OPERACIONES EN Q (PRIMERA PARTE)

Material elaborado por el profesor Joel Fariñez

Operaciones en Q

Las operaciones en Q que ya se trataron en 1er año son adición, sustracción, multiplicación y división, en esta guía vamos a abordar solamente la adición y la sustracción, por lo cual empezaremos con adiciones de fracciones de igual denominador, adición de fracciones de diferentes denominadores y también veremos la sustracción con igual y diferentes denominadores respectivamente.

Adición de fracciones de igual denominador

Para sumar fracciones de igual denominador basta con colocar debajo de una línea fraccionaria el mismo denominador y sobre ella los sumandos de los respectivos numeradores, recordemos esto con unos ejemplos.

$\frac{17}{4}+\frac{11}{4}=\frac{17+11}{4}=\frac{28}{4}$ como se ve aquí para sumar $\frac{17}{4}$ y $\frac{11}{4}$ primero se coloca debajo de la línea de fracción el número 4 y sobre la misma los respectivos numeradores de las fracciones a sumar, y por último se procede a realizar dicha suma, veamos otro ejemplo.

$\frac{5}{11}+\frac{7}{11}+\frac{9}{11}+\frac{10}{11}$ procediendo como en el ejemplo anterior primero colocamos el 11 debajo de la línea de fracción a continuación de la igualdad y sobre ella los diferentes numeradores y por último sumamos

$$\frac{5+7+9+10}{11}=\frac{31}{11}$$

Adición de fracciones de diferentes denominadores

Para sumar dos fracciones de diferentes denominadores se puede aplicar la siguiente fórmula

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$ veamos unos ejemplos de aplicación de esta fórmula

$\frac{17}{4}+\frac{11}{3}$ en este ejercicio tenemos a=17; b=4; c=11; d=3

luego $\frac{17}{4}+\frac{11}{3}=\frac{17\cdot 3+4\cdot 11}{4\cdot 3}=\frac{51+44}{12}$

$\frac{17}{4}+\frac{11}{3}=\frac{95}{12}$ como se ve es un procedimiento muy sencillo de aplicar, veamos otro ejemplo

$$\frac{13}{6}+\frac{8}{5}=\frac{13\cdot 5+6\cdot 8}{6\cdot 5}=\frac{65+48}{30}=\frac{113}{30}$$

Sustracción de fracciones de igual denominador

En la sustracción de fracciones de igual denominador se procede de manera similar al de la adición de fracciones de igual denominador, vemos unos ejemplos.

$\frac{51}{10}-\frac{43}{10}=\frac{51-43}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ obsérvese en este caso que luego de colocar el mismo denominador y restar los numeradores luego se procedió a simplificar el resultado, lo cual es conveniente hacer siempre y cuando sea posible efectuar dicha simplificación.

$\frac{74}{7}-\frac{65}{7}=\frac{74-65}{7}=\frac{9}{7}$ en este caso se observa que no es posible simplificar el resultado final.

Sustracción de fracciones de diferentes denominadores

Así como en la adición también en la sustracción de fracciones se puede aplicar una fórmula análoga

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$ veamos unos ejemplos

$\frac{17}{4}-\frac{11}{5}$ aquí tendríamos a=17; b=4; c=11; d=5 luego al aplicar la fórmula de arriba se tiene

$$\frac{17}{4}-\frac{11}{5}=\frac{17\cdot 5-4\cdot 11}{4\cdot 5}=\frac{85-44}{20}$$

$$\frac{17}{4}-\frac{11}{5}=\frac{41}{20}$$

Suma algebraica de fracciones de denominadores iguales

Veamos este caso con el desarrollo de un ejemplo concreto
$-\frac{5}{4}+\frac{7}{4}-\frac{11}{4}+\frac{9}{4}-\frac{13}{4}+\frac{1}{4}$ aquí empezamos colocando el 4 debajo de la línea de fracción y arriba los respectivos numeradores con sus correspondientes signos
$\frac{-5+7-11+9-13+1}{4}$ luego sumamos positivos y negativos por separado y colocamos los resultados en otra línea fraccionaria con igual denominador

Positivos: $7+9+1=17$

Negativos: $-5-11-13=-29$

$\frac{-5+7-11+9-13+1}{4}=\frac{17-29}{4}=-\frac{12}{4}=-3$ como se ve luego de restar 17-29 y colocar el signo del número mayor que en este caso es negativo se procede a simplificar el resultado de dicha operación dado como resultado final el valor de -3.

Suma algebraica de fracciones de diferentes denominadores

Veamos este caso con un ejemplo concreto
$\frac{7}{8}-\frac{5}{4}+\frac{11}{3}-\frac{9}{5}+6$ primero debemos calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores, es de notar en este caso que el denominador de 6 se sobreentiende que es1

Cálculo del mcm de 8, 4, 3, 5 y 1
$8=2^3$; $4=2^2$; $3=3$; $5=5$; $1=1$ luego eligiendo los comunes y los no comunes con sus mayores exponentes se tiene
mcm(8, 4, 3, 5,1)= $2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 1=8\cdot 3\cdot 5\cdot 1=120$

luego el mcm es 120 y este número lo dividimos entre cada denominador y los resultados se deberán multiplicar por sus respectivos numeradores.

$120 \div 8 = 15$ y $15 \cdot 7 = 35$

$120 \div 4 = 30$ y $30 \cdot (-5) = -150$

$120 \div 3 = 40$ y $40 \cdot 11 = 440$

$120 \div 5 = 24$ y $24 \cdot (-9) = -216$

$120 \div 1 = 120$ y $120 \cdot 6 = 720$

así tendremos

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{4} + \frac{11}{3} - \frac{9}{5} + 6 = \frac{35 - 150 + 440 - 216 + 720}{120}$$

luego debemos sumar los positivos y los negativos por separado y restar ambos resultados

Positivos: $35 + 440 + 720 = 1195$

Negativos: $-150 - 216 = -366$

así nos queda

$\frac{35 - 150 + 440 - 216 + 720}{120} = \frac{1195 - 366}{120} = \frac{829}{120}$ y como no se puede simplificar pues aquí concluye el ejercicio.

Ejercicios propuestos

a.) Realizar las siguientes adiciones

$$\frac{27}{5} + \frac{21}{5}$$

$$\frac{35}{3} + \frac{29}{3}$$

$$\frac{15}{14} + \frac{17}{14} + \frac{91}{14} + \frac{100}{14}$$

$$\frac{12}{13} + \frac{18}{13} + \frac{17}{13} + \frac{24}{13}$$

b.) Realizar las siguientes adiciones

$$\frac{14}{5} + \frac{12}{8}$$

$$\frac{12}{6} + \frac{14}{8}$$

$$\frac{19}{14} + \frac{18}{7}$$

$$\frac{17}{8} + \frac{11}{9}$$

c.) Realizar las siguientes sustracciones

$$\frac{58}{12} - \frac{46}{12}$$

$$\frac{78}{15} - \frac{34}{15}$$

$$\frac{68}{8} - \frac{39}{8}$$

$$\frac{77}{12} - \frac{43}{12}$$

d.) Realizar las siguientes sustracciones

$$\frac{18}{4} - \frac{10}{5}$$

$$\frac{19}{3} - \frac{12}{8}$$

$$\frac{16}{5} - \frac{12}{9}$$

$$\frac{18}{7} - \frac{6}{9}$$

e.) Realizar las siguientes operaciones

$$\frac{5}{10} - \frac{1}{8} + \frac{7}{6} - \frac{9}{4} + 2$$

$$\frac{5}{18} - \frac{1}{6} + \frac{4}{5} - \frac{7}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{10} - \frac{7}{8} + \frac{13}{6} - \frac{4}{5} + 7$$

$$\frac{1}{12} - \frac{5}{8} + \frac{17}{10} - \frac{5}{4} + \frac{5}{2}$$