

CONCOURS D'ADMISSION 1996

SCIENCES PHYSIQUES

Temps accordé : 4 heures

Cette épreuve est paginée de 1/10 à 10/10

Barème indicatif :

Candidat MPSI,PCSI,PTSI

Chimie 1/3

Physique 2/3

Les parties physique et chimie seront rédigées sur des feuilles de composition séparées, et rendues regroupées à la fin de l'épreuve.

Le candidat collera sur la première copie de chaque partie l'étiquette correspondante. En haut des autres copies, il précisera "Physique" ou "Chimie".

PROBLEME : LES OSCILLATEURS

Le but du problème est une étude de différents systèmes oscillants en physique.

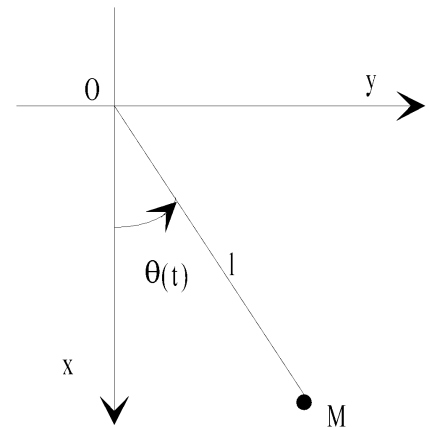
LE PENDULE SIMPLE

Dans tout le problème, les vecteurs sont écrits en caractères gras.

I Un pendule simple non amorti :

On considère un point matériel M de masse m accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur l et de masse nulle. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre $\mathbf{g} = g \cdot \mathbf{i}$ (avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$), $\mathbf{i}$ étant un vecteur unitaire de l'axe Ox . On note, l'angle orienté : $\theta = (\mathbf{Ox}, \mathbf{OM}) = (\mathbf{i}, \mathbf{u})$ où $\mathbf{u}$ est un vecteur unitaire colinéaire à $\mathbf{OM}$. On néglige les frottements.

On lâche la masse d'un angle θ_0 sans vitesse initiale.



1-1 Etude dans le cas de petites oscillations: $\sin(\theta) \approx \theta$:

1-1-1 Montrer que le mouvement est plan.

1-1-2 Etablir l'équation différentielle du second ordre, vérifiée par θ .

1-1-3 En supposant que les élongations angulaires sont faibles, montrer que l'équation du mouvement est approchée par celle d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_0 dont on donnera l'expression en fonction de l et g .

En déduire $\theta(t)$. On rappelle que pour les faibles élongations angulaires, $\sin(\theta) \approx \theta$.

1-2 Etude aux grands angles : $\sin(\theta) \neq \theta$:

1-2-1 Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de x puis de θ .

1-2-2 Montrer que l'énergie mécanique se conserve au cours du mouvement.

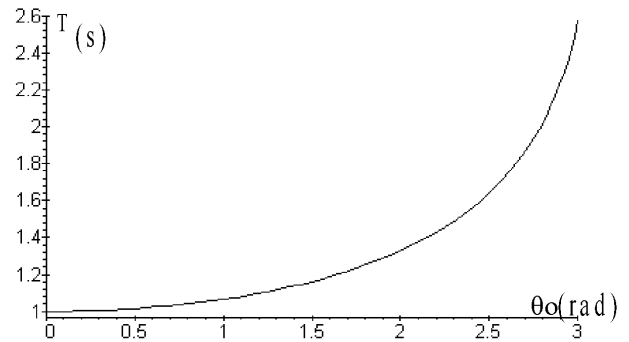
En déduire l'équation différentielle du premier ordre reliant $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$, θ , θ_0 et les paramètres caractéristiques du système. On garde les mêmes conditions initiales.

1-2-3 Donner l'expression de la période $T(\theta_0)$

sous forme d'une intégrale en fonction θ , θ_0 et des paramètres caractéristiques du système. On précisera soigneusement les bornes d'intégration.

On ne demande pas de calculer cette intégrale.

Une intégration numérique donne la courbe ci-contre. Commenter la courbe obtenue.



1-2-4 Proposer une méthode pour déterminer expérimentalement les valeurs de T .

II Oscillateur amorti :

Lorsque l'on enregistre expérimentalement $\theta(t)$, on constate que l'amplitude de θ diminue lentement. On interprète ce résultat par la présence de frottements que l'on modélise par :

$\mathbf{f} = -\alpha \cdot \mathbf{v}$, $\mathbf{v}$ désigne la vitesse du point M et α , une constante positive.

2-1 Etablir l'équation différentielle du second ordre vérifiée par θ .

En se limitant aux petits angles, écrire l'équation sous la forme :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0$$

Donner l'expression de τ et son interprétation physique.

2-2 A quelle condition obtient-on un régime pseudo-périodique ?

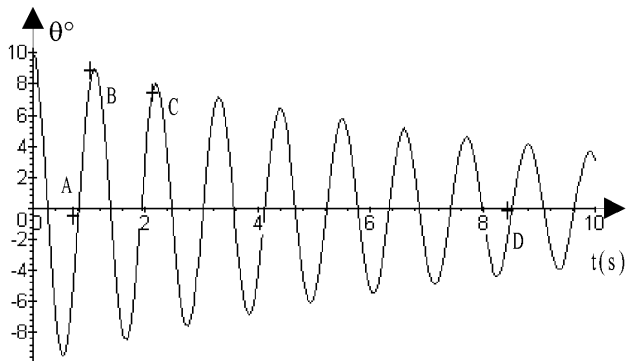
Dans le cadre d'un régime pseudo-périodique, calculer la pseudo-pulsation ω et la pseudo-période T .

On appelle décroissement logarithmique, δ la quantité $\ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)}\right)$ où T est la pseudo-période et t le temps. Exprimer δ en fonction de T et τ .

2-3 La figure ci dessous représente les variations de θ avec le temps.

On précise les coordonnées de 4 points particuliers:

Points	A	B	C	D
t (s)	0,53	1,1	2,2	8,25
$\theta(i)$	0	8,95	8,02	0



La masse est $m = 470$ g.

Calculer numériquement à partir des valeurs expérimentales :

- le décroissement logarithmique δ ;
- la pseudo-période, T ;
- le temps τ ;
- la constante, α .

III Oscillateur paramétrique :

Un pendule simple est constitué d'un point matériel M de masse m , placé à l'extrémité d'un fil inextensible, de longueur l et de masse négligeable. L'autre extrémité du fil est fixée en O qui oscille sinusoidalement suivant la verticale, avec une amplitude D_m et une pulsation ω :

$$OO' = D_m \cos(\omega t) \mathbf{i}$$

On désigne par θ l'angle que fait le pendule avec la verticale descendante. On suppose qu'il n'y a pas de frottement. On note $R(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ le référentiel terrestre supposé galiléen et $R'(O', \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ le référentiel lié au support du pendule.

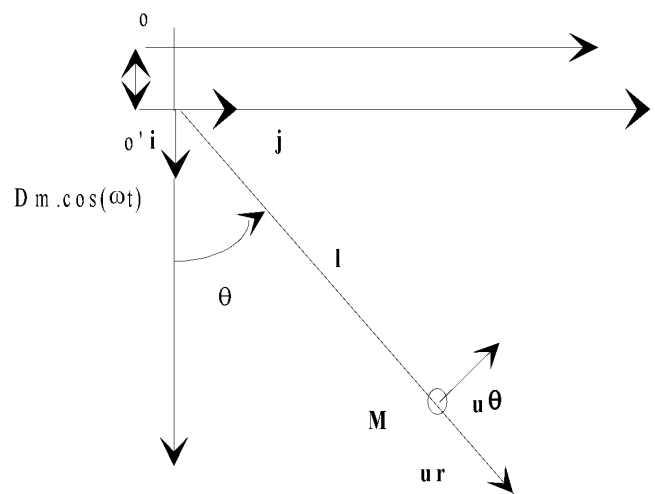
3-1 Le référentiel R' est-il galiléen?

3-2 En utilisant le théorème du moment cinétique en O , écrire l'équation du mouvement dans R' .

3-3 Montrer que l'équation peut s'écrire:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \omega_0^2 (1 + h(t)) \sin(\theta) = 0$$

On détaillera avec soin les différentes étapes du calcul.

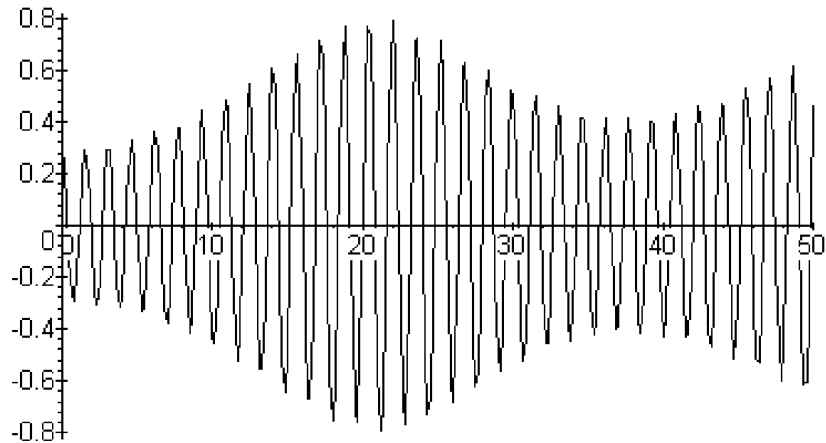


Préciser ω_0 et $h(t)$ en fonction des données de l'énoncé.

3-4 La résolution numérique de l'équation donne pour $\omega = 2 * \omega_0$, le résultat ci-dessous.

La courbe représente $\theta(t)$. Comment peut-on interpréter les battements obtenus ?

(Indication : On pourra utiliser la question 1-2-3)



$t(s)$

LES CIRCUITS OSCILLANTS

Aucune connaissance particulière sur le multiplieur n'est nécessaire pour répondre aux questions.

Un multiplieur est représenté par un circuit intégré qui réalise le produit des tensions d'entrée v_1 et v_2 et donne une tension de sortie $v_s = k v_1 v_2$ (k est une constante positive) (figure 1)

Les courants d'entrée sont toujours nuls ($i_1 = i_2 = 0$).

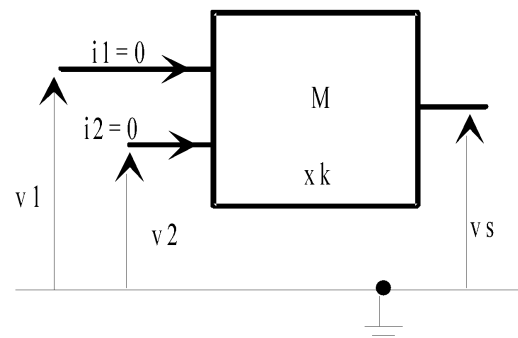


figure 1

IV Oscillateur en régime sinusoïdal forcé :

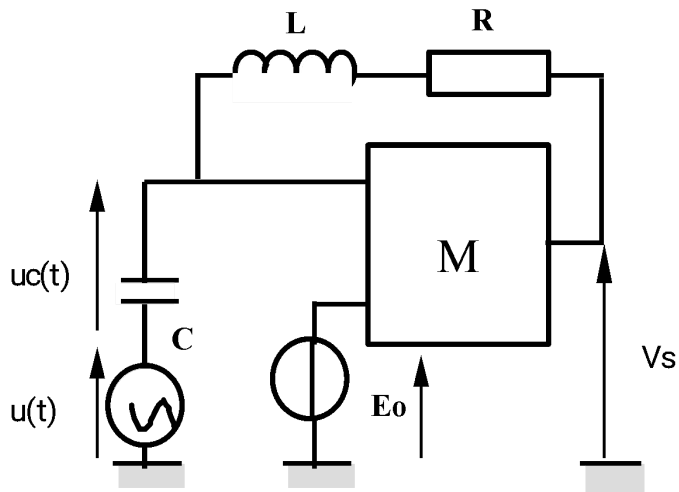


figure 2

La figure 2 montre les différents éléments du circuit; M désigne le multiplieur .

$u(t)$ est la tension d'un générateur sinusoïdal de pulsation ω et de tension efficace U , E_o est la f.e.m d'un générateur continue.

4-1a) Montrer que

$$V_s = k.(u(t) + u_c(t)).E_o$$

où $u_c(t)$ représente la tension aux bornes du condensateur.

b) En déduire l'équation vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_c(t)$ sous la forme :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{du_c}{dt} + \omega_o^2 u_c = \omega_o^2 A \cos(\omega t)$$

Déterminer ω_o , A et τ en fonction des caractéristiques du circuit (U, E_o, R, L, C, k).

4-2 En utilisant la notation complexe, déterminer l'amplitude $U_c(\omega)$ en fonction de τ , A , ω et ω_o .

On donne $R = 310 \Omega$, $L = 0.5 \text{ H}$, $C = 47 \text{ nF}$, $E_o = 0 \text{ V}$.

Calculer le facteur de qualité et tracer l'allure de la courbe, $U_c(\omega)$.

Comment peut-on tracer la courbe expérimentalement ? Peut-on utiliser un oscilloscope ?

4-3 On trouve expérimentalement :

$E_o(\text{V})$	0	1	2	3	4	5	6	7
$\omega_o(\text{rad/s}).10^{-3}$	6,52	6,18	5,83	5,46	5,05	4,61	4,13	3,57

Vérifier que ω_o^2 est une fonction affine de E_o . En déduire la valeur de k .

MESURE DE γ

V L'expérience de Rüchardt :

Nous adopterons les notations suivantes:

m = masse de la bille

= 16,6 g

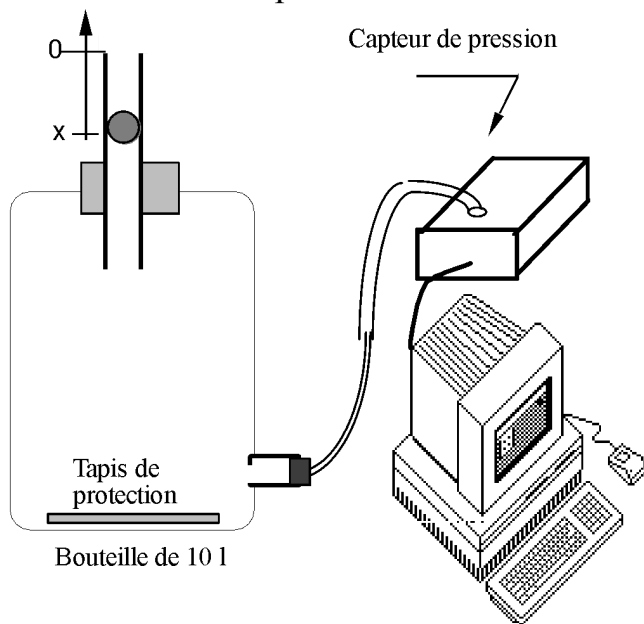
s = section intérieure du tube

= 2.10^{-4} m^2

V_o = volume total (pour $x=0$)

= 10 L

p_0	= pression atmosphérique	$= 10^5 \text{ Pa}$
p	= pression rgnant dans le flacon	
g	= accélération de la pesanteur	$= 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
C_p	= capacité calorifique molaire ^ pression constante	
C_v	= capacité calorifique molaire ^ volume constant	
T_0	= la température extérieure	$= 293 \text{ K}$
T	= la température ^ un instant donné du gaz situé dans le récipient.	
x	= la position de la bille ^ un instant donné, l'origine est prise ^ l'extrémité.	



La méthode de Rüchardt permet de

déterminer le rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ des capacités thermiques ^ pression et volume constant en étudiant le mouvement d'une bille dans un tube en verre. La bille métallique, de diamètre très voisin de celui du tube se comporte comme un piston étanche. On néglige les frottements.

Lorsqu'on lâche la bille dans le tube de section s , on observe des oscillations autour d'une position d'équilibre. La méthode consiste ^ mesurer la période d'oscillation θ du mouvement de la bille dans le tube ou des oscillations de pression.

Pour cela, on enregistre la pression ^ l'aide d'un capteur de pression pendant 25 secondes.

5-1 En appliquant la relation fondamentale de la dynamique ^ la bille, établir l'équation du mouvement de la bille. Préciser en particulier la pression ^ l'équilibre.

5-2 D'un point de vue thermodynamique, le phénomène est considéré comme pratiquement quasistatique et adiabatique. L'air contenu dans la bouteille est assimilé ^ un gaz parfait.

Etablir la relation entre p , V , p_0 , V_0 et γ (la loi de Laplace)

En déduire au voisinage de (p_0, V_0)

5-3 Les écarts de pression et de volume étant faibles, on approxime dV par $V - V_0 = s \cdot x$ et dp par $p - p_0$. En déduire $p - p_0$ en fonction de x .

5-4 En déduire l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\gamma p_0 s^2}{m V_0} x = -g$$

5-5 En déduire la période θ du signal. La période vaut 1,12 s. En déduire γ . Commenter la valeur obtenue.

Remarque: On observe en fait un amortissement des oscillations du aux échanges thermiques avec la paroi.

CHIMIE : AUTOUR DES HALOGENES

Données numériques :

Données générales :

$$\ln(10) = 0,06 \text{ V} \cdot 298 \text{ K}$$

Éléments :

Éléments	F	Cl	Br	I
Numéro atomique	9	17	35	53

Potentiels standard d'oxydoréduction ($\text{pH} = 0$, 298 K):

$$E_i(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = 0,80 \text{ V}$$

$$E_i(\text{HClO}/\text{Cl}_2(\text{aq})) = 1,53 \text{ V}$$

$$E_i(\text{Cl}_2(\text{aq})/\text{Cl}^-) = 1,46 \text{ V}$$

$$E_i(\text{I}_2(\text{aq})/\text{I}^-) = 0,62 \text{ V}$$

$$E_i(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 0,08 \text{ V}$$

I - Atomes, molécules :

Les halogènes (F, Cl, Br, I) sont les éléments de l'avant dernière colonne de la classification périodique des éléments :

1-1 Donner la forme générale de leur structure électronique externe.

Préciser la structure électronique du chlore.

1-2 Électronégativité :

1-2-1 Donner la définition de l'électronégativité selon Mulliken en précisant les grandeurs utilisées.

1-2-2 Donner l'évolution de l'électronégativité des éléments dans le tableau périodique.

1-3 Rayons :

1-3-1 Qu'appelle-t-on rayon covalent, rayon ionique ?

Préciser en une phrase à partir de quelles techniques on peut les déterminer .

1-3-2 Donner brièvement l'évolution du rayon covalent dans la classification périodique.

II - Cinétique d'hydrolyse du 2-chloro 2-méthyl propane :

Le 2-chloro 2-méthyl propane ou chlorure de tertio-butyle s'hydrolyse suivant la réaction :



On veut suivre l'évolution de la réaction par conductimétrie.

On rappelle que la conductivité σ de la solution est donnée par l'expression:

$$\sigma = 1000 \sum_i \lambda_{io} C_i$$

où C_i est la concentration de l'ion i exprimée en mol.L^{-1} et λ_{io} est la conductivité molaire à dilution infinie de l'ion i .

2-1 En supposant la cinétique d'ordre 1, de constante de vitesse k , établir la relation entre C , C_0 , k et t où $C = [(\text{CH}_3)_3\text{CCl}]$ à l'instant t et $C_0 = [(\text{CH}_3)_3\text{CCl}]$ à l'instant $t = 0$.

En déduire $\ln\left(\frac{\sigma_\infty - \sigma}{\sigma_\infty}\right) = -k t$ où σ_∞ représente la conductivité de la solution quand t tend vers l'infini.

2-2 On place sur l'agitateur magnétique un bêcher de 100mL contenant 80 mL d'un mélange d'eau acétone et 20 mL de $(\text{CH}_3)_3\text{CCl}$ de concentration $C_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ dans l'acétone et on y introduit la cellule conductimétrique.

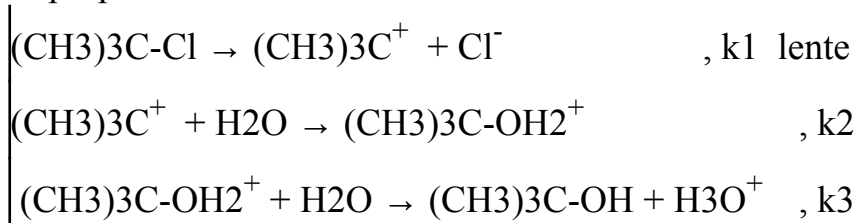
On enregistre σ en fonction du temps et les valeurs de $\ln\left(\frac{\sigma_\infty - \sigma}{\sigma_\infty}\right) = f(t)$ sont données dans le tableau ci-dessous.

t(s)	0	29	60	80	100	120
y	0	-0,34	-0,66	-0,89	-1,13	-1,33

Vérifier graphiquement que la cinétique est d'ordre 1.

En déduire k . Préciser l'unité.

2-3 On propose le mécanisme suivant :



Les k_i ($i=1,2,3$) représentent les constantes de vitesse des différentes étapes.

Est-il en accord avec l'expérience ? Quelle valeur de k_1 peut être mesurée ?

III - Solutions aqueuses d'halogènes :

3-1 Lors du dosage du diiode I_2 en solution aqueuse par une solution de thiosulfate de sodium, l'ion thiosulfate $S_2O_3^{2-}$ est oxydé en ion tétrathionate $S_4O_6^{2-}$.

3-1-1 Ecrire la réaction d'oxydoréduction entre le diiode et le thiosulfate de sodium.

3-1-2 Calculer la constante d'équilibre de la réaction en justifiant le résultat. Cette réaction peut-elle servir à une réaction de dosage? Comment observer la fin d'un tel dosage?

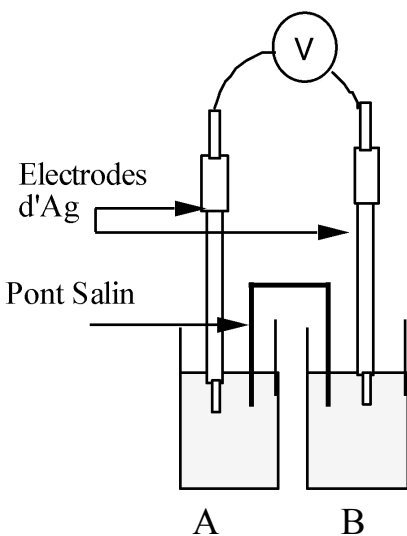
3-2 L'eau de Javel est une solution de l'hypochlorite de sodium, $(Na^+ + ClO^-)$ et du chlorure de sodium, $(Na^+ + Cl^-)$. Sur une bouteille d'eau de Javel commerciale, est inscrite la recommandation suivante : Au contact d'un acide ou de d'tartrants, dégage un gaz toxique.

Quel est le gaz formé en milieu acide ? Ecrire la réaction.

On rappelle que $HClO/ClO^-$ est un couple acido basique.

3-3 En considérant que le potentiel rédox du couple ClO^-/Cl^- est supérieur à celui du couple O_2/OH^- , écrire la réaction possible de transformation des ions hypochlorites de sodium sur l'eau en milieu basique. Pourquoi peut-on conserver de l'eau de javel ?

IV - Détermination de la constante de précipitation de $AgCl$:



On constitue la pile suivante à 25°C :

- le compartiment A comporte une électrode d'argent plongeant dans une solution contenant une solution de nitrate d'argent ($Ag^+NO_3^-$) de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ dans un bēcher de 50 mL.

- le compartiment B comporte une électrode d'argent plongeant dans une solution contenant une solution d'acide chlorhydrique de concentration $C_2 = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ dans laquelle on verse quelques gouttes de solution de nitrate d'argent de telle sorte que le précipité apparaisse. On pourra négliger les variations de volume.

On mesure la f.e.m de la pile à l'aide d'un voltmètre : $U_{AB} = 0.48 \text{ V}$.

4-1 Exprimer la f.e.m. de la pile en fonction de pK_s , C_1 et C_2 .

4-2 En déduire la valeur de $pK_s (AgCl)$.