

Epreuve de Physique I-A

Durée 4 h

L'épreuve comporte trois parties indépendantes.

Partie A . Étude de capteurs inductifs .

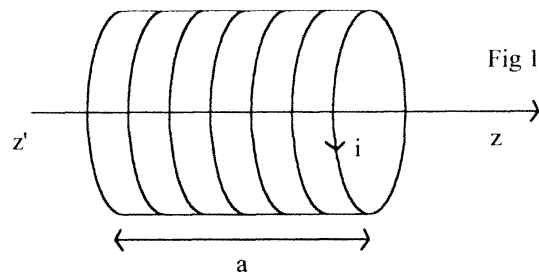
Les différentes questions de cette partie sont largement indépendantes . Aucune connaissance sur les matériaux n'est requise pour traiter cette partie . Tous les phénomènes électromagnétiques envisagés ici seront traités dans le cadre de l'approximation des régimes quasi permanents .

A-I . Inductance d'une bobine.

On considère une bobine cylindrique de longueur a et de rayon R formée par l'enroulement de N tours de fil sur une couche ; le fil est parcouru par un courant électrique d'intensité i . On adopte, pour cette bobine, le modèle d'un solénoïde illimité formé de n spires jointives par unité de longueur, chaque spire étant parcourue par le courant d'intensité i .

Les données sont N , a , R , i et la perméabilité magnétique du vide μ_0 .

On utilisera si besoin, la base cylindrique ($\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$) (fig 1).



- 1) Donner, sans calcul, une condition validant le modèle adopté pour la bobine
 - 2) Préciser les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}_\infty$, créé par le solénoïde .
 - 3) Établir, en fonction des données, l'expression de l'inductance L_∞ , de la bobine dans le cadre du modèle étudié , à partir d'un raisonnement s'appuyant sur le flux magnétique .
 - 4) Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique e_m en fonction de B_∞ , et des données . Retrouver alors le résultat de la question 3 par un raisonnement énergétique .
 - 5) On peut assimiler le solénoïde précédent à une nappe cylindrique de courants, c'est à dire à une distribution surfacique de courants annulaires de densité surfacique $\vec{J}_s$.
- 5-a) Déterminer $\vec{J}_s$ en fonction des données .
- 5-b) Donner l'expression de $\vec{B}_\infty$ en fonction de $J_s = \|\vec{J}_s\|$.
- 5-c) Vérifier que l'expression précédente obéit aux conditions aux limites .

A-II . Capteur inductif simple .

On considère le capteur inductif représenté sur la figure 2 .

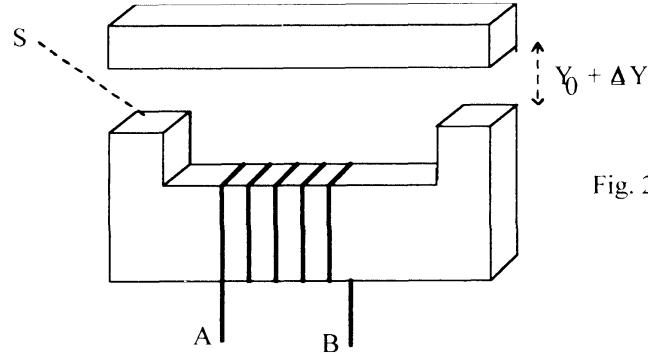


Fig. 2

Ce capteur est destiné à mesurer de faibles déplacements ΔY autour d'une position moyenne Y_0 . Il est formé de deux éléments en fer de même section S , séparés de la distance $Y = Y_0 + \Delta Y$; sur un de ces morceaux est enroulée une bobine de N spires d'extrémités A et B . Entre les points A et B , le comportement électrique de la bobine est celui d'un dipôle purement inductif; de résistance nulle et d'inductance $L = K \frac{N^2 S}{2Y}$.

Lorsque $Y = Y_0$, $L = L_0$; lorsque $Y = Y_0 + \Delta Y$, $L = L_0 + \Delta L$. On pose $\epsilon = \frac{Y}{Y_0}$.

Déterminer L en fonction de L_0 et ϵ .

A-III. Capteur inductif double .

Le capteur inductif double comprend trois éléments en fer de même section S et deux bobines identiques de N spires chacune . Le comportement électrique de chaque bobine est celui décrit en A-II .

En position de repos, les éléments sont séparés de Y_0 (fig 3) .

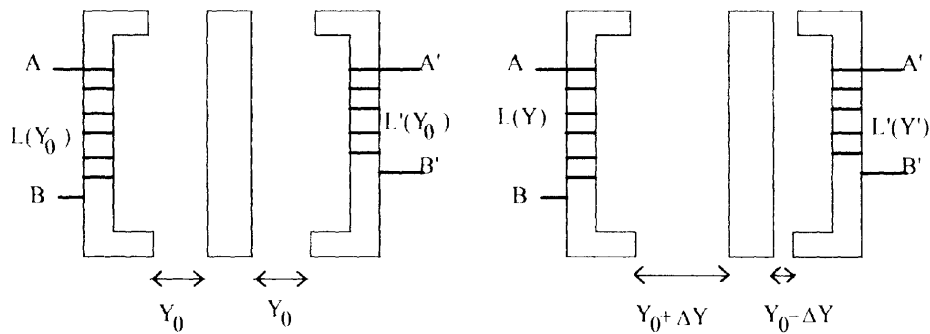


Fig. 3

Sous contrainte, l'élément central du capteur se déplace de ΔY , les espaces entre éléments devenant respectivement $Y = Y_0 + \Delta Y$ et $Y' = Y_0 - \Delta Y$.

On adopte les notations suivantes : $\epsilon = \frac{Y}{Y_0}$;

Inductance des bobines au repos : $L(Y_0) = L'(Y_0) = L_0$;

Inductance sous contrainte : $L(Y) = L_0 + \Delta L$ et $L'(Y) = L_0 - \Delta L'$.

Il semblerait qu'il y ait une erreur dans l'énoncé : lire plutôt : $L'(Y) = L_0 + \Delta L'$.

1) Exprimer L et L' en fonction de L_0 et ε .

2) L'électronique associée au capteur double permet de recueillir un signal $u = A.(\Delta L' - \Delta L)$.

Évaluer u en fonction de A , L_0 et ε .

3) On considère, à présent, des petits déplacements.

3-a) Montrer, à partir d'un développement limité, que u peut se mettre sous la forme $u = \beta.\varepsilon$ et exprimer β en fonction de A et L_0 .

3-b) Donner l'expression du premier terme négligé dans le développement limité pour obtenir l'expression du 3°-a.

3-c) Evaluer la sensibilité $\sigma = \left| \frac{u}{\Delta Y} \right|$ en fonction de N , S , Y_0 , K et A .

A-IV. Pont de Wheastone en régime sinusoïdal forcé.

Dans tout ce qui suit, on note j le nombre imaginaire tel que $j^2 = -1$.

A la grandeur $g(t) = G_m.\cos(\omega t + \varphi)$, on associe le nombre complexe $\underline{g} = \underline{G}_m.e^{j\omega t}$ avec $\underline{G}_m = G_m.e^{j\varphi}$.

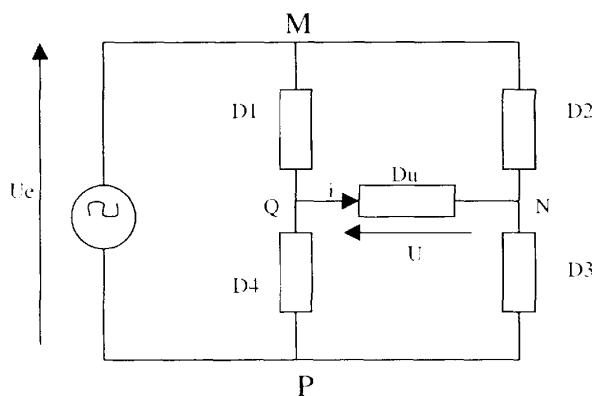


Fig 4

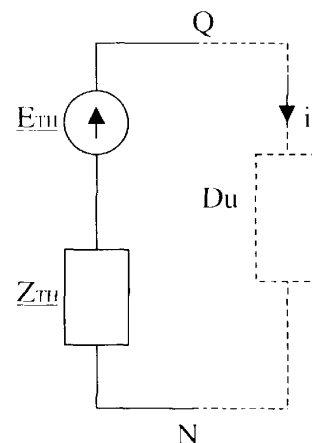


Fig 5

Un pont de Wheastone est formé par des dipôles linéaires D_1 , D_2 , D_3 , D_4 d'impédances complexes respectives $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_4$. Il est alimenté par une tension alternative sinusoïdale $u_e = U_{em}.\cos(\omega t)$ { fig 4 }.

Entre N et Q est branché un dipôle d'utilisation D_u d'impédance complexe $\underline{Z}_u$.

Entre les points N et Q , le circuit alimentant le dipôle D_u se comporte comme un circuit linéaire dont le modèle de Thévenin est représenté sur la figure 5.

On pose $\underline{e}_{TH} = \underline{E}_{TH}.e^{j\omega t}$

1) Evaluer $\underline{E}_{TH}$ et $\underline{Z}_{TH}$ en fonction de U_{em} , $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_4$.

2) Un courant électrique d'intensité $i(t) = I_m.\cos(\omega t + \Phi)$ circule dans le dipôle D_u . On note $\underline{i} = \underline{I}_m.e^{j\omega t}$ le nombre complexe associé à $i(t)$.

2-a) Déterminer $\underline{I}_m$ sous forme d'une fraction exprimée en fonction de U_{em} , $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_4$ et $\underline{Z}_u$.

2-b) Le pont est équilibré si $\underline{I}_m = 0$. Donner la condition d'équilibre sur les impédances complexes.

A-V. Conditionneur du capteur double .

Le capteur inductif double, assimilable à deux bobines d'inductance L et L' et de résistance négligeable, est placé dans un montage en pont de Wheastone entre les points M, Q et P (Fig `6) . Les dipôles D_2 et D_3 sont deux dipôles ohmiques identiques de résistances R .

Le dipôle d'utilisation D_u est un dipôle ohmique de résistance R_u très grande ($R_u \gg R$) .

On supposera les inductances parfaitement découplées : leur mutuelle inductance est nulle .

On alimente le pont par la tension $u_e = U_{em} \cdot \cos(\omega t)$ à laquelle on associe $\underline{u}_e = \underline{U}_{em} \cdot e^{j\omega t}$. En régime sinusoïdal forcé, on recueille le signal $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ auquel on associe le nombre complexe $\underline{u} = \underline{U}_m \cdot e^{j\omega t}$.

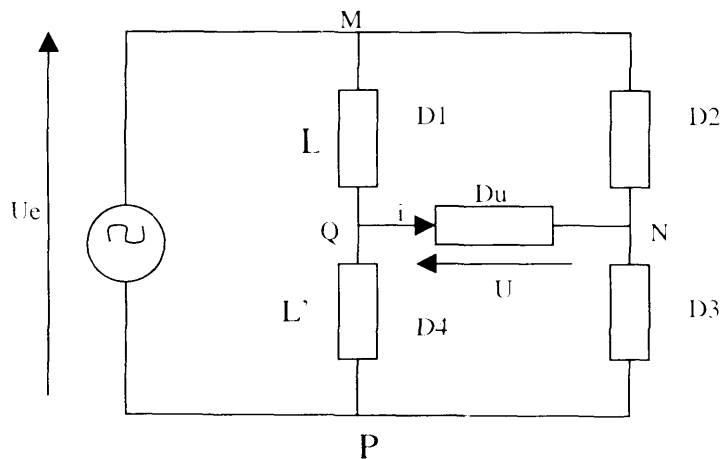


Fig 6

1) Exprimer $\underline{U}_m$ en fonction de L , L' , R , R_u , U_{zem} et ω .

Mettre $\underline{U}_m$ sous la forme $\underline{U}_m = \frac{(L'-L)Num}{2(L'+L)(A+jB)}$, Num, A, B étant des réels, A et B étant homogènes à une impédance .

2) On prend $R = 10^3 \Omega$; $R_u = 10^9 \Omega$; $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$. Les inductances L et L' dépendent de ϵ mais leurs valeurs restent peu différentes de $L_0 = 1 \text{ mH}$.

2-a) Montrer, dans ces conditions, que $\underline{U}_m$ prend une forme simplifiée qui sera donnée en fonction de L et L' .

2-b) En prenant les expressions de L et L' trouvées en A-III-1°, donner l'expression de $\underline{U}_m$ en fonction de U_{em} , Y_0 et ΔY .
En déduire l'équation horaire de u .

Partie B. Etude d'un ralentisseur électromagnétique.

Le référentiel R du laboratoire est muni d'un repère orthonormé fixe $O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$,.

On considère un cylindre de rayon a et d'axe Δ passant par O et parallèle à $\vec{k}$, constitué d'un matériau conducteur de conductivité électrique σ .

Le cylindre est en rotation autour de Δ avec la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{k}$.

Une partie de longueur L du cylindre baigne dans un champ magnétique uniforme et indépendant du temps : $\vec{B} = B \cdot \vec{i}$.
On néglige les effets de bord de la partie de longueur L

Le champ électromoteur motionnel en un point M du cylindre est $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$, $\vec{v}$ étant la vitesse du point M dans le référentiel du laboratoire.

- 1) Exprimer le champ électromoteur motionnel $\vec{E}_m$ en un point M du cylindre, dans la base cylindrique $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{k}$ en fonction des coordonnées cylindriques r , θ et z .
- 2) On admet que la loi d'Ohm locale s'écrit $\vec{j} = \sigma \vec{E}_m$. Décrire les lignes de courant dans la portion de cylindre de longueur L .
On ne s'occupera pas de la façon dont les lignes de courants se referment dans le reste du cylindre.
- 3) Calculer l'intensité du courant électrique dans la portion L de cylindre. On pourra exploiter utilement la topographie de $\vec{j}$.
- 4) Calculer les éléments de réduction au point O du torseur des actions électromagnétiques qui s'exercent sur le cylindre. Interpréter physiquement les résultats obtenus.
- 5) Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans la portion de cylindre.
Calculer aussi la puissance des actions électromagnétiques subies.
Comparer ces deux puissances et commenter.

- 6) Pour $t < 0$, $\vec{B} = \vec{0}$ et $\vec{\omega} = \omega_0 \vec{k}$ avec ω_0 constant.

A $t = 0$, on crée instantanément le champ $\vec{B}$ uniforme et indépendant du temps.

Soit J le moment d'inertie du cylindre par rapport à l'axe Δ .

Le cylindre est supposé ne subir aucun couple autre que celui des actions électromagnétiques.

Exprimer $\vec{\omega}(t)$ pour $t \geq 0$. Proposer une utilisation pratique de ce phénomène physique

Partie C. Interféromètre de Michelson. Etude de défauts de planéité de miroirs métalliques.

On considère un interféromètre de Michelson « théorique » dans lequel la lame séparatrice est considérée comme idéalement fine. Il n'y a pas de compensatrice. La séparatrice introduit un déphasage supplémentaire égal à π pour une des deux ondes : celle qui s'y réfléchit dès l'entrée. On suppose en outre que les éclaircissements dus à chacune des deux ondes qui émergent de l'interféromètre sont égaux ; on les note ϵ_0 .

Soit M'_2 le symétrique du miroir M_2 par la séparatrice.

- 1) On considère un système optique centré afocal, constitué de deux lentilles convergentes L_1 et L_2 de distances focales f'_1 et f'_2 avec $f'_1 < f'_2$. Le faisceau lumineux traverse d'abord L_1 . Ce système reçoit un faisceau de lumière parallèle cylindrique de révolution, de diamètre d , dont l'axe de symétrie est confondu avec l'axe optique du système.
Exprimer le diamètre d' du faisceau en sortie.
Application numérique : $f'_1 = 5 \text{ mm}$ et $f'_2 = 150 \text{ mm}$.
Quel est l'intérêt de ce dispositif?

- 2) L'interféromètre est réglé en « lame d'air », et éclairé par une onde plane, monochromatique de longueur d'onde λ , arrivant avec une incidence de 45° sur la séparatrice. M_1 est parallèle à Ox et M_2 est parallèle à Oy . La direction de l'onde plane incidente est parallèle à Ox . Soit e la distance **algébrique** entre M_1 et M_2 .

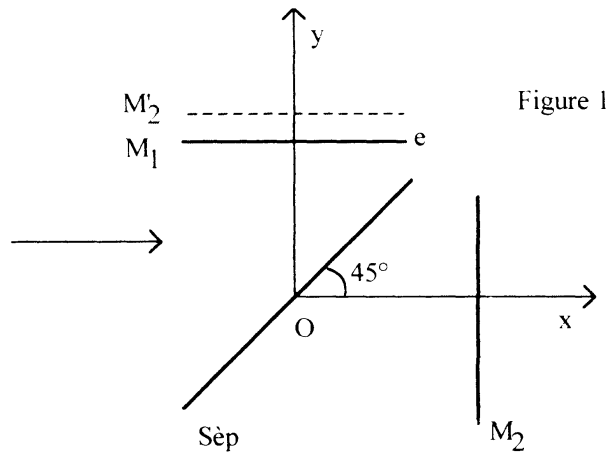


Figure 1

On recueille les faisceaux émergents sur un écran translucide plan parallèle au miroir M_1 .

2-a) Quel est l'aspect de ce plan pour une distance e donnée ? Exprimer l'éclairement ε .

2-b) Comment varie l'éclairement ε si e varie ?

Est-il possible de repérer la position correspondant à $e = 0$?

Montrer simplement, sans calculs, que l'utilisation d'une source de lumière blanche permet de résoudre ce problème

3) On admet que la condition $e = 0$ est réalisée. La source est monochromatique de longueur d'onde λ . On incline alors M_2 d'un angle α faible. On éclaire l'ensemble par une source monochromatique, de longueur d'onde λ de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences localisées du coin d'air.

Préciser les conditions de leur observation. Exprimer l'interfrange i sur la surface de localisation, en fonction de α et λ .

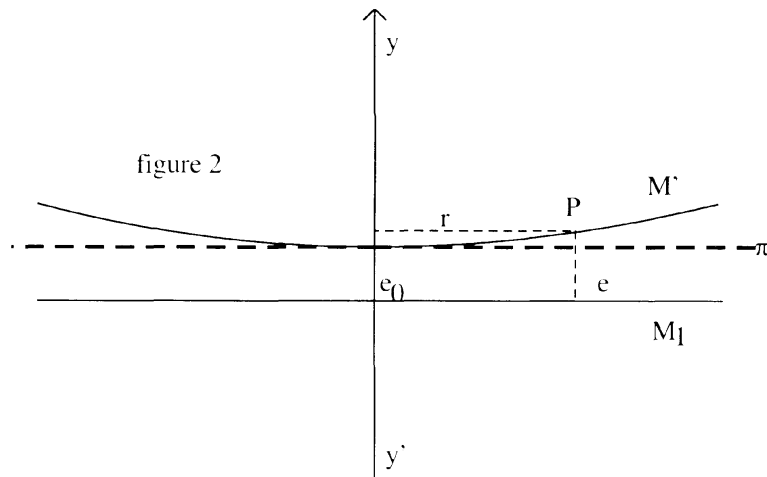
4) Le miroir M_2 initialement plan et tel que M_2' soit parallèle à M_1 s'est déformé et est devenu sphérique. On admettra que le centre de la sphère M' symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice, de rayon R , se trouve sur l'axe $y'y$, qui est donc axe de symétrie de M' . Le dispositif est éclairé comme dans la question 3.

4-a) Soit e_0 la distance entre M_1 , et le plan π tangent à M' et parallèle à M_1 .

Exprimer l'épaisseur d'air e entre M_1 et M' , pour un point P de M' , en fonction de e_0 , r et R . (Voir figure 2).

On remarquera que les conditions d'observation impliquent les approximations : $r \ll R$ et $e_0 \ll R$

4-b) Avec les approximations précédentes, exprimer la différence de marche δ en un point P situé à la distance r de l'axe $y'y$. Montrer que, dans les mêmes conditions d'observation que les franges du coin d'air, l'on observe des anneaux localisés au voisinage de M_2' .



4-c) Déterminer l'ordre p_0 au centre des anneaux en fonction de e_0 et λ . On utilise l'indice k : pour repérer les anneaux brillants, sachant que $k = 1$ correspond au premier anneau brillant à partir du centre de la figure d'interférences, de rayon R_1 sur la surface de localisation.

Calculer le rayon R_k du k .ième anneau brillant en fonction de R_1 , k , λ , et R .

4-d) On veut déterminer si M_2 est devenu concave ou convexe. Pour cela on déplace M_2 par translation vers la séparatrice : π reste parallèle à M_1 . Montrer que l'observation du phénomène permet de donner une réponse à cette question .

4-e) Exprimer le rayon R de la sphère en fonction des rayons du k ième et du $(k+1)$ ième anneaux.

5) Analyse d'un défaut de planéité d'une surface métallique réfléchissante.

Une surface métallique S polie est plane à l'exception d'un défaut.

On l'installe sur un des bras d'un interféromètre de Michelson, à la place de M_2 . L'interféromètre est éclairé comme dans la question 3. On rappelle que M_1 est également un miroir métallique parfaitement plan.

5-a) Le symétrique S'_{plane} de la partie plane de la surface réfléchissante par rapport à la séparatrice doit être parallèle à M_1 . Comment s'en assurer ? Comment régler le contact optique entre M_1 et S'_{plane} ?

5-b) On observe alors une figure d'interférences comprenant 4 courbes fermées sombres et un point sombre. Que peut-on déduire de cette figure ?

Fin de l'épreuve.