01.04.2022
Тема урока: Сложение и умножение числовых неравенств.

Цели урока: закрепить понятие числового неравенства и универсального способа сравнения неравенств, научиться применять их к доказательству неравенств, познакомиться со свойствами числовых неравенств. Изучить алгоритм сложения и умножения числовых неравенств.

Ход урока

1.Актуализация учебного материала:

Рассмотрим теперь, как выполняется сложение и умножение числовых неравенств.

Теорема 5

Если $a < b$ к $c < d$, то $a + c < b + d$.

Прибавив к обеим частям неравенства $a < b$ число c, получим $a + c < b + c$. Прибавив к обеим частям неравенства $c < d$ число b, получим $b + c < b + d$. Из неравенств $a + c < b + c$ и $b + c < b + d$ следует, что $a + c < b + d$.

Теорема справедлива и в случае почленного сложения более чем двух неравенств.

Таким образом,

если почленно сложить верные неравенства одного знака, то получится верное неравенство.

Теорема 6

Если $a < b$ и $c < d$, где a, b, c и d — положительные числа, то $ac < bd$.

Умножив обе части неравенства $a < b$ на положительное число c, получим $ac < bc$. Умножив обе части неравенства $c < d$ на положительное число b, получим $bc < bd$. Из неравенств $ac < bc$ и $bc < bd$ следует, что $ac < bd$.

Теорема справедлива и для почленного умножения более чем двух неравенств указанного вида.

Таким образом,

если почленно перемножить верные неравенства одного знака, левые и правые части которых — положительные числа, то получится верное неравенство.

Заметим, что если в неравенствах $a < b$ и $c < d$ среди чисел a, b, c и d имеются отрицательные, то неравенство $ac < bd$ может оказаться неверным. Так, перемножив почленно верные неравенства $-1 < 2$ и $-3 < 1$, получим неравенство $3 < 2$, которое не является верным.

Следствие

Если числа a и b положительны и $a < b$, то $a^n < b^n$, где n — натуральное число.

Перемножив почленно п верных неравенств $a < b$, в которых a и b — положительные числа, получим верное неравенство an < bn.

Доказанные свойства используются для оценки суммы, разности, произведения и частного.

Пусть, например, известно, что $15 < x < 16$ и $2 < y < 3$. Требуется оценить

сумму $x + y$, разность $x - y$, произведение xy и частное .

1. Оценим сумму x + y.

Применив теорему о почленном сложении неравенств к неравенствам $15 < x$ и $2 < y$, а затем к неравенствам $x < 16$ и $y < 3$, получим $17 < x + y$ и $x + y < 19$. Результат можно записать в виде двойного неравенства $17 < x + y < 19$. Запись обычно ведут короче:

$$\begin{array}{c} 15 < x < 16 \\ \underline{2 < y < 3} \\ 17 < x + y < 19 \end{array}$$

2. Оценим разность x - y.

Для этого представим разность $x - y$ в виде суммы $x + (-y)$. Сначала оценим выражение $-y$. Так как $2 < y < 3$, то $-2 > -y > -3$, т. е. $-3 < -y < -2$. Применим

теперь теорему о почленном сложении неравенств:

$$\begin{array}{c} 15 < x < 16 \\ -3 < -y < -2 \\ \hline 12 < x - y < 14 \end{array}$$

3. Оценим произведение xy.

Так как каждое из чисел x и y заключено между положительными числами, то они также являются положительными числами. Применив теорему о почленном умножении неравенств, получим

$$\begin{array}{c} 15 < x < 16 \\ 2 < y < 3 \\ \hline 30 < xy < 48 \end{array}$$

4. Оценим частное $\frac{x}{y}$

Для этого представим частное $\frac{x}{y}$ в виде произведения $x \cdot \frac{1}{y}$. Сначала оценим выражение $\frac{1}{y}$ Так как 2 < y < 3, то $\frac{1}{2} > \frac{1}{y} > \frac{1}{3}$, т. е. $\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$. По теореме о почленном умножении неравенств имеем

$$\begin{array}{c} 15 < x < 16 \\ \frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2} \\ \hline 5 < \frac{x}{y} < 8 \end{array}$$

2.Просмотр видеоурока:
https://www.youtube.com/watch?v=km-r7ZVW8EU

3.Выполнение заданий с учебника №768, №769 с 172

Выполненную домашнюю работу присылайте учителю на электронную почту

ekaterinaefremova160283@gmail.com