

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC

Phương trình bậc hai với hệ số thực là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

Cách giải:

Tính $\Delta = b^2 - 4ac$

Nếu: $\Delta \geq 0 \rightarrow$ giải giống lớp 9

$$\text{Nếu } \Delta < 0 \therefore \text{ khi đó (1) có nghiệm } \begin{cases} x = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a} \\ x = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} \end{cases}$$

Dạng 1 : Phương trình bậc hai hệ số thực

Câu 1. Phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$

C. Cả A và B

D. Tất cả đều sai

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Câu 2. Nghiệm của phương trình: $z^2 + 4z + 7 = 0$

A. $-2 - \sqrt{3}i$

B. $2 - \sqrt{3}i$

C. $-3 - \sqrt{3}i$

D. $2 + \sqrt{3}i$

Lời giải

Chọn A

$$\Delta' = 2^2 - 7 = -3 = 3i^2 \Rightarrow \text{các căn bậc hai của } \Delta' \text{ là } \pm i\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình là: } z = -2 + \sqrt{3}i, z = -2 - \sqrt{3}i$$

Câu 3. Tìm phương trình bậc hai chứa các nghiệm $x_1 = 3 + 4i; x_2 = 3 - 4i$. Chọn đáp án đúng:

A. $x^2 + 6x + 25 = 0$

B. $x^2 - 6x - 25 = 0$

C. $x^2 + 6x - 25 = 0$

D. $x^2 - 6x + 25 = 0$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x_1 x_2 = 25 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 25 = 0$$

Câu 4. Tìm phương trình bậc hai chứa các nghiệm $x_1 = \sqrt{7} - i\sqrt{3}; x_2 = \sqrt{7} + i\sqrt{3}$. **Chọn đáp án đúng:**

A. $x^2 + 2\sqrt{7}x - 10 = 0$

B. $x^2 - 2\sqrt{7}x + 10 = 0$

C. $x^2 - 10x - 2\sqrt{7} = 0$

D. $x^2 + 2\sqrt{7}x + 10 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2\sqrt{7} \\ x_1 x_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2\sqrt{7}x + 10 = 0$$

Câu 5. Tìm tham số m để phương trình số phức $z^2 - mz + m + 1 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2 + 1$. **Chọn đáp án đúng:**

A. $m = -1; m = -4$

B. $m = 4$

C. $m = -1; m = 4$

D. $m = -1$

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - mz + m + 1 = 0$$

$$\bullet \begin{cases} z_1 + z_2 = m \\ z_1 z_2 = m + 1 \end{cases}$$

$$\bullet z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2 + 1 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = z_1 z_2 + 1 \Leftrightarrow m^2 - 3(m + 1) - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4(N) \\ m = -1(N) \end{cases}$$

Câu 6. Tìm tham số m để phương trình $z^2 - 9mz + 2mi = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^3 + z_2^3 = 36m - 8i$. **Chọn đáp án đúng:**

A. $m = -\frac{2}{3}i$

B. $m = -2i$

C. $m = \frac{2}{3}i$

D. $m = 2i$

Lời giải

Chọn C

$$\bullet \begin{cases} z_1 + z_2 = 9m \\ z_1 z_2 = 2mi \end{cases}$$

$$\bullet z_1^3 + z_2^3 = 36m - 8i \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2) = 18 \Leftrightarrow (3m)^3 - 3 \cdot (2mi) \cdot (9m) = 36m - 8i$$

$$\Leftrightarrow (3m)^3 - 3 \cdot (3m)^2 \cdot 2i + 3 \cdot 3m \cdot (2i)^2 - (2i)^3 = 0 \Leftrightarrow (3m - 2i)^3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}i$$

Dạng 2 : Phương trình quy về phương trình bậc hai

- Câu 1.** Phương trình $\left(\frac{4z+i}{z-i}\right)^2 - 5\frac{4z+i}{z-i} + 6 = 0$ có tập nghiệm là:
- A.** $S = \left\{\frac{-3}{2}i; -4i\right\}$ **B.** $S = \left\{\frac{-3}{2}i; 4i\right\}$ **C.** $S = \left\{\frac{3}{2}i; -4i\right\}$ **D.** $S = \left\{\frac{3}{2}i; 4i\right\}$

Lời giải

Chọn A

$$\left(\frac{4z+i}{z-i}\right)^2 - 5\frac{4z+i}{z-i} + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4z+i}{z-i} = 2 \\ \frac{4z+i}{z-i} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{-3}{2}i \\ z = -4i \end{cases} \Rightarrow S = \left\{\frac{-3}{2}i; -4i\right\}$$

- Câu 2.** Phương trình $(z+i)(z^2 - 2z + 2) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phức phân biệt
- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

$$(z+i)(z^2 - 2z + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i \\ z = 1+i \\ z = 1-i \end{cases}$$

- Câu 3.** Câu phương trình: $(z^2 + 3z + 6)^2 + 2z(z^2 + 3z + 6) - 3z^2 = 0$ Có bao nhiêu nghiệm thực
- A.** 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

$$(z^2 + 3z + 6)^2 + 2z(z^2 + 3z + 6) - 3z^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + 3z + 6 = z \\ z^2 + 3z + 6 = -3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + 2z + 6 = 0 \\ z^2 + 6z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \pm \sqrt{5}i \\ z = -3 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

- Câu 4.** Cho phương trình $x^2 + x + 1 = 0$. Tính tổng phần thực của 2 số phức
- A.** -1 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Phương trình có biệt thức $\Delta = -3 = 3i^2$

Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt:

$$x = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i; x = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

- Câu 5.** Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Câu phương trình $(z + 3i)(z^2 - 2z + 5) = 0$. Giá trị x và y là:

A. $(x; y) = (0; -3), (-1; -2), (-1; -2)$

B. $(x; y) = (0; 3), (-1; 2), (1; 2)$

C. $(x; y) = (0; -3), (1; 2), (1; -2)$

D. $(x; y) = (0; 3), (1; -2), (1; -2)$

Lời giải

Chọn C

$$(z + 3i)(z^2 - 2z + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3i \\ z^2 - 2z + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3i \\ z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (0; -3), (1; 2), (1; -2)$$

Câu 6. Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Câu phương trình $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$. Giá trị x và y là:

A. $(x; y) = \left(0; \pm \frac{3}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; \pm 2\right)$

B. $(x; y) = (0; \pm 1), (2; \pm 1)$

C. $(x; y) = (0; \pm 1), \left(2; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

D. $(x; y) = (0; \pm 3), \left(\frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Lời giải

Chọn D

$$(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + 9 = 0 \\ z^2 - z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 3i \\ z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (0; \pm 3), \left(\frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Câu 7. Cho phương trình $z^3 + 8 = 0(1)$. Hỏi có bao nhiêu nghiệm thuần ảo

A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn B

$$(1) \Leftrightarrow (z + 2)(z^2 - 2z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z^2 - 2z + 4 = 0 (*) \end{cases}$$

Câu phương trình (*): $\Delta = -12 = 12i^2$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phức $x = \frac{2 - i2\sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{3}i; x = \frac{2 + i2\sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{3}i$

Vậy phương trình (1) có các nghiệm là $z = -2; x = 1 - \sqrt{3}i; x = 1 + \sqrt{3}i$

Câu 8. Cho phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Có bao nhiêu nghiệm thuần thực

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = z^2$. Phương trình trở thành: $t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}$

+ Với $t = 2 : z^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \sqrt{2} \\ z = -\sqrt{2} \end{cases}$

+ Với $t = -3 : z^2 = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i\sqrt{3} \\ z = -i\sqrt{3} \end{cases}$

Vậy phương trình có các nghiệm là: $z = \sqrt{2}; z = -\sqrt{2}; z = i\sqrt{3}; z = -i\sqrt{3}$

Câu 9. Cho phương trình $z^4 - 1 = 0$ (1). Tổng các nghiệm thuần ảo

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn B

$$(1) \Leftrightarrow (z^2 - 1)(z^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 1 \\ z^2 = -1 \end{cases}$$

+) Với $z^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = -1 \end{cases}$

+) Với $z^2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i \\ z = -i \end{cases}$

Vậy phương trình có các nghiệm là $z = 1; z = -1; z = i; z = -i$

Câu 10. Cho phương trình $z^3 + i = 0$. Tính tổng các phần ảo nghiệm phức của phương trình trên

A. 2

B. 0

C. $-\frac{3}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn B

$$\Leftrightarrow z^3 - i^3 = 0 \Leftrightarrow (z - i)(z^2 + iz - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i \\ z^2 + iz - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Phương trình

Câu phương trình (*): $\Delta = i^2 + 4 = 5$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phức $z = \frac{-i + \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}i; z = \frac{-i - \sqrt{5}}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}i$

Vậy phương trình (1) có các nghiệm là: $z = i; z = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}i; z = -\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}i$

