

## **OPERACIONES EN Q (PRIMERA PARTE)**

**Material elaborado por el profesor Joel Fariñez**

### **Operaciones en Q**

Las operaciones en Q que ya se trataron en 1er año son adición, sustracción, multiplicación y división, en esta guía vamos a abordar solamente la adición y la sustracción, por lo cual empezaremos con adiciones de fracciones de igual denominador, adición de fracciones de diferentes denominadores y también veremos la sustracción con igual y diferentes denominadores respectivamente.

### **Adición de fracciones de igual denominador**

Para sumar fracciones de igual denominador basta con colocar debajo de una línea fraccionaria el mismo denominador y sobre ella los sumandos de los respectivos numeradores, recordemos esto con unos ejemplos.

$\frac{17}{4} + \frac{11}{4} = \frac{17 + 11}{4} = \frac{28}{4}$  como se ve aquí para sumar  $\frac{17}{4}$  y  $\frac{11}{4}$  primero se coloca debajo de la línea de fracción el número 4 y sobre la misma los respectivos numeradores de las fracciones a sumar, y por último se procede a realizar dicha suma, veamos otro ejemplo.

$\frac{5}{11} + \frac{7}{11} + \frac{9}{11} + \frac{10}{11}$  procediendo como en el ejemplo anterior primero colocamos el 11 debajo de la línea de fracción a continuación de la igualdad y sobre ella los diferentes numeradores y por último sumamos

$$\frac{5 + 7 + 9 + 10}{11} = \frac{31}{11}$$

### **Adición de fracciones de diferentes denominadores**

Para sumar dos fracciones de diferentes denominadores se puede aplicar la siguiente fórmula

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

veamos unos ejemplos de aplicación de esta fórmula

$$\frac{17}{4} + \frac{11}{3} \quad \text{en este ejercicio tenemos } a=17; b=4; c=11; d=3$$

$$\text{luego } \frac{17}{4} + \frac{11}{3} = \frac{17 \cdot 3 + 4 \cdot 11}{4 \cdot 3} = \frac{51 + 44}{12}$$

$$\frac{17}{4} + \frac{11}{3} = \frac{95}{12} \quad \text{como se ve es un procedimiento muy sencillo de aplicar, veamos otro ejemplo}$$

$$\frac{13}{6} + \frac{8}{5} = \frac{13 \cdot 5 + 6 \cdot 8}{6 \cdot 5} = \frac{65 + 48}{30} = \frac{113}{30}$$

### **Sustracción de fracciones de igual denominador**

En la sustracción de fracciones de igual denominador se procede de manera similar al de la adición de fracciones de igual denominador, vemos unos ejemplos.

$$\frac{51}{10} - \frac{43}{10} = \frac{51 - 43}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

obsérvese en este caso que luego de colocar el mismo denominador y restar los numeradores luego se procedió a simplificar el resultado, lo cual es conveniente hacer siempre y cuando sea posible efectuar dicha simplificación.

$$\frac{74}{7} - \frac{65}{7} = \frac{74 - 65}{7} = \frac{9}{7}$$

en este caso se observa que no es posible simplificar el resultado final.

### **Sustracción de fracciones de diferentes denominadores**

Así como en la adición también en la sustracción de fracciones se puede aplicar una fórmula análoga

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad \text{veamos unos ejemplos}$$

$$\frac{17}{4} - \frac{11}{5}$$

aquí tendríamos  $a=17; b=4; c=11; d=5$  luego al aplicar la fórmula de arriba se tiene

$$\frac{17}{4} - \frac{11}{5} = \frac{17 \cdot 5 - 4 \cdot 11}{4 \cdot 5} = \frac{85 - 44}{20}$$

$$\frac{17}{4} - \frac{11}{5} = \frac{41}{20}$$

### **Suma algebraica de fracciones de denominadores iguales**

Veamos este caso con el desarrollo de un ejemplo concreto

$$-\frac{5}{4} + \frac{7}{4} - \frac{11}{4} + \frac{9}{4} - \frac{13}{4} + \frac{1}{4}$$

aquí empezamos colocando el 4 debajo de la línea de fracción y arriba los respectivos numeradores con sus correspondientes signos

$$\frac{-5 + 7 - 11 + 9 - 13 + 1}{4}$$

luego sumamos positivos y negativos por separado y colocamos los resultados en otra línea fraccionaria con igual denominador

$$\text{Positivos: } 7 + 9 + 1 = 17$$

$$\text{Negativos: } -5 - 11 - 13 = -29$$

$$\frac{-5 + 7 - 11 + 9 - 13 + 1}{4} = \frac{17 - 29}{4} = -\frac{12}{4} = -3$$

como se ve luego de restar 17-29 y colocar el signo del número mayor que en este caso es negativo se procede a simplificar el resultado de dicha operación dado como resultado final el valor de -3.

### **Suma algebraica de fracciones de diferentes denominadores**

Veamos este caso con un ejemplo concreto

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{4} + \frac{11}{3} - \frac{9}{5} + 6$$

primero debemos calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores, es de notar en este caso que el denominador de 6 se sobreentiende que es 1

Cálculo del mcm de 8, 4, 3, 5 y 1

$8 = 2^3$  ;  $4 = 2^2$  ;  $3 = 3$  ;  $5 = 5$  ;  $1 = 1$  luego eligiendo los comunes y los no comunes con sus mayores exponentes se tiene

$$\text{mcm}(8, 4, 3, 5, 1) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 8 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 120$$

luego el mcm es 120 y este número lo dividimos entre cada denominador y los resultados se deberán multiplicar por sus respectivos numeradores.

$$120 \div 8 = 15 \quad \text{y} \quad 15 \cdot 7 = 35$$

$$120 \div 4 = 30 \quad \text{y} \quad 30 \cdot (-5) = -150$$

$$120 \div 3 = 40 \quad \text{y} \quad 40 \cdot 11 = 440$$

$$120 \div 5 = 24 \quad \text{y} \quad 24 \cdot (-9) = -216$$

$$120 \div 1 = 120 \quad \text{y} \quad 120 \cdot 6 = 720$$

así tendremos

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{4} + \frac{11}{3} - \frac{9}{5} + 6 = \frac{35 - 150 + 440 - 216 + 720}{120}$$

luego debemos sumar los positivos y los negativos por separado y restar ambos resultados

$$\text{Positivos: } 35 + 440 + 720 = 1195$$

$$\text{Negativos: } -150 - 216 = -366$$

así nos queda

$$\frac{35 - 150 + 440 - 216 + 720}{120} = \frac{1195 - 366}{120} = \frac{829}{120} \quad \text{y como no se puede}$$

simplificar pues aquí concluye el ejercicio.

### Ejercicios propuestos

a.) Realizar las siguientes adiciones

$$\frac{27}{5} + \frac{21}{5}$$

$$\frac{35}{3} + \frac{29}{3}$$

$$\frac{15}{14} + \frac{17}{14} + \frac{91}{14} + \frac{100}{14}$$

$$\frac{12}{13} + \frac{18}{13} + \frac{17}{13} + \frac{24}{13}$$

b.) Realizar las siguientes adiciones

$$\frac{14}{5} + \frac{12}{8}$$

$$\frac{12}{6} + \frac{14}{8}$$

$$\frac{19}{14} + \frac{18}{7}$$

$$\frac{17}{8} + \frac{11}{9}$$

c.) Realizar las siguientes sustracciones

$$\frac{58}{12} - \frac{46}{12}$$

$$\frac{78}{15} - \frac{34}{15}$$

$$\frac{68}{8} - \frac{39}{8}$$

$$\frac{77}{12} - \frac{43}{12}$$

d.) Realizar las siguientes sustracciones

$$\frac{18}{4} - \frac{10}{5}$$

$$\frac{19}{3} - \frac{12}{8}$$

$$\frac{16}{5} - \frac{12}{9}$$

$$\frac{18}{7} - \frac{6}{9}$$

e.) Realizar las siguientes operaciones

$$\frac{5}{10} - \frac{1}{8} + \frac{7}{6} - \frac{9}{4} + 2$$

$$\frac{5}{18} - \frac{1}{6} + \frac{4}{5} - \frac{7}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{10} - \frac{7}{8} + \frac{13}{6} - \frac{4}{5} + 7$$

$$\frac{1}{12} - \frac{5}{8} + \frac{17}{10} - \frac{5}{4} + \frac{5}{2}$$