

CONCOURS SPÉCIAL T' ÉPREUVE DE PHYSIQUE 1

Durée: 3 heures- Coefficient: 4

L'usage des calculatrices programmables et alphanumériques est autorisé sous réserve des dispositions dans la circulaire n° 86-228 du 28 Juillet 1986.

Il est rappelé aux candidats qu'il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction des copies

Cette épreuve comporte deux problèmes de physique, indépendants l'un de l'autre.

PREMIER PROBLÈME DE PHYSIQUE:

L'ÉCHELLE CONTRE UN MUR.

Une échelle posée contre un mur est représentée par une barre AB dont les mouvements éventuels ont lieu dans le plan Oxy. Le centre d'inertie G de la barre est le milieu de AB.

Les contacts sont modélisés par les lois de Coulomb du frottement solide, avec un coefficient de frottement f en A, entre la barre et le sol et un coefficient de frottement g en B, entre la barre et le mur.

On utilisera les notations suivantes:

θ : angle que fait l'échelle avec la verticale, compris entre 0 et

(- P y) : poids de l'échelle.

(a x + α y) : liaison subie par l'échelle en A.

(β x + b y) : liaison subie par l'échelle en B.

P, α et β sont positifs.

x: vecteur unitaire horizontal, orienté dans le sens des x croissants.

y: vecteur unitaire vertical, orienté vers le haut.

L'échelle reste immobile. Établir un système d'égalités indépendantes vérifiées par P, α , β , a, b et θ .

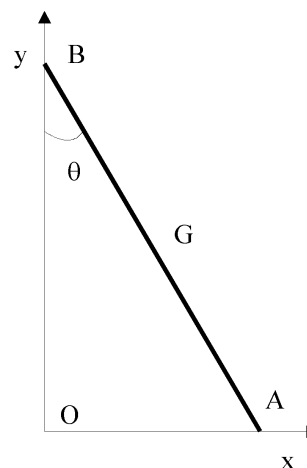
Combien trouve-t-on d'égalités ?

Pour θ fixé, combien le problème comporte-t-il d'inconnues ?

a-t-il en général une solution unique ? Expliquer concrètement ce qui se passe.

On suppose en plus, que l'échelle bien que restant immobile, est à la limite de glisser et de tomber par terre.

- Quelles relations a-t-on alors entre α , β , a et b ? Combien a-t-on d'égalités maintenant ?
- En déduire que θ ne peut pas être fixé arbitrairement. Expliquer la conséquence concrète de cette situation.
Exprimer $\tan \theta$ en fonction de f et de g .
- Pour $f = 0.5$ et $g = 0.3$ calculer l'angle θ en degrés et décrire qualitativement ce qui se passe si on lâche l'échelle sans vitesse initiale alors qu'elle fait un angle de 30° avec la verticale, puis lorsqu'elle fait initialement un angle de 70° avec la verticale.
- Reprendre la question précédente pour $f = 0,5$ et $g = 3$.



DEUXIÈME PROBLÈME DE PHYSIQUE

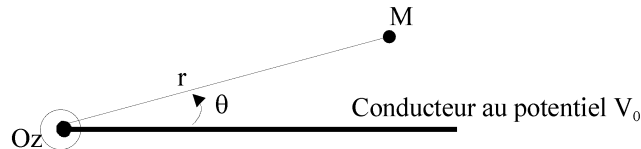
DISQUE CHARGÉ.

Données: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ SI
 $c = 299\,792\,458$ m.s⁻¹
 En coordonnées cylindriques:

A POTENTIEL ET CHAMP AU VOISINAGE DU BORD D'UN CONDUCTEUR MINCE.

Pour étudier le potentiel et le champ électrostatique au voisinage du bord d'un conducteur mince, on modélise celui-ci, localement par un demi-plan conducteur d'épaisseur négligeable.

Le demi-plan est défini par : $\theta = 0$ ou 2π , $r \geq 0$ (en coordonnées cylindriques).



On cherche, au voisinage du bord (c'est à dire au voisinage de l'axe Oz), le potentiel sous la forme:

où f et g sont des fonctions de r et θ telles que le potentiel V tend vers V_0 quand on se rapproche du conducteur.

L'espace autour du conducteur est le vide.

1. En utilisant l'expression du potentiel proposée ci-avant, calculer E_r , E_θ , E_z composantes du champ électrostatique en coordonnées cylindriques. Établir ensuite l'équation qui relie nécessairement r , f , f' , f'' , g et g' . Mettre cette dernière relation sous la forme:
2. Après avoir justifié que: $g(0) = g(2\pi) = 0$, trouver les valeurs possibles pour $k(\theta)$. On choisira pour K la valeur pour laquelle l'équipotentielle $V = V_0$ est limitée au seul demi-plan conducteur.
3. Expliciter alors l'équation vérifiée par $f(r)$, en chercher des solutions sous la forme:

$$f(r) = r^t.$$
 Après avoir justifié que : $f(0) = 0$, choisir la valeur convenable pour t et donner l'expression du potentiel (avec une constante arbitraire).
4. Donner les équations polaires des équipotentiels. Tracer quelques équipotentiels dans un plan perpendiculaire à l'axe Oz; comment s'appellent ces courbes ?
5. Calculer les équations polaires des lignes de champ, en tracer quelques unes. Comment s'appellent ces courbes ?
6. Calculer $\sigma_1(r)$ et $\sigma_2(r)$: densités surfaciques de charge sur chaque face du demi-plan conducteur, σ_1 pour $\theta = 0^+$ et σ_2 pour $\theta = 2\pi^-$.

Le comportement de $\sigma_1(r)$ et $\sigma_2(r)$ pour r proche de O vous suggère-t-il quelques remarques, vous rappelle-t-il un phénomène électrostatique bien connu ?

B. DISQUE CONDUCTEUR

Un disque conducteur mince, de rayon a , seul dans l'espace, porte la densité surfacique de charge :
 (r : distance au centre du disque)

1. L'énoncé propose une expression explicite de la densité de charge portée par le conducteur. Cette expression est-elle a priori nécessaire ? Pourrait-on proposer pour σ une autre fonction de la variable r ?
2. Calculer la charge totale Q portée par le disque. Calculer le potentiel V_0 au centre du disque.
 Application numérique: calculer pour $a = 1$ m.
3. L'expression de $\sigma(r)$ utilisée ici est-elle compatible avec les résultats obtenus à la question A.6 ?

C. DISQUE CHARGÉ

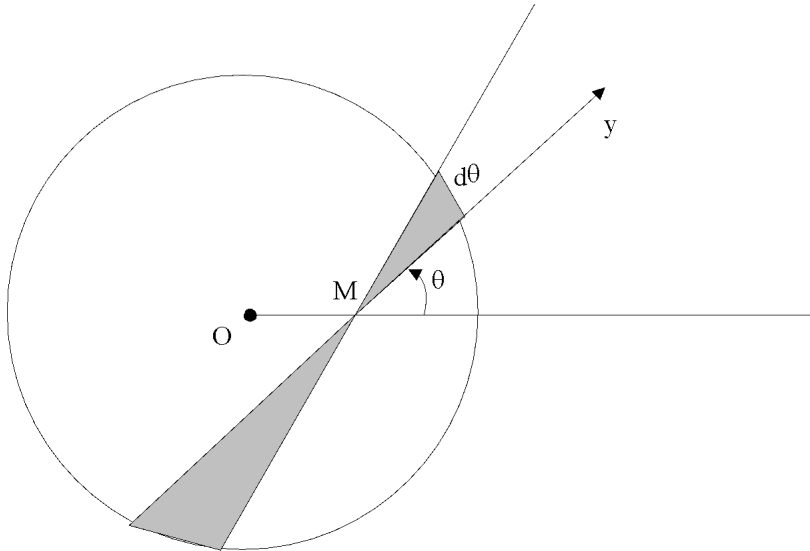
On envisage un disque mince, de rayon a , non conducteur a priori, portant une densité surfacique de charge $\sigma(r)$ ne dépendant que de la distance r au centre du disque.

On définit à partir de $\sigma(r)$ une fonction $\lambda(x)$ par:

1. Donner une signification physique à la fonction $A(x)$. Expliciter la charge totale Q du disque à l'aide d'une intégrale faisant intervenir la fonction $\lambda(x)$.
2. On cherche le potentiel créé par σ en un point M du disque situé à une distance $r (= OM)$ du centre.

Évaluer en premier lieu la contribution des charges de la zone hachurée de la figure ci-après, comprises entre θ et $\theta + d\theta$. Montrer que cette contribution se met sous la forme (préciser la constante C).

En déduire le potentiel $V(r)$ à l'aide d'une intégrale faisant intervenir la fonction λ .



3. On suppose que le disque est conducteur, son potentiel valant V_0 . Trouver la fonction λ correspondant à ce cas en admettant que la relation qui exprime $V(r)$ à partir de la fonction λ garantit l'unicité de la fonction λ dès lors que $V(r)$ est connue.
En déduire la charge totale du disque en fonction de V_0 .
4. Calculer la fonction λ associée à la densité surfacique proposée dans la partie B
Conclure quant à la validité de cette proposition.

Fin de l'énoncé.