * b_1;b_2;\ldots;b_n = c_1;c_2;\ldots;c_n$, *где:*

$c_1 = a_1*b_1 + a_n*b_2 + a_{n-1}*b_3 + \ldots + a_2*b_n$

$c_2 = a_2*b_1 + a_1*b_2 + a_n*b_3 + \ldots + a_3*b_n$

$c_3 = a_3*b_1 + a_2*b_2 + a_1*b_3 + \ldots + a_4*b_n$

…

$c_i = a_i*b_1 + a_{i-1}*b_2 + a_{i-2}*b_3 + \ldots + a_{i+1}*b_n$

…

$c_n = a_n*b_1 + a_{n-1}*b_2 + a_{n-2}*b_3 + \ldots + a_1*b_n$

(7)

Teorems:

Если в n - m = 1, то n–знаковая группа полностью эквивалентна m–знаковой подгруппе.

n-знаковая группа является абелевой по сложению и умножению независимо от наличия в ней m-знаковых подгрупп

при n=2 n-знаковая группа эквивалентна группе действительных чисел

при n=4 и $k_2 + k_4 = 0$, n-знаковая группа эквивалентна группе комплексных чисел

при n=3, n-знаковая группа эквивалентна группе комплексных чисел

n-знаковая группа, не содержащая подгрупп, производит операции в n-1 мерном пространстве

n-Число при n=1 является нулём