

02.11.2022

Тема: Паралельні прямі у просторі

Посилання

на

підручник:

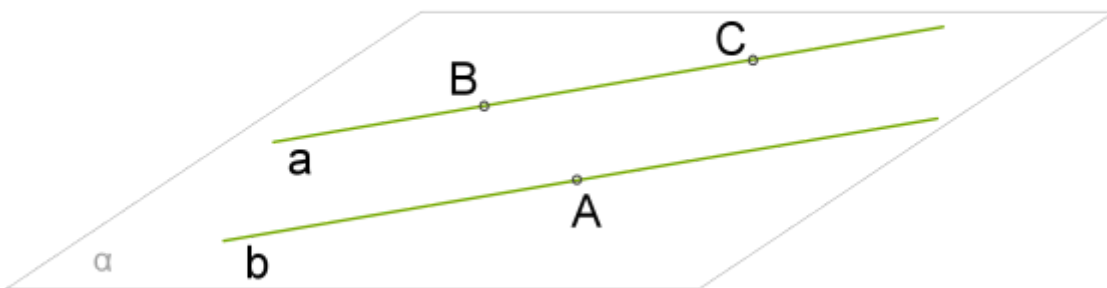
<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Дві прямі в просторі називаються **паралельними**, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.

Паралельність прямих **a** і **b** позначається так: $a \parallel b$ або $b \parallel a$.

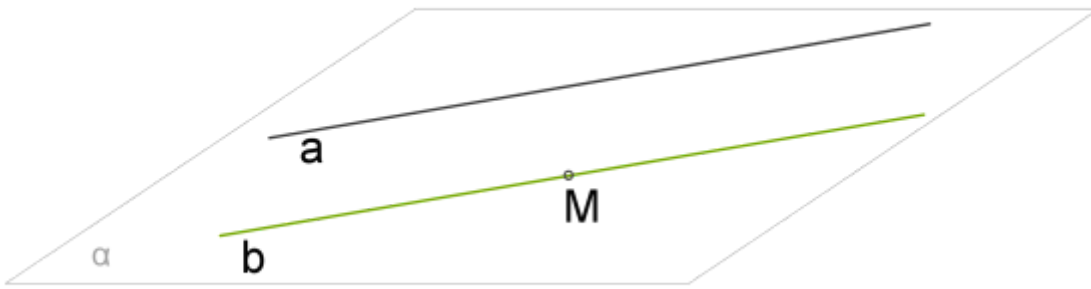
Теорема 1. Через дві паралельні прямі можна провести площину, і до того ж тільки одну.



Доведення:

1. Якщо прямі **a** і **b** паралельні, із визначення випливає, що через них можна провести площину α .
2. Щоб довести, що така площина тільки одна, на прямій **a** позначаємо точки **B** і **C**, а на прямій **b** — точку **A**.
3. Оскільки через три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести тільки одну площину (2 аксіома), то α — єдина площина, якій належать прямі **a** і **b**.

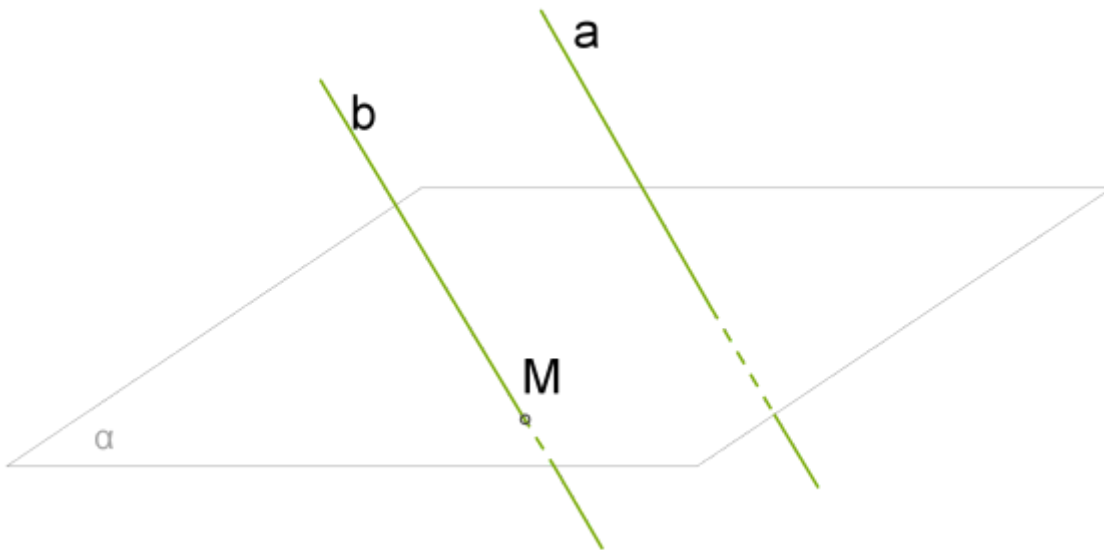
Теорема 2. Через будь-яку точку простору поза даною прямою можна провести пряму, паралельну даній прямій, і до того ж тільки одну.



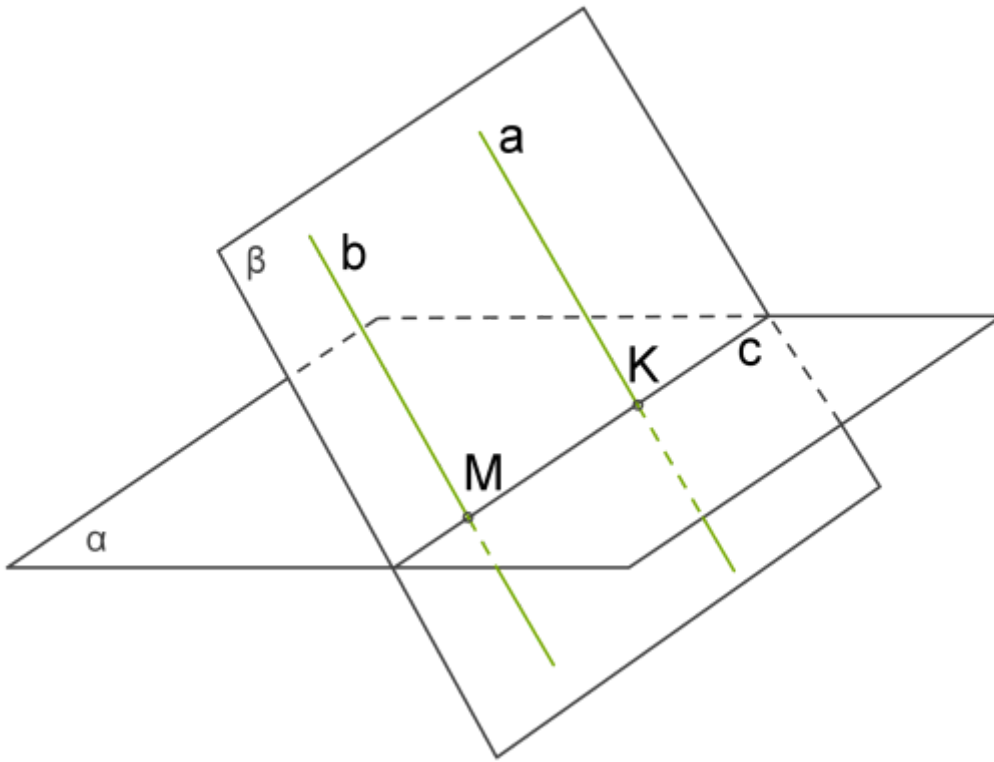
Доведення:

1. Через дану пряму a і точку M , що не лежить на прямій, проводимо площину α .
2. Така площина тільки одна, оскільки через пряму і точку, що не лежить на прямій, можна провести площину, до того ж тільки одну.
3. А в площині α через точку M можна провести тільки одну пряму b , що паралельна прямій a .

Теорема 3. Якщо одна з двох паралельних прямих перетинає дану площину, то й інша пряма перетинає цю площину.



(1. рис.)



(2. рис.)

Доведення:

Розглянемо дві паралельні прямі a і b і припустимо, що пряма b перетинає площину α в точці M (1. рис.).

З 1-ої теореми відомо, що через паралельні прямі a і b можна провести тільки одну площину β .

Оскільки точка M розташована на прямій b , то M також належить площині β (2. рис.). Якщо площини α і β мають спільну точку M , то у цих площин є спільна пряма c , яка є прямою перетину цих площин (4 аксіома).

Прямі a , b і c розміщені в площині β .

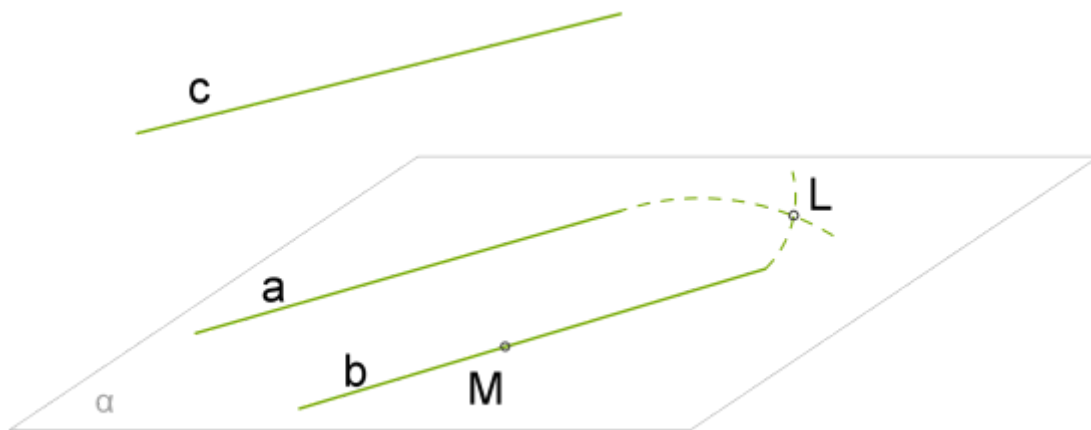
Якщо в цій площині одна з паралельних прямих b перетинає пряму c , то друга пряма a також перетинає c .

Точку перетину прямих a і c позначимо за K .

Оскільки точка K розміщена на прямій c , то K розміщена в площині α і буде єдиною спільною точкою прямої a і площини α .

Отже, пряма a перетинає площину α в точці K .

Теорема 4. Дві прямі, паралельні третій, паралельні між собою.



Нехай $a \parallel c, b \parallel c$

Доведемо, що $a \parallel b$

Доведення:

Оберемо точку M на прямій b .

Через точку M і пряму a , яка не містить цю точку, можна провести тільки одну площину α (Через пряму і точку, що не лежить на ній, можна провести тільки одну площину).

Можливі два випадки:

- 1) пряма b перетинає площину α ;
- 2) пряма b лежить у площині α .

Нехай пряма b перетинає площину α .

Отже, пряма c , що паралельна прямій b , також перетинає площину α . Оскільки $a \parallel c$, то виходить, що a також перетинає цю площину. Але пряма a не може одночасно перетинати площину α і лежати у площині α . Маємо суперечність, отже, припущення, що пряма b перетинає площину α , є **неправильним**.

Отже, пряма b лежить у площині α .

Тепер треба довести, що прямі a і b паралельні.

Нехай прямі a і b мають спільну точку L .

Це означає, що через точку L проведено дві прямі a і b , паралельні прямій c . Але відповідно до другої теореми це неможливо. Тому припущення неправильне, і прямі a і b не мають спільних точок.

Оскільки прямі a і b містяться в одній площині α і не мають спільних точок, то вони паралельні.

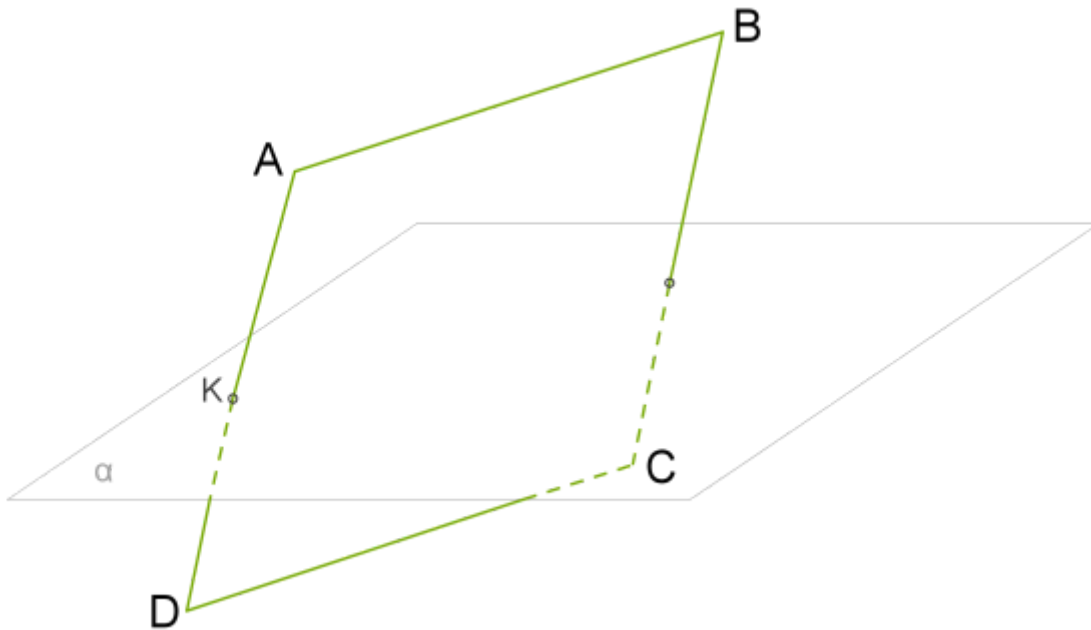
Уся множина прямих у просторі, які паралельні даній прямій, називається **пучком паралельних прямих.**

Висновки:

- 1) Будь-які дві прямі з пучка паралельних прямих паралельні між собою.
- 2) Паралельності прямих у просторі притаманна транзитивність: **якщо $a \parallel b, b \parallel c$, то $a \parallel c$.**

Приклад:

Одна сторона паралелограма перетинає площину. Доведіть, що пряма, що містить протилежну сторону паралелограма, також перетинає цю площину.



Припустимо, що у паралелограма $ABCD$ сторона AD перетинає площину α в точці K . Оскільки протилежні сторони паралелограма паралельні, то, відповідно до третьої теореми, пряма, що містить сторону CD , також перетинає площину α .

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §4, п.29.
2. Законспектувати означення, теореми.
3. Виконати усно: 29.1-29.3, 29.5, 29.8; письмово: 29.9, 29.10, 29.12.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net, у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net.