

План

1. Система матеріальних точок. Внутрішні і зовнішні сили. Момент інерції твердого тіла
2. Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла
3. Кінетична енергія твердого тіла за поступального, обертального і плоскопаралельного руху

1. Система матеріальних точок. Внутрішні і зовнішні сили. Момент інерції твердого тіла

Сукупність матеріальних точок, які взаємодіють між собою, називають механічною системою матеріальних точок. Будь-яке тверде тіло можна вважати незмінною механічною *системою матеріальних точок*. Сили взаємодії точок цієї системи називають *внутрішніми*; сили, з якими діють на цю систему інші точки, що не належать до цієї системи, – *зовнішніми*.

Всі формули динаміки точки застосовні до тіла, яке рухається поступально.

Рівняння поступального руху твердого тіла нічим не відрізняється від основного рівняння динаміки точки:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a},$$

де m – маса тіла, яка є мірою інертності тіла за поступального руху.

За обертального руху твердого тіла мірою його інертності є момент інерції тіла відносно осі обертання. **Момент інерції** тіла відносно осі – це і

Одиниця вимірювання моменту інерції $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Суттєва відмінність осьового моменту інерції тіла від його маси полягає в тому, що маса тіла є для нього величиною постійною, тоді як момент інерції тіла залежить не тільки від самої обертової маси, але й від розподілу цієї маси відносно осі обертання.

Моменти інерції деяких однорідних тіл:

- 1) момент інерції тонкого однорідного стрижня завдовжки l і масою m :

$$J = \frac{1}{3} ml^2;$$

- 2) момент інерції круглого однорідного циліндра радіусом R і масою m :

$$J = \frac{1}{2} mR^2.$$

Теорема Гюйгенса: Момент інерції тіла відносно даної осі дорівнює моментові інерції тіла відносно осі, що їй паралельна і проходить через

центр маси тіла, плюс добуток маси всього тіла на квадрат відстані між осями.

$$J_1 = J + md^2$$

2. Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла

Для тіла яке обертається навколо нерухомої осі основне рівняння динаміки має вигляд:

$$M_{об} = J \cdot \varepsilon$$

Обертальний момент дорівнює добуткові моменту інерції тіла відносно осі обертання на кутове прискорення.

Величина $M_{об}$ може залежати від φ і t . Якщо $M_{об}=0$, то $\omega=const$, тобто тіло обертається рівномірно. Якщо $M_{об}=const$, то $\varepsilon=const$, тобто тіло обертається рівнозмінно.

3. Кінетична енергія твердого тіла за поступального, обертального і плоскопаралельного руху

Кінетична енергія твердого тіла дорівнює сумі кінетичних енергій матеріальних точок, які утворюють це тіло:

$$E_k = \frac{\sum (m_i \cdot V^2)}{2}$$

Обчислимо кінетичну енергію твердого тіла для трьох випадків руху.

1) Тіло рухається поступально

Оскільки в поступальному русі усі точки тіла рухаються з однаковими швидкостями, його швидкість обчислюється за тією самою формулою, що й кінетична енергія матеріальної точки:

$$E_{пос.} = \frac{m \cdot V_c^2}{2}$$

Кінетична енергія тіла за поступального руху дорівнює половині добутку маси тіла на квадрат швидкості руху центра мас.

2) Тіло обертається навколо нерухомої осі

$$E_{об.} = \frac{\sum (m_i \cdot V_i^2)}{2} = \frac{\sum [m_i \cdot (\omega \cdot r_i)^2]}{2} = \left(\frac{\omega^2}{2} \right) \cdot \sum (m_i \cdot r_i^2)$$

$$E_{об.} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

Кінетична енергія твердого тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, дорівнює половині добутку моменту інерції тіла відносно осі обертання на квадрат його кутової швидкості.

3) Тіло рухається плоскопаралельно

$$E_{\text{м}} = \frac{m \cdot V_c^2}{2} + \frac{J_c \cdot \omega^2}{2}$$

Кінетична енергія твердого тіла, яке рухається плоскопаралельно, дорівнює сумі кінетичних енергій у поступальному русі разом з центром ваги і обертальному русі навколо центральної осі, перпендикулярної до основної площини.

Теорема про зміну кінетичної енергії системи тіл: зміна кінетичної енергії системи тіл за деякого переміщення дорівнює алгебраїчній сумі робіт усіх зовнішніх і внутрішніх сил, які діяли на систему під час переміщення.

$$\sum E - \sum E_0 = \sum A$$

Кінетична енергія системи тіл дорівнює сумі кінетичних енергій кожного тіла окремо. Якщо тіло тверде, то сума робіт його внутрішніх сил дорівнює нулю.