Revisa Goiás

1ª Série

Matemática

1º BIMESTRE | 2025

SEDUC
Secretaria de Estado
da Educação

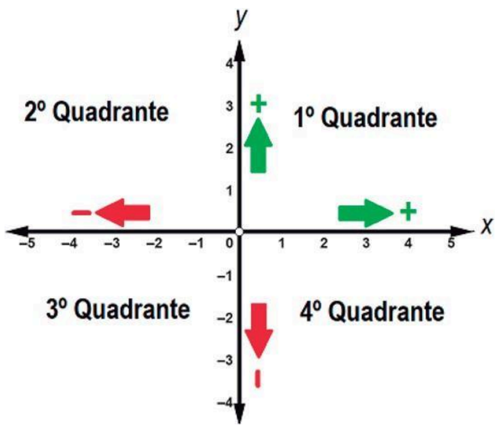
GOVERNO DE
GOIÁS
O ESTADO QUE DÁ CERTO

GRUPO DE ATIVIDADES 1

O QuE PrECiSAMOS SABEr?

PLANO CARTESIANO

O plano cartesiano é formado por um sistema de dois eixos perpendiculares entre si, um horizontal e um verti- cal, denominados, respectivamente, **eixo das abscissas** (x) e **eixo das ordenadas** (y). Esses eixos se encontram em um ponto chamado origem (O) e, a partir da origem, os eixos são numerados, dividindo o plano em quatro partes que são chamadas de quadrantes.



Coordenadas Cartesianas

Para localizar um ponto no plano cartesiano, são ne- cessárias duas informações: uma referente ao eixo x e outra referente ao eixo y. Essa localização é realizada por meio de um par ordenado (x, y), em que o primeiro elemen- to representa a **abscissa** do ponto e indica sua posição em relação ao eixo x e, o segundo elemento representa a **or- denada** do ponto e indica sua posição em relação ao eixo y.

Observe, a seguir, as coordenadas de alguns pontos localizados no plano cartesiano.

A (2; 4)	B (4; 2)	C (2; − 2)	D (3; −4)	E (−3; −3)
F (−2; −1)	G (−1; 2)	H (−4; 3)	I (0; 1)	J (3; 0)

Observação: Quando a **abscissa** de um ponto é igual a zero, ele se localiza sobre o eixo y e quando a **ordenada** de um ponto é igual a zero, ele se localiza sobre o eixo x.

Professor(a), nas **atividades de 1** a **4**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam as habilidades de identi- ficar e localizar os pontos e os quadrantes de um plano cartesiano. Caso haja necessidade, relembre com eles(as) que, as coordenadas cartesianas são representadas pelo par ordenado (x, y) e, que cada ponto do plano, pertence ou a origem ou a um dos eixos ou a um dos quatro qua- drantes do plano.

1. Observe o plano cartesiano, a seguir.

Deter

a)As

b)Os s

abs

c) xo

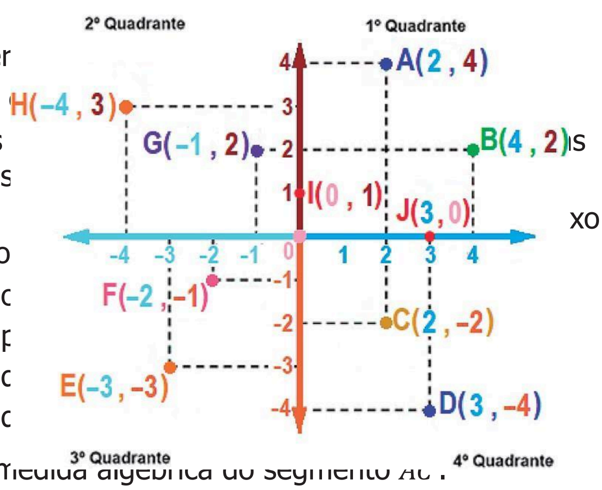
das o

d) c

p

c

c



e)a medida algébrica do segmento $\overline{AC}$.

Sugestão de solução: a)

$A(0,0)$ $\quad G\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ $\quad M\left(\frac{5}{2},1\right)$

$H\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

$B(-4,0)$ $\quad N\left(-3,\frac{7}{2}\right)$

$C\left(\frac{7}{2},0\right)$ $\quad I(0,1)$ $\quad O(2,-2)$

$P\left(-\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$

$D(0,3)$ $\quad J(-2,-1)$

$E\left(0,\frac{7}{2}\right)$ $\quad K(-1,0)$ $\quad Q\left(-\frac{7}{2},-1\right)$

$F\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2}\right)$ $\quad L(-3,-2)$

b) $B(-4,0)$ $\quad K(-1,0)$ $\quad A(0,0)$ $\quad C\left(\frac{7}{2},0\right)$

c) $D(0,3)$ $\quad I(0,1)$ $\quad A(0,0)$ $\quad E\left(0,\frac{7}{2}\right)$

d) 1° quadrante

$F\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2}\right)$; $G\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$;

$H\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$; $M\left(\frac{5}{2},1\right)$

3° quadrante

$L(-3,-2)$; $J(-2,-1)$;

$P\left(-\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$; $Q\left(-\frac{7}{2},-1\right)$

2° quadrante

$N\left(-3,\frac{7}{2}\right)$

4° quadrante

$O(2,-2)$

e) A medida algébrica de um segmento é o número real que corresponde à diferença entre as abcissas da extre- midade e da origem desse segmento. Desta forma a medi-

da algébrica de $\overline{AC} = \frac{7}{2} - 0 = \frac{7}{2}$ ou 3,5.

2. Em um plano cartesiano, marque os seguintes pontos e os conecte com seguimentos de retas, obedecendo a or- dem alfabética, com exceção do ponto L.

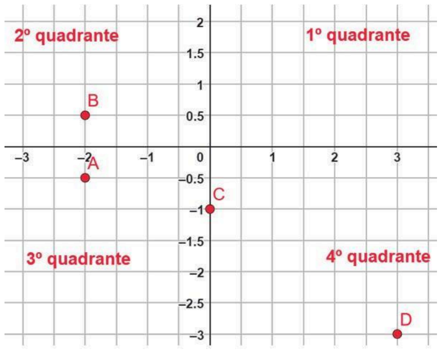
$A\left(-\frac{3}{2};\ 3,5\right)$	$G\ (6;\ 0)$
	$H\left(\frac{15}{2};\ 1\right)$
$B\left(-\frac{3}{2};\ -\frac{7}{2}\right)$	

$D\left(\frac{3}{2};\ -3\right)$	
	$K\left(0;\ \frac{3}{2}\right)$
$E\ (6;\ -3)$	
	$L\left(\frac{10}{2};\frac{3}{2}\right)$
$F\ (7,5;\ -1)$	

Sugestão de solução:

1. O professor de Matemática de João pediu que ele mar- casseemumplanocartesianoos pontos $A\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$, $B\left(-2;\frac{1}{2}\right)$, $C(0;-1)$ e $D\left(3;-\frac{7}{2}\right)$. Se João marcar corretamente todos os pontos, qual será o único quadrante em que não haverá nenhum ponto marcado?

Sugestão de solução:



Assim, o único quadrante em que não há pontos marca- dos é o 1º quadrannte

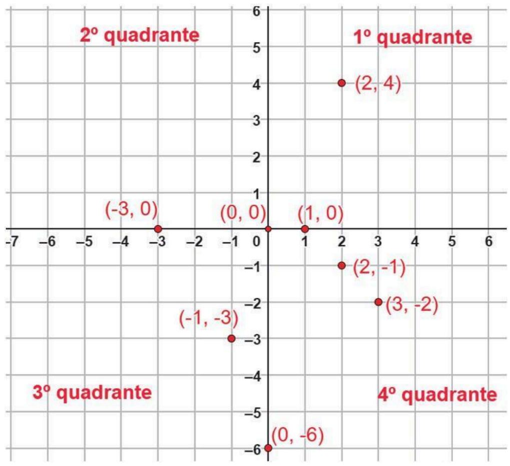
4. Valide as sentenças, a seguir, em (V) verdadeiras ou (F) falsas:

( ) O ponto (3; –2) pertence ao quarto quadrante.
( ) O ponto (2; –1) pertence ao segundo quadrante. ( ) O ponto (–1; –3) pertence ao terceiro quadrante. ( ) O ponto (2; 4) pertence ao primeiro quadrante.
( ) O ponto (–3, 0) pertence ao terceiro quadrante. ( ) O ponto (0, 0) é a origem do plano cartesiano.
( ) O ponto (0, –6) pertence ao o eixo das ordenadas ( ) O ponto (1, 0) pertence o eixo das abscissas

Solução:

(V) O ponto (3; –2) pertence ao quarto quadrante.
(F) O ponto (2; –1) pertence ao segundo quadrante.
(V) O ponto (–1; –3) pertence ao terceiro quadrante.
(V) O ponto (2 ; 4) pertence ao primeiro quadrante.
(F) O ponto (–3, 0) pertence ao terceiro quadrante.
(V) O ponto (0, 0) é a origem do plano cartesiano.
(V) O ponto (0, –6) pertence ao o eixo das ordenadas
(V) O ponto (1, 0) pertence o eixo das abscissas

Sugestão de solução:

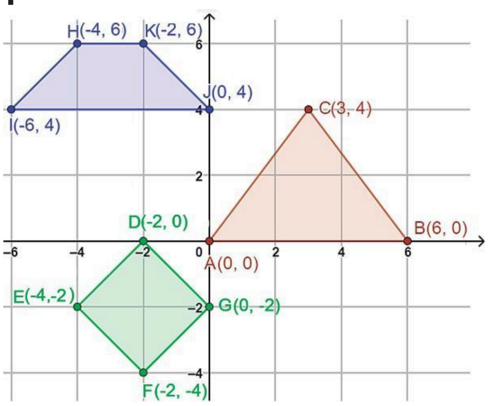


VAMOS AVAnçAr?

Coordenadas cartesianas que delimitam polígonos

Utilizando três ou mais coordenadas cartesianas não alinhadas (que não estão em uma mesma reta), pode-se delimitar vértices de um polígono, tendo este, uma repre- sentação no plano cartesiano.

Exemplo:



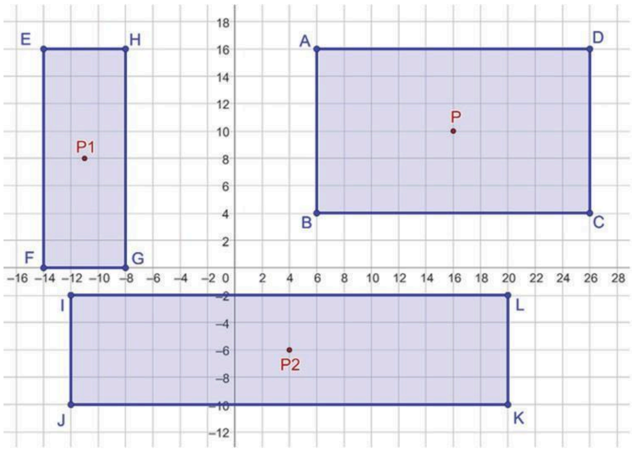
ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 5** a **7**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade identificar polígonos e suas propriedades através de suas coordenadas cartesia- nas. Em específico na atividade 7, será necessário identi- ficar características de uma circunferência (não polígono).

Desta maneira, caso os(as) estudantes sintam dificulda- des em relembrar alguma característica dos polígonos apresentados nessas atividades, e seja possível o acesso a internet, realize com eles(as) um quiz ou jogo interativo disponível na comunidade online e gratuita Wordwall.

Disponível em: https://wordwall.net/pt/community/pol%C3%ADgonos

5. No plano cartesiano, a seguir, os pontos P, P1 e P2 cor- respondem respectivamente a intersecção entre as dia- gonais dos polígonos ABCD, EFGH e IJKL.



a) Quais são as coordenadas cartesianas dos pontos P, P1 e P2?

b) Qual é a classificação dos quadriláteros ABCD, EFGH e IJKL?

c) Qual é o perímetro do quadrilátero IJKL?

d) Qual é a medida da diagonal do quadrilátero ABCD?

Sugestão de solução:

a) P(16;10), P1(11;8) e P2(4;-6)

b) Os polígonos ABCD, EFGH e IJKL formam 3 retângulos.

c) A medida dos segmentos:

$$\overline{IL} = |20 - (-12)| = |20 + 12| = 32$$

$$\overline{IJ} = |-2 - (-10)| = |-2 + 10| = 8$$

$$\overline{JK} = |20 - (-12)| = |20 + 12| = 32$$

$$\overline{KL} = |-2 - (-10)| = |-2 + 10| = 8$$

Logo, ao somarmos as medidas, temos 32 + 8 + 32 + 8 = 80

Portanto, o perímetro do quadrilátero IJKL mede 80 u.c.

d) Como o retângulo ABCD, possui lados medindo

$$\overline{AB} = \overline{CD} = |16 - 4| = |12| = 12$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} = |26 - 6| = |20| = 20$$

A diagonal $\overline{AC}$ corresponde à hipotenusa do triângulo ABC, logo, aplicando o Teorema de Pitágoras, temos

$$(\overline{AC})^2 = 12^2 + 20^2$$

$$(\overline{AC})^2 = 144 + 400$$

$$(\overline{AC})^2 = 544$$

Fatorando 544, temos

544	2
272	2
136	2
68	2
34	2
17	17
1	$2^5 \cdot 17$

Como,
$2^5 = 2^2 . 2^2 . 2$

Assim,

$\overline{AC} = \pm\sqrt{544}$

$\overline{AC} = \pm\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 17}$

$\overline{AC} = \pm(2 \cdot 2)\sqrt{2 \cdot 17}$

$\overline{AC} = \pm 4\sqrt{34}$

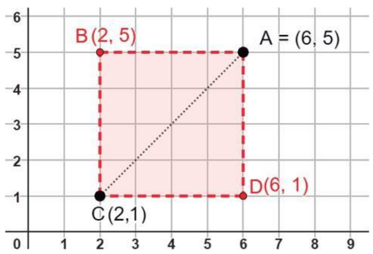
Desconsiderando o valor negativo, pois não convém, a diagonal $\overline{AC}$ mede $4\sqrt{34}$ u.c.

6. As coordenadas de dois dos vértices não consecutivos do quadrado ABCD são A(6, 5) e C(2, 1). Em relação a esse quadrado, responda às questões.

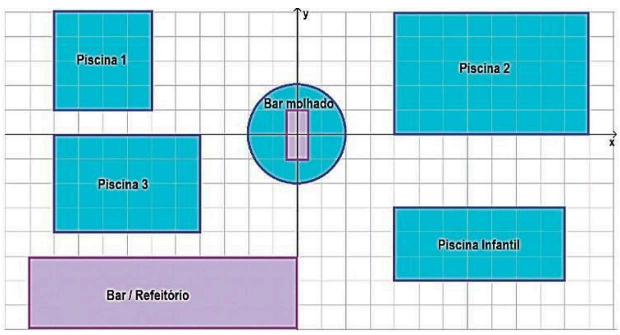
a)Quais são as coordenadas dos outros dois vértices?

b) Represente esse quadrado em um plano cartesiano. Sugestão de solução:

a)B(2,5) e D(6,1).

b)


7. A figura ilustra, em um plano cartesiano, o esboço de um condomínio aquático em Caldas Novas.



Considerando que as dimensões da malha nesse plano cartesiano correspondem a 2m, responda as seguintes perguntas.

a)Quais as coordenadas dos vértices da piscina 1?

b)Quais as coordenadas dos vértices da piscina 2?

c)Quais as coordenadas dos vértices da piscina 3?

d) Quais as coordenadas dos vértices da piscina infantil?

e) Quais as coordenadas dos vértices do Bar / Refeitório?

f) Quais as coordenadas do centro do Bar molhado?

g) Qual é o diâmetro do Bar molhado?

Sugestão de solução:

a) As coordenadas dos vértices da piscina 1 são: (–12;2), (–20;2), (–12;10) e (–20;10).

b) As coordenadas dos vértices da piscina 2 são: (8;0), (24;0), (8;10) e (24;10).

c) As coordenadas dos vértices da piscina 3 são: (–8;0), (–20;0), (–8; –8) e (–20; –8).

d) As coordenadas dos vértices da piscina infantil são: (8; –6), (22; –6), (8; –12) e (22; –12).

e) As coordenadas dos vértices do Bar / Refeitório são: (0; –10), (0; –16), (–22; –10) e (–22; –16).

f) As coordenadas dos do centro do Bar molhado é: (0;0).

g) O diâmetro do Bar molhado mede 8 m.

MOVIMENTAÇÃO DE PONTOS NO PLANO CARTESIANO

Para todo ponto P, de par ordenado (*x*, *y*), o valor de *x* (abscissa) indica quantas unidades esse ponto se encon- tra em relação à origem O (0,0) no sentido **horizontal** e, o valor de *y* (ordenada) indica quantas unidades esse ponto se localiza em relação à origem no sentido **vertical**.

Considere o plano cartesiano onde estão representa- dos os pontos **M**, **N**, **O**, **P**, **Q** e **um peão de xadrez** que se encontra sobre o ponto de coordenadas (4,5).

Professor(a), esses são questionamentos elencados para que, no decorrer das explicações teóricas sobre Movi- mentação no Plano Cartesiano, os(as) estudantes respon- dam, de forma conjunta, essas indagações.

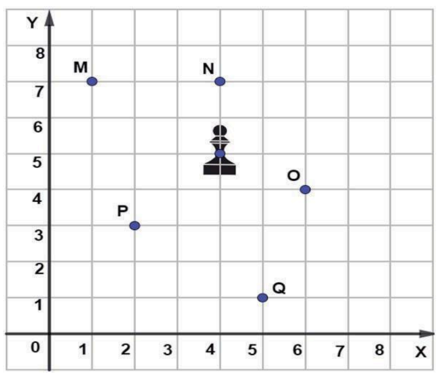
Considerando que esse peão sempre se deslocará a par- tir do ponto (4,5), qual será sua localização quando ele for deslocado para um ponto:

a) cujas coordenadas x e y tenham duas unidades a menos?

Ponto P

VAMOS AMPLiAr?

OBSERVE



b) cuja coordenada x seja mantida e a coordenada y tenha duas unidades a mais?

Ponto N

c) cuja coordenada x tenha três unidades a menos e a coor- denada y tenha duas unidades a mais?

Ponto M

d) cuja coordenada x tenha uma unidade a mais e a coorde- nada y tenha quatro unidades a menos?

Ponto Q

e) cuja coordenada x tenha duas unidades a mais e a coor- denada y tenha uma unidade a menos?

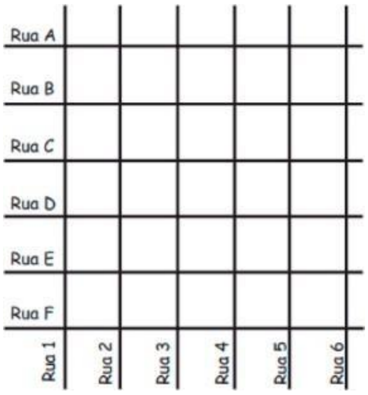
Ponto O

ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 8** e **9**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de resolver pro- blema que envolva informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas. Nesse sentido foi elencado duas questões do ENEM que sistematizam as habilidades desenvolvidas desde a primeira atividade deste grupo.

8. (ENEM 2016) Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpen- diculares às ruas identificadas com números.

Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitin- do caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.



A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, loca- lizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A. Com base nesses dados, o imóvel que atende as preten- sões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

(A) 3 e C.
(B) 4 e C.
(C) 4 e D.
(D) 4 e E.
(E) 5 e C.

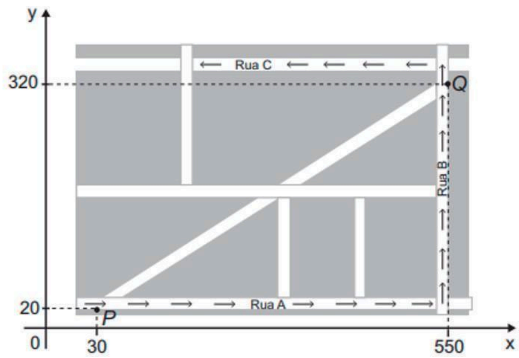
Gabarito: C

Sugestão de solução:
Como o local de trabalho da mãe e o consultório do pai se localizam na rua E, o imóvel deverá ser localizado na rua 4,

que é a mediatriz dos pontos correspondentes e deixa os caminhos com a mesma distância por simetria.

A distância do consultório até a escola é de 6 quarteirões logo, o imóvel deverá ser localizado a 3 quarteirões de cada. Se partir da escola e andar 3 quarteirões na rua 4, chega-se na rua D. Por isso o imóvel deverá ser localizado no encontro das ruas 4 e D.

9. (ENEM 2015 – Adaptada) Devido ao aumento do flu- xo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figu- ra mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais. De acordo com os dados, quais são as coordenadas do novo ponto de parada?

Sugestão de solução:

Temos os pontos P (30, 20) e Q (550, 320). A distância percorrida pelo ônibus foi de,

$$(550 - 30) + (320 - 20) = 820$$

O ponto T deve dividir a trajetória ao meio, logo, a distân- cia percorrida P e T deve ser 410, assim, as coordenadas desse ponto será de

$$T(30 + 410 ; 20) = T(440; 20)$$

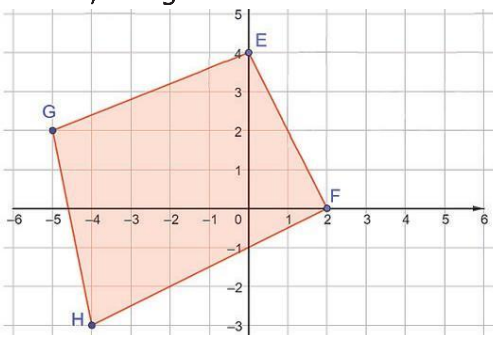
REVISITANDO A MATRIZ

saeb Sistema de Avaliação da Educação Básica

Professor(a), assim como as atividades desse tópico visam o desenvolvimento, por parte do(a) estudante, do descritor **D1 e D9 da matriz SAEB do 9º ano: (D1 – Identificar** a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas e **D9 Interpretar** informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.), a seguir estão itens que ava- liam se eles(as) desenvolveram a habilidade relacionada a este descritor.

Caro(a) estudante, neste momento vamos exercitar a habilidade de **identificar** a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráfi- cas, vamos basicamente utilizar o plano cartesiano. Fique atento a sua resolução e marque apenas uma alternativa.

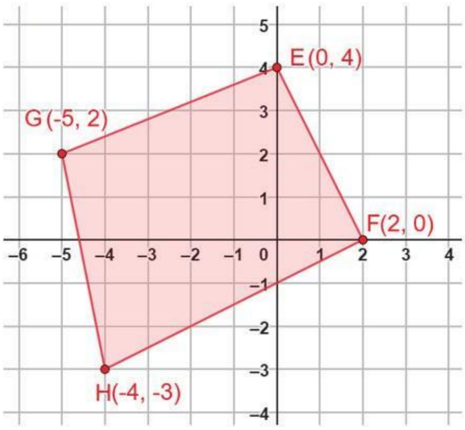
Item 1: Observe o quadrilátero EFHG representado no plano cartesiano, a seguir.



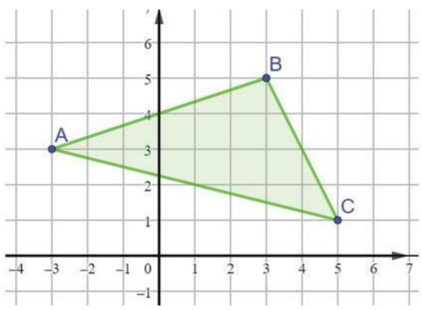
Quais são as coordenadas de cada um dos seus vértices?

(A)(0 ,4) ; (2 ,0) ; (-4 ,-3) e (-5 ,2).
(B)(4 ,0) ; (0 ,2) ; (-3 ,-4) e (2 ,-5).
(C)(2 ,1) ; (4 ,3) ; (5 ,2) e (1 ,4).
(D)(0 ,4) ; (2 ,0) ; (-4 ,-3) e (2 ,-5).
(E) (0 ,4) ; (2 ,0) ; (4 ,3) e (-5 ,2).

Gabarito: A
Sugestão de solução:
E(0,4); F(2,0); H(–4,–3) e G(–5,2).

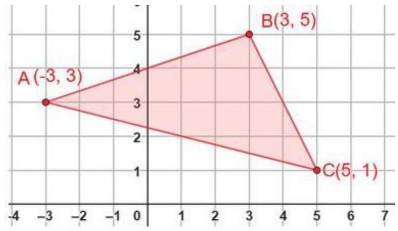


Item 2: Considere o triângulo ABC apresentado no plano cartesiano, a seguir.

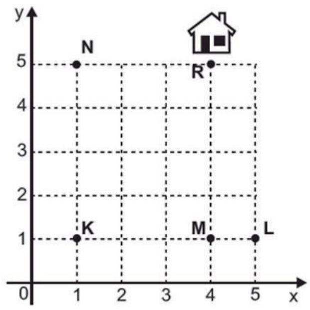


As coordenadas dos vértices deste triângulo são

(A)A (-3,3); B (-3,5) e C (5,-1).
(B)A (-3,3); B (3,5) e C (5,1).
(C)A (3,-3); B (-3,-5) e C (-5,-1).
(D)A (-3,3); B (5,3) e C (1,5).
(E)A (3,-3); B (5,3) e C (1,5).



Item 3: Túlio desenhou um plano cartesiano simbolizan- do o bairro onde mora e marcou os pontos K, L, M, N e R, como pode ser visto na figura, a seguir.



Nesse plano cartesiano, a casa de Túlio está representada no ponto R e sua escola ficou localizada no ponto que tem a mesma coordenada x da casa e coordenada y igual a 1.

Qual ponto representa a localização da escola de Túlio?

(A) K (B) L (C) M (D) N (E) R

Gabarito: C
Sugestão de solução:
O único que representa a mesma coordenada x (abscissa) que a casa de Túlio, é o ponto M (4,1).

SEQUÊNCIAS

Sequências numéricas são listas ordenadas de núme- ros que verificam um padrão ou uma regra. Cada elemen- to (número) da sequência chama-se termo.

Ordem	1º	2º	3º	4º	...
					...
Termos	1	2	3	4	...

Gabarito: B Sugestão de solução:
A (-3,3); B (3,5) e C (5,1).

Exemplos:

a)

Ordem	1º	2º	3º	4º	...
					...
Termos	2	3	4	5	...
	$1 + 1$	$2 + 1$	$3 + 1$	$4 + 1$	

b)

Ordem	1º	2º	3º	4º	...
					...
Termos	0	1	2	3	...
	$1 - 1$	$2 - 1$	$3 - 1$	$4 - 1$	...

c)

Ordem	1º	2º	3º	4º	...
					...
Termos	2	4	6	8	...
	2×2 $2 \times (1 + 1)$	2×3 $2 \times (2 + 1)$	2×4 $2 \times (3 + 1)$	2×5 $2 \times (4 + 1)$	...

ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 10** e **11**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de relacionar diferentes sequências recursivas e não recursivas em di- ferentes situações. É importante ter em mente que nessas atividades o foco não é encontrar a lei de formação, mas sim identificar a regularidade das sequências utilizadas.

Caso os(as) estudantes sintam dificuldade, memore junto a eles(as) que, dado uma sequencia finita $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$:

$a_1 \rightarrow$ 1º termo da sequência $a_2 \rightarrow$ 2º termo da sequência $a_3 \rightarrow$ 3º termo da sequência

$a_n \rightarrow n$-ésimo termo da sequência (último termo)

Exemplo: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36... 100 (Sequência dos 10 pri- meiros quadrados perfeitos).

Onde,

$a_1 \rightarrow 0$

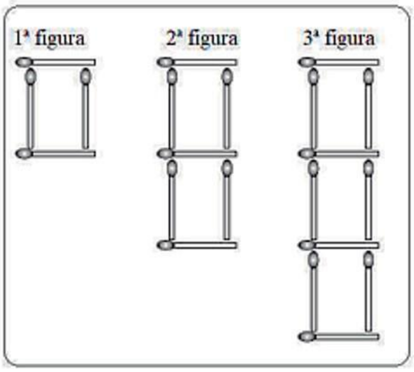
$a_2 \rightarrow 1$

$a_3 \rightarrow 4$

$\vdots \quad \vdots$

$a_{10} \rightarrow 100$

10. Observe a sequência, a seguir.



Preencha o quadro seguindo o padrão sequencial.

Ordem da figura	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Quantidade de palitos (termo)	4	7	10			

Sugestão de solução:

Ordem da figura	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Quantidade de palitos (termo)	4	7	10	13	16	19

11. Mariana é vendedora autônoma e criou uma tabela para orientar suas vendas. Esses valores são compostos por uma parte fixa, em reais, que corresponde a taxa de entrega, e outra parte que representa o custo por cami- seta. Ao sair para fazer as suas vendas, percebeu que sua tabela estava danificada e faltavam alguns valores. Com- plete a tabela com os valores que estão faltando.

Nº de peças	1	2	3	4	5	...	10
Preço (R$)	30		74				

Sugestão de solução:
Perceba que a diferença de preços entre (3) e (1) é o valor de duas camisas, assim

$$74–30=44$$

Logo, se duas camisas custam 44 reais, uma camisa é R$ 22,00.
O valor da taxa de entrega, é

$$30–22=8$$

Assim,
$(1) = 1 \cdot 22 + 8 = 30$
$(2) = 2 \cdot 22 + 8 = 52$
$(3) = 3 \cdot 22 + 8 = 74$
$(4) = 4 \cdot 22 + 8 = 96$
$(5) = 5 \cdot 22 + 8 = 118$
$(10) = 10 \cdot 22 + 8 = 228$

Nº de peças	1	2	3	4	5	...	10
Preço (R$)	30	52	74	96	118		228

Professor(a), para o segundo grupo de habilidades, é es- perado que os(as) estudantes tenham desenvolvido as habilidades essenciais dos grupos "***Abaixo do Básico***" e "***Básico***", pois o objetivo é que eles(as) progridam para o desenvolvimento das habilidades do grupo "***Proficiente***" e sigam ampliando cada vez mais seus conhecimentos.

Desta maneira, estima-se que, para este **segundo grupo de atividades**, os(as) estudantes sejam capazes de desen- volver as seguintes habilidades:

- **(EF07MA18-A) Ler, interpretar, resolver** e **elaborar** problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, como determinar qual a quantida- de de produtos deve ser produzida para se obter deter- minado lucro ou receita, determinar qual a quantidade de quilômetros deve ser percorridos por um táxi para cor- responder a um determinado valor de corrida.

- **(EF07MA18-B) Resolver** e **elaborar** problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das pro- priedades da igualdade, em situações diversas.

- **(EF08MA06-A) Reconhecer** e **compreender** uma ex- pressão algébrica, destacando dentre elas os monômios e polinômios, bem como os seus elementos como coeficien- tes e partes literais.

- **(EF08MA06-D) Associar** os polinômios aos modelos
geométricos de figuras planas, cálculo de perímetros e

áreas, aos modelos de sólidos geométricos, cálculo de áreas da base e áreas laterais em planificações, cálculo de volu- mes, bem como os modelos que surgem em diversas situa- ções do cotidiano. Exemplo: o valor a se pagar numa corrida de táxi, os valores de receita, custo e lucro de uma empresa dependendo da quantidade de produtos comercializados.

- **(EF08MA06-E) Resolver e elaborar** problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algé- bricas, utilizando as propriedades das operações, em con- textos significativos.

Buscando o desenvolvimento pleno das habilidades no 1º corte temporal da 1ª série:

- **(GO-EMMAT501A) Compreender** o conceito de fun- ção polinomial do 1º grau, identificando a relação entre duas variáveis apresentadas em textos de origem socio- econômicas e/ou de natureza técnico ou científica, entre outros para resolver situações problemas do cotidiano.
- **(GO-EMMAT501B) Identificar** possíveis leis de forma- ção que se estabelecem da relação entre duas grandezas, analisando conjecturas apresentadas em quadros e/ou tabelas para expressar algebricamente as generalizações que se definem da relação entre duas grandezas.
- **(GO-EMMAT501C) Modelar** situações relacionadas as leis de formação definidas no campo das funções polino- miais do 1º grau, representando no plano cartesiano os dados apresentados em quadros e/ou tabelas para anali- sar situações que possibilitem a tomada de decisões.
- **(GO-EMMAT501D) Compreender** as relações estabe- lecidas entre duas grandezas, analisando os dados e in- formações apresentadas em quadros e tabelas para cons- truir gráficos de funções polinomiais do 1º grau.
- **(GO-EMMAT501E) Investigar** relações entre núme- ros expressos em tabelas simples, identificando padrões e criando conjecturas para representar pontos no plano cartesiano

E dos descritores da Matriz Saeb:

9º Ano	**D30 – Calcular** o valor numérico de uma ex- pressão algébrica. **D32 – Identificar** a expressão algébrica que ex- pressa uma regularidade observada em sequ- ências de números ou figuras (padrões) **D35 – Identificar** a relação entre as represen- tações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau. **D32 – Identificar** a expressão algébrica que ex- pressa uma regularidade observada

GRUPO DE ATIVIDADES 2

EXPRESSÕES

Uma expressão é uma sequência de operações ma- temáticas que podem ser classificadas em **numéricas** ou **algébricas**.

Expressões numéricas são sentenças matemáticas en- volvendo apenas operações numéricas. Nessas expres- sões, são usados alguns sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves).

Exemplos:

- $4 \cdot (5-2)^2 + 10$
- $0{,}5 \cdot (0{,}33) - 5$
- $4^2 + 2 \cdot 4 - 3$

Expressões algébricas são expressões matemáticas que contêm números e letras. As letras são denominadas variáveis e utilizadas para representar diferentes valores.

Caso a expressão algébrica possua um único termo algébrico, ela é conhecida como monômio; quando possui mais de um, é chamada de polinômio.

Exemplos:

- $0{,}5p - 5$
- $3x^2 + 5y - 3$
- $-7n^3 m$
- $x^2 + 2x - 3$

Quando atribuímos um valor à variável, de uma expres- são algébrica, é possível encontrar o seu valor numérico.

Exemplo:

Dada a expressão: $x^3 + 4x^2 + 3x - 5$, para $\boldsymbol{x = 2}$, qual é o valor numérico dessa expressão?

Para calcular o valor da expressão, deve–se substituir o $\boldsymbol{x}$ por $\boldsymbol{2}$

	em sequ- ências de números ou figuras (padrões)
3ª Série	**D6 – Identificar** a localização de pontos no pla- no cartesiano. **D18 – Reconhecer** expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela. **D19 – Resolver** problema envolvendo uma função do 1º grau.

$$x^3 + 4x^2 + 3x - 5$$
$$2^3 + 4 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 5$$
$$8 + 16 + 6 - 5$$
$$30 - 5$$
$$25$$

As sequências numéricas, geralmente, possuem uma **lei de formação**. Através dessa lei, é possível descobrir qualquer termo da sequência.

Retomando os exemplos anteriores:

Ordem	1º	2º	3º	4º	...	nº
	●	●●	●●●	●●●●	...	
Termos	1	2	3	4	...	n

Exemplos:

a)

Ordem	1º	2º	3º	4º	nº
	●●	●●●	●●●●	●●●●●	...
Termos	2	3	4	5	
	$1 + 1$	$2 + 1$	$3 + 1$	$4 + 1$	$n + 1$

b)

Ordem	1°	2°	3°	4°	n°
					...
Termos	0	1	2	3	
	$1-1$	$2-1$	$3-1$	$4-1$	$n-1$

c)

Ordem	1°	2°	3°	4°	n°
					...
Termos	4	6	8	10	$2\times(n+1)$
	2×2 $2\times(1+1)$	2×3 $2\times(2+1)$	2×4 $2\times(3+1)$	2×5 $2\times(4+1)$	$2(n+1)$ ou $2n+2$

d)

Ordem	1°	2°	3°	4°	n°
					...
Termos	6	9	12	15	$3\times(n+1)$
	3×2 $3\times(1+1)$	3×3 $3\times(2+1)$	3×4 $3\times(3+1)$	3×5 $3\times(4+1)$	$3(n+1)$ ou $3n+3$

Leia a situação problema, a seguir:

Joana quer comprar canetas coloridas pela internet pois, é mais barato. No site, o valor que pagaria para com- prar uma caneta seria R$ 6,50 já, para comprar 4 canetas seria R$ 11,00. Sabendo que o valor de cada caneta é o mesmo e, que independentemente da quantidade de ca- netas, o valor do frete é fixo, podemos responder os se- guintes questionamentos:

1) Qual o valor de cada caneta?
2) Qual o valor do frete?
3) Quais são os valores para compra de 1 até 5 canetas?
4) Qual valor está variando na sequência?
5) Qual o valor é constante?
6) Qual é a sequência algébrica que representa essa sequência?

Resolução:

Observe que, em relação à situação, temos as seguintes informações:

- *Independente da quantidade, as canetas têm o mesmo valor;*
- *O valor do frete não se altera;*
- *O valor de uma caneta com frete é R$ 6,50;*
- *O valor de quatro canetas com frente é R$ 11,00.*

Agora pense, se nem o valor do frete, nem o valor unitário, de cada caneta, mudam, é possível saber o valor de 3 canetas, cal- culando a diferença entre os valores de 1 e 4 canetas. Observe:

$$11{,}0 - 6{,}5 = 4{,}5$$

$$4{,}50 \div 3 = 1{,}5$$

Logo, cada caneta custa R$ 1,50.

Se o valor total da compra de uma caneta era R$ 6,50 e, a caneta custa R$ 1,50, o frete será de R$ 5,00.

Dessa maneira, podemos determinar a regularidade que expressa essa situação. Veja:

1 caneta $\rightarrow 1 \cdot 1{,}5 + 5 = 6{,}50$

2 canetas $\rightarrow 2 \cdot 1{,}5 + 5 = 8{,}00$

3 canetas $\rightarrow 3 \cdot 1{,}5 + 5 = 9{,}50$

4 canetas $\rightarrow 4 \cdot 1{,}5 + 5 = 11{,}00$

5 canetas $\rightarrow 5 \cdot 1{,}5 + 5 = 12{,}50$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

n canetas → n · 1,5 + 5 (sendo n · 1,5 a parte variável e 5 a parte constante)

Dessa forma, a expressão algébrica que representa o pa- drão dessa sequência numérica é: 1,5n + 5

ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 1** a **4**, o objetivo é que o(a) estudante desenvolva a habilidade de calcular o valor nu- mérico de uma expressão algébrica.

Para tanto, será necessário que o(a) estudante substitua o valor numérico da variável nas expressões algébricas e re- alize os cálculos para esse valor em questão. É importante ressaltar, junto aos estudantes que poderia ser atribuído qualquer outro valor para essas variáveis, desta forma, in- dicamos que, caso seja possível, seja atribuído em sala de aula, outros valores para essas expressões.

1. Substitua o valor de $x = 2$ e calcule o valor numérico desses binômios.

a) $-2x^2+x$ c) $-\frac{1}{2}x^4 + x^2$

b) $3x^3 - 2x$ d) $0{,}3x^3 - 0{,}4x$

Sugestão de solução:

a) $-2 \cdot 2^2 + 2 = -2 \cdot 4 + 2 = -8 + 2 = -6$

b) $-3 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2 = -3 \cdot 8 - 4 = -24 - 4 = -28$

c) $-\frac{1}{2} \cdot 2^4 + 2^2 = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 4 = -8 + 4 = -4$

d) $0{,}3 \cdot 2^3 - 0{,}4 \cdot 2 = 0{,}3 \cdot 8 - 0{,}4 \cdot 2 = 2{,}4 - 0{,}8 = 1{,}6$

2. Substitua o valor de $x = -3$ e calcule o valor numérico desses trinômios.

a) $1{,}4x^3 + 2{,}1x^2 + 3{,}5x$ c) $-\frac{5}{3}x^5 + x^3 - x$

b) $-x^4 - x^2 - x$ d) $x^3 + x^2 - \frac{x}{3}$

Sugestão de solução:

a) $1{,}4 \cdot (-3)^3 + 2{,}1\,(-3)^2 + 3{,}5\,(-3)$

$= 1{,}4 \cdot (-27) + 2{,}1\,(9) - 10{,}5$

$= -37{,}8 + 18{,}9 - 10{,}5$

$= -29{,}4$

b) $-(-3)^4 - (-3)^2 - (-3)$

$= -(+81) - (+9) - 3$

$= -81 - 9 - 3$

$= -93$

c) $-\frac{5}{3}(-3)^5 + (-3)^3 - (-3)$

$= -\frac{5}{3} \cdot (-243) + (-27) + 3$

$= 405 - 27 + 3$

$= 381$

d) $(-3)^3 + (-3)^2 - \frac{(-3)}{3}$

$= -27 + (+9) - (-1)$

$= -27 + 9 + 1$

$= -27 + 10$

$= -17$

3. Substitua o valor de $x = \frac{1}{3}$ e calcule o valor numérico desses polinômios.

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x$

b) $x^4 - 2x^2 - x - 2$

c) $-\frac{6}{5}x^5 + x^3 - 3x + 1$

d) $x^7 - x^5 - 6x^3 + 3x^2 + 9x + \frac{1}{3}$

Sugestão de solução:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{81} - \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3}$

Encontrando o MMC (81, 27, 9, 3), temos

$= \frac{1\cdot 1 - 1\cdot 3 + 1\cdot 9 - 1\cdot 27}{81}$

$= \frac{1 - 3 + 9 - 27}{81}$

$= \frac{-2 - 18}{81}$

$= -\frac{20}{81}$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 - 2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) - 2$

$= \frac{1}{81} - 2\cdot\frac{1}{9} + \frac{1}{3} - 2$

$= \frac{1}{81} - \frac{2}{9} + \frac{1}{3} - \frac{2}{1}$

Encontrando o MMC (81, 9, 3, 1), temos

$= \frac{1\cdot 1 - 2\cdot 9 + 1\cdot 27 - 2\cdot 81}{81}$

$= \frac{1 - 18 + 27 - 162}{81}$

$= \frac{-152}{81}$

c) $-\frac{6}{5}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^5 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 1$

$= \left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{243}\right) - \frac{1}{27} + 1 + 1$

$= \frac{6}{1215} - \frac{1}{27} + \frac{2}{1}$

$= \frac{2391}{1215}$ ou $\frac{797}{405}$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^7 - \left(-\frac{1}{3}\right)^5 - 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 9\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$

$= -\frac{1}{2187} + \frac{1}{243} - 6\cdot\left(-\frac{1}{27}\right) + \frac{3}{9} - 3 + \frac{1}{3}$

Encontrando o MMC (1215, 27, 1), temos

$= \frac{6\cdot 1 - 1\cdot 45 + 1215\cdot 2}{1215}$

$= \frac{6 - 45 + 2430}{1215}$

$= \quad 3 + \frac{1}{3}$

Encontrando o MMC (2187, 243, 27, 9, 3, 1), temos

4. Substitua o valor de $a = 2$ e $b = -1$ nas expressões algé- bricas e calcule seus respectivos valores numéricos.

Sugestão de solução:

b) $- \frac{}{ab} \rightarrow \quad . \quad - \frac{}{-2} = \frac{}{2} =$

4

Professor(a), na **atividade 5**, o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões). O foco nesta atividade é encontrar a Lei de Formação das sequências figurais (figuras) apresentadas.

É importante diferenciar, caso os(as) estudantes sintam dificuldades em desenvolver essa habilidade, que uma sequência é formada por termos escritos em uma ordem definida $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$.

Caso os(as) estudantes sintam dificuldade, lembre–os(as) que dado uma sequencia finita $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$:

$a_1 \rightarrow$ 1º termo da sequência

$a_2 \rightarrow$ 2º termo da sequência

$$-\frac{1}{2187} + \frac{1}{243} + \frac{6}{27} + \frac{3}{9} -$$

$$= \frac{1 \cdot (-1) + 9 \cdot 1 + 81 \cdot 6 + 243 \cdot 3 - 2187 \cdot 3 + 729 \cdot 1}{2187}$$

$$= \frac{-1 + 9 + 486 + 729 - 6561 + 729}{2187}$$

$$= -\frac{4609}{2187}$$

a) $\frac{3a+b}{3}$

b) $-\frac{2a-4b}{ab}$

c) $\frac{a^2+2b^3}{b-a}$

d) $\frac{-(b-a)^3}{\frac{1}{4}(3ab)}$

a) $\frac{3a+b}{3} \rightarrow \frac{3 \cdot 2 + (-1)}{3} = \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$

$2a - 4b \qquad - \frac{2 \cdot 2 - 4 \cdot (-1)}{2 \quad (-1)} = \qquad 4 + 4 \quad 8$

$a^2 + 2b^3 \qquad \frac{2^2 + 2 \cdot (-1)^3}{-1 - (2)} = \frac{4-2}{-1-2} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

c) $\frac{}{b-a} \rightarrow$

d) $\frac{-(b-a)^3}{\frac{1}{4}(3ab)} \rightarrow \frac{-(-1-2)^3}{\frac{1}{4} \cdot (3 \cdot 2 \cdot (-1))} = \frac{-(-3)^3}{\frac{1}{4} \cdot (6 \cdot (-1))} =$

$= \frac{-(-27)}{\frac{1}{4}(-6)} = \frac{}{\frac{-6}{\cancel{27}\,4}} = 27 \cdot \left(-\frac{4}{6}\right) = -\frac{108}{6} = -18$

$a_3 \rightarrow$ 3º termo da sequência

$a_n \rightarrow$ n–ésimo termo da sequência (último termo)
Exemplo: –2, –4, –6, –8, –10, –12,...

Onde,

$a_1 \rightarrow -2$

$a_2 \rightarrow -4$

$a_3 \rightarrow -6$

$a_4 \rightarrow -8$

$a_5 \rightarrow -10$

$a_6 \rightarrow -12$

$\vdots \quad \vdots$

$a_n \rightarrow -2n$

Definindo: Uma sequência de números reais (a_n) é uma função: $N \rightarrow R$ que associa a cada número natural n um número real a_n.

Professor(a), caso essa atividade não seja suficiente para o desenvolvimento da habilidade de encontrar a Lei de For- mação das sequências, indicamos outras sequências como:

Resolução das Sugestões de exercicios (extra)

1) –3; –1; 1; 3; 5; ...

$a_1 \rightarrow -3$
$a_2 \rightarrow -1$
$a_3 \rightarrow 1$
$a_4 \rightarrow 3$
$a_5 \rightarrow 5$
$a_6 \rightarrow 7$
$\vdots$
$a_n \rightarrow 2n-5$

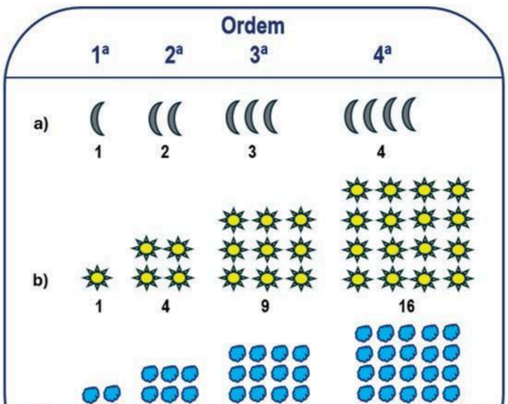
2) 2; 4; 2; 4; 2;...

$a_1 \rightarrow 2$
$a_2 \rightarrow 4$
$a_3 \rightarrow 2$
$a_4 \rightarrow 4$
$a_5 \rightarrow 2$
$a_6 \rightarrow 4$
$\vdots \quad \vdots$
$a_n \rightarrow 3 + (-1)^n$

3) $\frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \ldots$

$a_1 \rightarrow \frac{1}{2}$
$a_2 \rightarrow \frac{1}{4}$
$a_3 \rightarrow \frac{1}{8}$
$a_4 \rightarrow \frac{1}{16}$
$a_5 \rightarrow \frac{1}{32}$
$a_6 \rightarrow \frac{1}{64}$
$\vdots \quad \vdots$
$a_n \rightarrow \frac{1}{2^n}$

5. Em cada caso, escreva a expressão algébrica que define a sequência.



a)

$1 \cdot 1 \rightarrow 1$
$1 \cdot 2 \rightarrow 2$
$1 \cdot 3 \rightarrow 3$
$1 \cdot 4 \rightarrow 4$
$\vdots \quad \vdots$
$1 \cdot p \rightarrow n$

b)

$1^2 \rightarrow 1$
$2^2 \rightarrow 4$
$3^2 \rightarrow 9$
$4^2 \rightarrow 16$
$\vdots \quad \vdots$
$p^2 \rightarrow n$

c)

$(1+1)^2 \rightarrow 4$
$(1+2)^2 \rightarrow 9$
$(1+3)^2 \rightarrow 16$
$(1+4)^2 \rightarrow 25$
$\vdots \quad \vdots$
$(1+p)^2 \rightarrow n$

REVISITANDO A MATRIZ saeb Sistema de Avaliação da Educação Básica

Professor(a), as atividades deste tópico (Vamos Am- pliar) foram estruturadas para o desenvolvimento do descritor **D30 da matriz SAEB do 9º ano**: (**Calcular** o valor numérico de uma expressão algébrica). Desta for- ma, a seguir, estão itens que avaliam se eles(as) desen- volveram a habilidade relacionada a este descritor.

Caro(a) estudante, neste momento vamos exercitar a habilidade de **calcular o valor numérico de uma ex- pressão algébrica**. Fique atento a sua resolução e mar- que apenas uma alternativa.

Sugestão de solução:
Considerando p como posição e n como o número de bolas. Temos:

Item 1: (Proeb – Adaptado) O preço (p) do quilo de car- ne em um açougue é dado pela relação p=9x-3, sendo x a quantidade de quilos de carne comprada.

O preço de 7 quilos de carne é

(A)R$ 63,00.
(B)R$ 60,00.
(C)R$ 66,00.
(D) R$ 65,00.
(E) R$ 70,00.

Gabarito: B

Sugestão de solução:

$p = 9x - 3$

$p = 9 \cdot (7) - 3$

$p = 63 - 3 = 60$

Logo, o preço de 7 quilos de carne é R$ 60,00.

Item 2: Observe a expressão, a seguir.

$$2ab - 3ab^2$$

Qual o valor numérico dessa expressão, para $a = 0{,}3$ e $b = 0{,}4$?

(A) 0,0144
(B) 0,1968
(C) 0,96
(D) 0,096
(E) 0,0096

Gabarito: D

Sugestão de solução:

$2ab - 3ab^2$

$\rightarrow (2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4) - [3 \cdot 0{,}3 \cdot (0{,}4)^2]$

$= (0{,}24) - [0{,}9 \cdot 0{,}16]$

$= 0{,}24 - 0{,}144$

$= 0{,}096$

Item 3: Considere a expressão, a seguir:

$$6a - b^2$$

Qual o seu valor numérico para $a = \frac{1}{3}$ e $b = 0{,}5$?

(A) 1,75 (D) $-\frac{7}{4}$

(B) 2,25 (E) $-\frac{9}{4}$

(C) –3

Gabarito: E

Sugestão de solução:

$6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - (0{,}5)^2$

Como $0{,}5 = \frac{1}{2}$, temos:

$6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= -\frac{6}{3} - \left(\frac{1^2}{2^2}\right)$

$= -2 - \left(\frac{1}{4}\right)$

$= \frac{-8-1}{4}$

$= \frac{-9}{4}$

$= -\frac{9}{4}$ ou $-2{,}25$

VAMOS AVAnçAr?

▸ **Sequências Numéricas no Plano Cartesiano**

Ao marcar pontos no plano cartesiano, pode-se fazer de maneira aleatória, mas, é possível marcá-los de manei- ra proposital.

Exemplo 1: Observe a sequência dos números pares não nulos:

Pares⁺: { 2 ,4,6, 8,10,12 ,14,...}

Se considerarmos essa sequência, podemos relacioná-las as coordenadas cartesianas x e y, onde x é a posição dos termos e y são os termos da sequência.

Observe essa relação:

x (posição dos termos)	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	
y (termos da sequência)	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	...

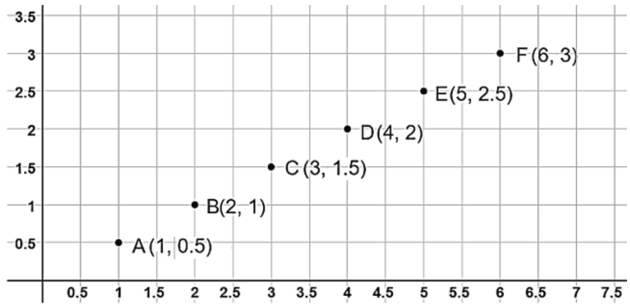
Repare que essa é uma sequência crescente cujo termo aditivo é 2, ou seja,

Agora, vamos marcar as coordenadas (pares ordenados) no plano cartesiano:

Note os seguintes pares ordenados no plano cartesiano:

Exemplo:

Observe no plano cartesiano a sequência de pontos onde, o valor da ordenada ***y* é igual a metade do valor da abscissa *x*.**



Relacionando algebricamente, temos:

as coordenadas y cor- respondem ao dobro do x.

LIGUE OS PONTOS E VEJA O QUE ACONTECE.

EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU

Define-se equação do 1º grau toda equação redutível à forma:

$$ax + b = 0, \text{ com } a \neq 0.$$

Nesta equação, ***a*** e ***b*** são chamados de coeficientes e x recebe o nome de incógnita.

A parte que fica antes da igualdade (do lado esquerdo) é chamada de ***1° membro***, a parte que fica depois da igualdade (à direita da igualdade) é denominada de ***2º membro***. Na equação do 1º grau a incógnita é o valor a ser encontrado.

Exemplo 1:

$$\underbrace{4x + 44}_{1^o\ MEMBRO} = \underbrace{7x + 23}_{2^o\ MEMBRO}$$

Para resolver uma equação é necessário determinar o valor atribuído a x de modo que a igualdade seja verdadei- ra. Esse valor é chamado de raiz da equação.

Princípio Aditivo da Igualdade: Quando se soma (ou se subtrai) qualquer número real nos dois membros de uma equação, a igualdade não se altera.

Princípio Multiplicativo da Igualdade: Quando se multiplica (ou se divide) toda equação por qualquer nú- mero real, diferente de zero, a igualdade não se altera.

• **Equação de 1º grau a duas variáveis**

Uma equação polinomial do 1º grau é do tipo

$$a_1y + a_2x + a_3 = 0, \text{ com } a_1, a_2 \neq 0$$

E pode ser reduzida a

$$y = ax + b, \text{ com } a \neq 0$$

Essa equação pode ser representada graficamente no plano cartesiano como uma reta. Para representá-la é necessário, no mínimo, **dois pontos**. Uma maneira práti- ca de determinar essa reta, é encontrando os valores dos coeficientes a e b.

O coeficiente a é calculado por:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Caso se tenha o ponto de interseção com o eixo y, esse valor já será o coeficiente b e, assim teremos todas as in- formações da equação.

$$\boldsymbol{y = ax + b}$$

Exemplo:

Dado dos pontos J(0,8) e K(-4,4), a equação da reta que passa por eles é determinada por

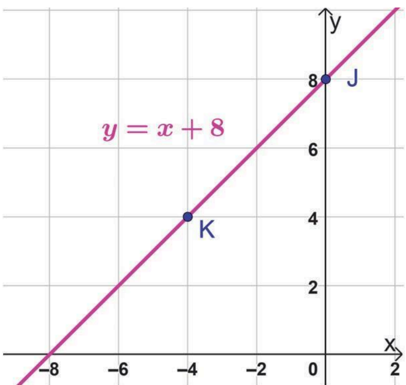
$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \frac{8-4}{0-(-4)} = \frac{4}{4} = 1$$

Como o ponto J é a intersecção da reta com o eixo y, o coeficiente b é igual a 8. Assim:

$y = 1 \cdot x + 8$

$y = x + 8$

Observe a representação gráfica desta equação:



ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 6** a 7, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade ob- servada em sequências de números ou figuras (padrão). Essa habilidade está diretamente ligada ao descritor D32 da matriz SAEB do 9° ano. Para o desenvolvimento des- ta habilidade é importante que os(as) estudantes saibam relacionar a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar a relação entre duas grandezas.

Nesse sentido, foram escolhidas 3 questões do ENEM de modo a sistematizar as habilidades que envolvem re- conhecimento e compreensão de que uma regularidade pode ser representada como uma expressão algébrica.

Caso os(as) estudantes apresentem dificuldades nessas atividades, lembre-os que as expressões não possuem si- nais de comparação (=, ≠, <, >, ≤, ≥), ou seja, não são senten- ças. Essa diferenciação é importante pois, nas atividades seguintes, será necessário que os(as) estudantes compa- rem a igualdade entre as duas expressões e veja se ela é verdadeira ou não.

Por exemplo:

- A área de um retângulo de largura y e comprimento me- dindo vinte e cinco centímetros, é igual a cem centímetros quadrados.

Essa sentença pode ser expressa como: $\rightarrow 25 \cdot p = 100$

- Tânia tem 25 anos e daqui 3 anos sua idade será da idade de seu avô.

Essa sentença pode ser expressa como: $\rightarrow y = 28$

6. (ENEM 2018) Uma indústria automobilística está testan- do um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustí- vel são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resul- tado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorri- da pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).

A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo au- tomóvel é

a) $y = -10x + 500.$

b) $y = -\dfrac{x}{10} + 50.$

c) $y = -\dfrac{x}{10} + 500.$

d) $y = \dfrac{x}{10} + 50.$

e) $y = \dfrac{x}{10} + 500.$

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Considere:

Distância: x

Combustível: y

Observe que, quando a $x = 0 \rightarrow y = 50$, $x = 500 \rightarrow y = 0$ Como o gráfico é uma reta, a lei de formação deve ser da forma $y = ax + b$

O gráfico fornece dois pontos com suas respectivas coor- denadas: (0; 50) e (500; 0).

Substituindo o ponto (0; 50) na lei de formação, temos:

$y = ax + b$

$50 = a \cdot 0 + b$

$b = 50$

Substituindo o ponto (500; 0) na lei de formação, temos:

$y = ax + b$

$0 = a \cdot 500 + b$

$-500a = b$

$a = -\dfrac{b}{500}$

Como $b = 50$, então

$$a = -\frac{b}{500} \rightarrow a = -\frac{50}{500} \rightarrow a = -\frac{1}{10} \text{ ou } a = -0{,}1$$

Portanto, a expressão algébrica que relaciona a quantida- de de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

$$y = -\frac{x}{10} + 50$$

7. (ENEM 2020) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exporta- dores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1200,00 por hecta- re plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sa- cas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

(A) $L(x)= 50x–1\ 200$

(B) $L(x)= 50x–12\ 000$

(C) $L(x)= 50x+12\ 000$

(D) $L(x)= 500x–1\ 200$

(E) $L(x)= 1\ 200x–500$

Sugestão de solução:

x

Gabarito: B

O lucro $L(x)$ é a diferença entre a receita $R(x)$ e o custo $C(x)$:

$L(x)=R(x)-C(x)$

Para o Custo, temos

$C(x) = 1200 \cdot 10 \rightarrow C(x) = 12\,000$

Para a Receita, temos: $R(x) = 50 \cdot x$

Portanto, a expressão que determina o Lucro (L), em fun- ção de x é, $L(x) = 50x - 12\,000$

REVISITANDO A MATRIZ saeb Sistema de Avaliação da Educação Básica

Professor(a), as atividades deste tópico (Vamos avançar) foram estruturadas para o desenvolvimento do descri- tor D32 da matriz SAEB do 9º ano: Identificar a expres- são algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrão). Desta forma, a seguir, estão itens que avaliam se eles(as) desen- volveram a habilidade relacionada a este descritor.

Caro(a) estudante, neste momento vamos exercitar a ha- bilidade de **identificar a expressão algébrica que expres- sa uma regularidade**. Fique atento a sua resolução e mar- que apenas uma alternativa.

Item 1: Observe na tabela, a seguir, a sequência de pares ordenados que geram o gráfico de uma função polinomial do 1° grau.

x	y
−2	−4
−1	−3
0	−2
1	−1
2	0

Qual é a Lei de formação desta sequência?

(A) $y = -x + 2$ (B) $y = x + 2$ (C) $y = x - 2$

(D) $y = 2x$ (E) $y = x$

Gabarito: C

Sugestão de solução:

A tabela fornece alguns pontos com suas respectivas co- ordenadas.

Tomando os pontos, que pertencem aos eixos: (0; –2) e (2; 0). Substituindo o ponto (0; –2) na lei de formação, temos:

$$y = ax + b$$
$$-2 = a \cdot 0 + b$$
$$-2 = b$$
$$b = -2$$

Substituindo o ponto (2; 0) na lei de formação, temos:

$$y = ax + b$$
$$0 = a \cdot 2 + b$$
$$-2a = b$$
$$a = -\frac{b}{2}$$

Como $b = -2$, então $a = \quad \rightarrow a =$

$\overline{2}$

Portanto, a lei de formação desta sequência é

$$y = ax + b$$
$$y = 1 \cdot x -$$
$$2\ y = x - 2$$

MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU

Dada a equação:

$$4x + 44 = 7x + 23$$

Com base na aplicação dos princípios citados, temos o desenvolvimento dos seguintes passos:

1º passo: Coloca–se todos os coeficientes que estiverem acompanhados, pelas incógnitas, em um dos membros da igualdade e, aqueles que não estão acompa- nhados, no outro.

$$(-7x) + 4x + 44 = 7x + 23 + (-7x)$$
$$-7x + 4x + 44 = 7x - 7x + 23$$
$$(-44) - 7x + 4x + 44 = 23 + (-44)$$
$$4x - 7x + 44 - 44 = 23 - 44$$
$$4x - 7x = 23 - 44$$

2º passo: Efetua–se as devidas operações algébricas dos dois membros da igualdade.

$$4x - 7x = 23 - 44$$
$$-3x = -21$$

3º passo: Divide–se toda equação de modo a deixar
o coeficiente de x igual a 1. Neste caso, divide–se toda equação por (–3).

$$-3x = -21$$
$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-21}{-3}$$
$$x = 7$$

Logo, a raiz da equação é 7.

Uma equação é a relação de igualdade entre duas expressões.

A relações entre expressões podem ser de igual- dade (=), de desigualdade (≠) ou de comparação (>, ≥, <, ≤).

IMPORTANTE!

Em alguns casos, como em equações racionais, existe uma restrição nos valores que o denominador pode assu-
mir, pois não existe divisão por 0.

Exemplo: $\frac{1}{x}$, *para todo* $x \in \mathbb{R}^*$.

Esta condição é chamada de **Condição de Domínio** ou **Condição de Existência**.

Exemplo 2:

Resolva a equação do 1º grau.

$$\frac{x-3}{x(x+1)} + \frac{x-5}{(x+1)} = \frac{x+2}{x}, \qquad U = \mathbb{R}^* - \{-1\}$$

VAMOS AMPLiAr?

Neste caso, o primeiro passo a ser dado é determinar o mínimo múltiplo comum (MMC) entre os denominadores da equação, a fim de reduzi-los ao mesmo denominador.

Logo, o MMC é: $x\,(x + 1)$.

Professor(a), para maior compreensão do(a) estudante, apresente um exemplo numérico de MMC.

Retomando à equação,

Utilizando o MMC na resolução, temos:

Agora que os denominadores dos dois membros são iguais, pode-se simplificá-los.

$$\frac{(x-3) + x(x-5)}{\cancel{x(x+1)}} = \frac{(x+2)(x+1)}{\cancel{x(x+1)}}$$

A equação resultante será formada pelos numerado- res dos dois membros.

Em seguida, efetuam–se as operações algébricas indi- cadas nos dois membros da igualdade.

$$x - 3 + x^2 - 5x = x^2 + x + 2x + 2$$

Daqui por diante, seguem os mesmos passos dos prin- cípios aditivo e multiplicativo da igualdade.

$$x + x^2 - 5x - x^2 - x - 2x = 3 + 2$$
$$-7x = 5$$
$$x = \quad 5$$

IMPORTANTE!

Observe que existe uma condição para restringir os valores que *x* poderá assumir.

Portanto, o conjunto solução será $S = \left\{ -\frac{5}{7} \right\}$.

$-\frac{}{7}$

Qualquer equação é polinomial quando possui um polinômio igual a zero ($P(x)=0$),
ou seja, um valor que atribuído a x (incógnita), fará com que a igualdade se torne verdadeira (raiz da equação).

Obs.: As equações polinomiais de 1º grau são aque- las em que a incógnita possui apenas expoente igual a 1.

É necessário entender as diferenças entre: conjunto solução, raiz da equação ou conjunto universo (U).

- A **raiz de uma equação** é o valor que suas variáveis assumem, de modo que, essa equação seja válida perante a igualdade. O número de raízes de uma equação é dado pelo grau que ela possui.

Exemplo:
A equação $x^2 = 4$, tem raízes $x_1 = +2$ e $x_2 = -2$.

- **O conjunto solução** é aquele que contém todas as possíveis soluções da equação, isto é, os valores que, quando substituídos pelas incógnitas, o satisfazem.

Exemplo:
Na equação $x^2 = 4$, o conjunto solução dessa equação é $S = \{\pm 2\}$.

- **O conjunto Universo** (U), também conhecido como Conjunto Verdade, é uma representação de todos os elementos possíveis em dado conjunto. É usado para restringir o valor atribuído a raiz da equação a seu respectivo conjunto numéricos (N, Z, Q ou R).

Exemplo:
Para a equação $5x = 2 - x$, $x + 5x = 2$
$6x = 2$
$x = \frac{2}{6}$ ou $x = \frac{1}{3}$

O conjunto $U = \mathbb{Q}$, pois $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$.

ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 8** a **11**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de encontrar a raiz de uma equação polinomial de 1º grau.

8. Resolva as seguintes equações do 1º grau, sendo U =Q.

a) $5x - 40 = 2 - x$
b) $3{,}5x + 1 = 3 + 3{,}1x$
c) $\frac{7}{2}p + \frac{15}{3} - \frac{5}{2}p + \frac{10}{6} = -\frac{16}{2} + \frac{10}{4}p$
d) $\frac{9}{4}y - 5{,}8 = 11 + 0{,}25y$

Sugestão de solução:
a) $5x - 40 = 2 - x$
$5x + x = 2 + 40$
$6x = 42$
$x = 7$

b) $3{,}5x + 1 = 3 + 3{,}1x$
$3{,}5x - 3{,}1x = 2$
$0{,}4x = 2$
$x = 5$

c)
$\frac{7}{2}p + \frac{15}{3} - \frac{5}{2}p + \frac{10}{6} = -\frac{16}{2} + \frac{10}{4}p$
$\frac{7}{2}p - \frac{5}{2}p - \frac{10}{4}p = -\frac{16}{2} - \frac{15}{3} - \frac{10}{6}$

$-\frac{6}{4}p = -\frac{88}{6}$

$= -\frac{88}{6}$

$p = \frac{-\frac{88}{6}}{-\frac{6}{4}}$

$p = \frac{88}{6} \cdot \frac{4}{6}$

$p = \frac{352}{36}$ ou $\frac{88}{9}$

d)
$\frac{9}{4}y - 5{,}8 = 11 + 0{,}25y$
$2{,}25y - 5{,}8 = 11 + 0{,}25y$
$2{,}25y - 0{,}25y = 11 + 5{,}8$
$2y = 16{,}8$
$y = \frac{16{,}8}{2}$
$y = 8{,}4$

9. Resolva as seguintes equações na incógnita x, sendo $U = \mathbb{R}$.

a) $\frac{x}{6} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = -5$
b) $\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = 3$
c) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-3}{5} = 2$
d) $\frac{2x+3}{1} - \frac{5}{2} = 3$

Sugestão de solução:

a) $\frac{2x + 3x + 4x}{12} = -5$
$\frac{9x}{12} = -5$
$9x = -5 \cdot 12$

b) $\frac{4x + 3x}{6} = 3$
$\frac{7x + 10}{12} = 2$
$7x + 10 = 2 \cdot 12$

c) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-3}{5} = 2$
$\frac{5x + 5 - 3x + 9}{15} = 2$
$2x + 3x$
$5x$
$5x = -60$
$x = -12$

$\frac{2x + 19}{6} = 3$
$2x + 19 = 3 \cdot 6$
$2x + 19 = 18$

$$\frac{}{2} - \frac{}{3} = 3$$

$$\frac{7}{2}p$$

$$\frac{(2\cdot 7)-(2\cdot 5)-(1\cdot 10)}{4}p = \frac{-(3\cdot 16)-(2\cdot 15)-(1\cdot 10)}{6}$$

$$\frac{14-10-10}{4}p = \frac{}{6}$$

$7x$

$$\frac{2x+}{15} = 2$$

$$2x + 14 = 2\cdot 15$$

$$2x +$$

$$=$$

$$\frac{x+1}{} + \frac{x+2}{4} = 2$$

$$\frac{4x+4+3x+6}{12} = 2$$

d)

$$6x + 9 - 4x + \qquad 3$$

$$x = -\frac{}{2}$$

10. Determine o valor de x nas equações:

a) $\frac{7}{3x} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2x} - \frac{1}{2}$

b) $\frac{x-1}{x-2} = \frac{x}{x+3}$

Sugestão de solução:

a)Multiplicando pelo $MMC(2,3,4,x) = 12x$

Para $x \neq 0$

$$\frac{7}{3x} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2x} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{(4 \cdot 7) + (3x \cdot 1)}{12x} = \frac{(6 \cdot 5) - (6x \cdot 1)}{12x}$$

$$\frac{28 + 3x}{\cancel{12x}} = \frac{30 - 6x}{\cancel{12x}}$$

$$28 + 3x = 30 - 6x$$

$$6x + 3x = 30 - 28$$

$$9x = 2$$

$$x = \frac{2}{9}$$

b) Utilizando a igualdade e realizando o produto do meio pelo produto dos extremos, temos:

$$\frac{x-1}{x-2} = \frac{x}{x+3}$$

$$(x-1).(x+3) = x \cdot (x-2)$$

$$\cancel{x^2} + 3x - x - 3 = \cancel{x^2} - 2x$$

$$2x - 3 = -2x$$

$$2x + 2x = 3$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

11. Qual o valor de y que satisfaz cada uma das equações, a seguir?

a) $\frac{y+5}{y-2} = \frac{y+1}{y+4}$

b) $\frac{y+4}{y-1} - \frac{3}{y-1} = \frac{y-2}{y-3}$

Sugestão de solução:

a) Utilizando a igualdade e realizando o produto do meio pelo produto dos extremos, temos:

$$\frac{y+5}{y-2} = \frac{y+1}{y+4}$$

$$(y+4) = (y-2).(y+1)$$

b) 1ª sugestão de solução:

Multiplicando pelo MMC de $(y-1)$ e $(y-3)$

2ª sugestão de solução:

$+$

$$\frac{y+1}{y-1} = \frac{y-2}{y-3}$$

Utilizando a igualdade e realizando o produto do meio pelo produto dos extremos, temos:

$$(y+1).(y-3) = (y-1).(y-2)$$

$(y + 5)$

$y^2 + 4y + 5y + 20 = y^2 + y - 2y - 2$

$\cancel{y^2} + 9y + 20 = \cancel{y^2} - y - 2$

$9y + 20 = -y - 2$

$9y + y = -2 - 20$

$10y = -22$

$y = -\frac{22}{10} \text{ ou } -\frac{11}{5}$

Calcular o valor nu- mérico de uma expressão algébrica. Desta forma, a se- guir, estão itens que avaliam se ele(as) desenvolveram a habilidade relacionada a este descritor.

Caro(a) estudante, neste momento vamos exercitar a ha- bilidade de **calcular a raiz de uma equação do polinomial do 1° grau**. Fique atento a sua resolução e marque apenas uma alternativa.

Item 1: Observe a equação

$$1 + \frac{5}{x} = -\frac{3}{x}$$

A raiz da equação, com $x \neq 0$, é

(A) –2.

(B) 2.

(C) –8.

(D) 8.

(E) –10.

Gabarito: C
Sugestão de solução:

$$1+\frac{5}{x}=-\frac{3}{x}$$

Multiplicando ambos os lados por x, temos:

$$x\left(1+\frac{5}{x}\right)=x\left(-\frac{3}{x}\right)$$

$$x+\frac{5\cancel{x}}{\cancel{x}}=-\frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$x+5=-3$$

$$x=-8$$

Item 2: Observe a equação racional, a seguir

$$\frac{4}{x-1}=\frac{5}{x-2}$$

O conjunto universo da equação

(A) $U = \mathbb{R} - \{1\}$.

(B) $U = \mathbb{R} - \{2\}$.

(C) $U = \mathbb{R} - \{1,2\}$

(D) $U = \mathbb{R}^* - \{1,2\}$.

(E) $U = \mathbb{R} - \{-2\}$.

Gabarito: C
Sugestão de solução:

$\frac{4}{x-1}=\frac{5}{x-2}$ só é possível se (x-1)≠0 e (x-2)≠0

Nesse caso, nossa única restrição é x=1 ou x=2.
Obs: A alternativa (D) não é verdadeira pois restringe os reais não nulos (o zero), porém ele não é restrição da equação dada.

VAMOS SiSTEMATizAr?

Situações problema representados por equações polinomiais de 1° grau

Problema 1) Na prateleira de um supermercado há caixas de suco de morango e de manga, totalizando 45 caixas. O número de caixas de suco de morango é igual ao quádruplo do número de caixas de suco de manga. Quan- tas caixas de suco de manga há na prateleira?

<u>Resolução:</u>

Sendo x o número de caixas de suco de manga, o número de caixas de suco de morango será 4x.

Se o total de caixas de suco é 45, temos

$x + 4x = 45$

$5x = 45$

$x = \frac{45}{5}$

$x = 9$

Portanto, há 9 caixas de suco de manga nessa prateleira.

Problema 2) A academia "Fique em forma" cobra uma taxa de inscrição de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 110,00. A academia "Corpo e saúde" cobra uma taxa de inscrição de R$ 60,00 e uma mensalidade no valor de R$ 115,00. Vinícius se matriculou na "Fique em forma" e Viviane se matriculou na "Corpo e saúde". Da- qui a quantos meses os gastos acumulados com acade- mia dos dois serão o mesmo?

Resolução:

Sendo x a quantidade de meses, temos que:

$90 + 110x = 60 + 115x$

$-115x + 110x = 60-90$

$-5x = -30$

$x = \frac{-30}{-5}$

$x = 6$

Logo, daqui a 6 meses os gastos acumulados de Vinícius e Viviane com a academia será o mesmo.

$a = \frac{}{2}$

$a =$

ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 12** a **15**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam as habilidades de ler, in- terpretar e traduzir uma situação problema envolvendo equações polinomiais de 1º grau para linguagem algébri- ca. E, após desenvolverem essas habilidades, resolver, quando necessário, as equações encontradas.

Segundo a BNCC e o DCGO, a habilidade de resolver problemas representados por equações ou inequações polinomiais de 1º grau é contemplada no 7º e 8º ano do ensino fundamental (EF07MA-18-A) e (GO-EF08MA28). Dessa maneira, ressaltamos que as atividades são funda- mentais para a recomposição dessas habilidades e para a ampliação de habilidades envolvendo funções pertencen- tes a 1ª série do Ensino Médio.

12. Leia as orações e escreva, algebricamente, as senten- ças que as expressam. Encontre o valor da incógnita para cada caso.

a)O dobro de um número é igual a quinze.

b)O triplo de um número, mais cinco, é igual a três.

c) O dobro de um número, mais um, é igual a esse número, menos quatro.

d) A soma da terça parte de um número, com seu dobro, é igual a sete.

e) A área de um retângulo de largura y e, comprimento medindo vinte e cinco centímetros, é igual a cem centíme- tros quadrados.

f) A soma de dois números é 57. O maior deles é igual ao menor, mais 5. Quais são os dois números?

g) Marcos e Plínio tem juntos R$ 350,00. Marcos tem a mais que Plínio R$ 60,00. Quanto tem cada um?

Sugestão de solução:

a) $2a = 15$

b) $3b + 5 = 3$

$3b = 3 - 5$

$3b = -2$

$b = -\frac{2}{3}$

c) $2c + 1 = c - 4$

$-c + 2c = -4 - 1$

$c = -5$

d) $\frac{d}{3} + 2d = 7$

$\frac{1 \cdot d + 3 \cdot 2d}{3} = 7$

$\frac{7d}{3} = 7$

$d = 3$

e) $25y = 100$

$y = \frac{100}{25}$

$y = 4$

f) $x + (x + 5) = 57$

$2x + 5 = 57$

$2x = 57 - 5$

$x = \frac{52}{2}$

$x = 26$

Os dois números são 26 e 31.

g) $x + (x + 60) = 350$

$2x + 60 = 350$

$2x = 350 - 60$

$x = \frac{290}{2}$

$x = 145$

Marcos tem R$ 205,00 e Plínio tem R$ 145,00.

13. Encontre o conjunto solução que satisfaz as seguintes sentenças no conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$).

a) $2x+6=12$

b) $x - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

c) A diferença entre o triplo de um número e a terça parte desse número é 24. Qual é esse número?

d) Três meios de um número, aumentados de doze, são iguais a quatro oitavos desse número. Qual é esse número?

Sugestão de solução:

a) $2x + 6 = 12$

$2x = 12 - 6$

$2x = 6$

$x = \frac{6}{2}$

$x = 3$

$S = \{3\}$

b) $x - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

$x = \frac{8}{5} + \frac{2}{5}$

$x = \frac{10}{5} = 2$

$S = \{2\}$

c) $3x - \frac{x}{3} = 24$

$\frac{3 \cdot 3x - x}{3} = 24$

$9x - x = 24 \cdot 3$

$8x = 72$

$x = \frac{72}{8}$

$x = 9$

$S = \{9\}$

d) $\frac{3x}{2} + 12 = \frac{4x}{8}$

$\frac{3x}{2} - \frac{4x}{8} = -12$

$\frac{12x}{8} - \frac{4x}{8} = -12$

$\frac{8x}{8} = -12$

$x = -12$

$S = \{-12\}$

14. Mário é gerente de uma loja de jogos. Para calcular o lucro de cada jogo vendido, em reais, ele utiliza a expres- são $P = 2J + 4{,}9$, sendo P o preço de venda e J o preço de custo do jogo. Considere que ele pagou R$ 4,50 em um jogo. Por quanto ele venderá esse jogo?

Sugestão de solução:

Como o valor do produto era 4,50, aplicando a expressão, temos

$P = 2J + 4{,}9$

$P = 2 \cdot 4{,}5 + 4{,}9$

$P = 9 + 4{,}9$

$P = 13{,}9$

Mário venderá cada jogo por R$ 13,90.

15. Um arquiteto cobra por seus projetos um valor fixo de 500 reais, mais 8 reais por metro quadrado de constru- ção. Responda:

a) Qual é a equação, a duas variáveis, que esse arquiteto utiliza para calcular o valor de cada projeto?

b) Em determinado projeto, esse arquiteto recebeu 1460 reais, quantos metros quadrados tem esse projeto?

Sugestão de solução:

a) Valor fixo de 500 reais, mais 8 reais por metro quadra- do de construção, ou seja,

$$500 + 8x$$

A equação que permite calcular o valor de um projeto desse arquiteto é

$$y = 500 + 8x$$

b) Como o valor que ele recebeu pelo projeto é de 1460 reais, temos

$$1460 = 500 + 8x$$

$$1460 - 500 = 8x$$

$$\frac{\quad}{8} = x$$

$$x=120$$

Assim, este projeto tem 120 metros quadrados.

Item 1: Sabe-se que o preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, que é denominada bandeira- da, e uma parcela variável, que depende da distância per- corrida. O preço da bandeirada é R$ 4,60 e do quilômetro rodado é R$ 0,96.

Qual a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 19,00?

(A) 15 km (B) 16 km (C) 17 km (D) 18 km (E) 20 km

Gabarito: A

Sugestão de solução:

A equação que permite calcular a situação é

$C = 0{,}96x + 4{,}60$

Assim, se o custo (C) foi de 19 reais, basta substituir:

$19 = 0{,}96x + 4{,}60$

$-0{,}96x = 4{,}60 - 19$

$-0{,}96x = -14{,}4$

$x = \dfrac{-14{,}4}{-0{,}96}$

$x = 15$

Item 2: (ENEM 2017 – Reaplicação/PPL) Uma pessoa encheu o cartão de memória de sua câmera duas vezes, somente com vídeos e fotos. Na primeira vez, conseguiu armazenar 10 minutos de vídeo e 190 fotos. Já na segun- da, foi possível realizar 15 minutos de vídeo e tirar 150 fotos. Todos os vídeos possuem a mesma qualidade de imagem entre si, assim como todas as fotos. Agora, essa pessoa deseja armazenar nesse cartão de memória exclu- sivamente fotos, com a mesma qualidade das anteriores.

Disponível em: www.techlider.com.br. Acesso em: 31 jul. 2012.

O número máximo de fotos que ela poderá armazenar é

(A) 200. (B) 209. (C) 270. (D) 340. (E) 475.

Gabarito: C

Sugestão de solução:

Seja x a memória ocupada por um minuto de vídeo e y a memória ocupada por uma foto. Logo:

$10x + 190y = 15x + 150y$

$-15x + 10x = 150y - 190y$

$-5x = -40y$ (dividindo ambos os lados da equação por –5)

$x = 8y$

Assim, utilizando um dos armazenamentos, para encon- trar a capacidade total do disco, temos

$10x + 190y$

Substituindo o valor de x na expressão

$10 \cdot 8y + 190y$

$80y + 190y$

$270y$

Item 3: (ENEM 2019) Uma empresa tem diversos funcio- nários. Um deles é o gerente, que recebe R$ 1000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R$ 80,00 por dia trabalhado.

Chamando de X a quantidade total de funcionários da em- presa, a quantia Y, em reais, que esta empresa gasta se- manalmente para pagar seus funcionários é expressa por

(A)Y = 80X + 920.

(B)Y = 80X + 1 000.

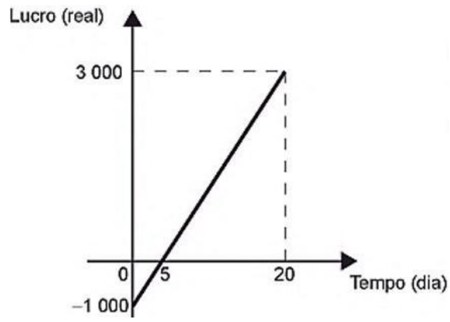
(C)Y = 80X + 1 080.

(D) Y = 160X + 840.

(E) Y = 160X + 1 000.

Gabarito: D
Sugestão de solução:
Organizando os gastos, por função, temos
Gerente: 1000
Demais funcionários, trabalhando 2 dias por semana:
$2 \cdot 80 = 160$
Total de funcionários, menos o gerente: X – 1
Assim, o gasto semanal da empresa é
$Y = 160 \cdot (X-1) + 1000$
$Y = 160X - 160 + 1000$
$Y = 160X + 840$

Item 4: (ENEM 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico re- presenta o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tem- po (t) é:

(A) L(t) = 20t + 3000
(B) L(t) = 20t + 4000
(C) L(t) = 200t
(D) L(t) = 200t – 1000
(E) L(t) = 200t + 3000

Gabarito: D
Sugestão de solução:
Sendo o valor inicial (termo independente) –1000, logo

$$b = -1000$$

A taxa de variação da função L, é

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \frac{3000 - 0}{20 - 5} = \frac{3000}{15} = 200$$

Podemos concluir que
$L(t) = at + b$
$L(t) = 200t - 1000$

Professor(a), para o terceiro grupo de habilidades, é espe- rado que os(as) estudantes tenham desenvolvido as habi- lidades essenciais dos grupos "***Abaixo do Básico***", "***Básico***" e "***Proficiente***", pois o objetivo é que eles(as) progridam para o desenvolvimento das habilidades do grupo "***Avançado***" e sigam ampliando cada vez mais seus conhecimentos.

Desta maneira, estima-se que, para este **terceiro grupo de atividades**, os(as) estudantes sejam capazes de desen- volver as seguintes habilidades:

- **(EF08MA07) Associar** uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

- **(EF08MA08) Resolver** e **elaborar** problemas relacio- nados ao seu contexto próximo, que possam ser repre- sentados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

- **(EF09MA06-A) Descrever** em contextos práticos as re- lações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções de 1° grau.

- **(EF09MA06-B) Ler, interpretar, resolver** e **elaborar** problemas com parte fixa e parte variável que podem ser expressas por funções do 1° grau, calculando valores numéricos e estabelecendo o comportamento da função (crescente ou decrescente) para um determinado interva- lo de valores numéricos.

- **(EF09MA06-H) Compreender** as funções como rela- ções de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica, utilizando esse conceito para analisar situações que envolvam rela- ções funcionais entre duas variáveis.

- **(EF09MA06-F) Construir** gráficos de funções de 1° e 2° graus por meio de tabelas e da comparação com os grá- ficos das funções $y = x$ e $y = x^2$, identificando-as no plano cartesiano como reta e parábola, respectivamente

Buscando o desenvolvimento pleno das habilidades no 1° corte temporal da 1ª série:

- **GO-EMMAT501A) Compreender** o conceito de função polinomial do 1º grau, identificando a relação entre duas variáveis apresentadas em textos de origem socioeconô- micas e/ou de natureza técnico ou científica, entre outros para resolver situações problemas do cotidiano.

- **(GO-EMMAT501B) Identificar** possíveis leis de forma- ção que se estabelecem da relação entre duas grandezas, analisando conjecturas apresentadas em quadros e/ou tabelas para expressar algebricamente as generalizações que se definem da relação entre duas grandezas.

- **(GO-EMMAT501C) Modelar** situações relacionadas as leis de formação definidas no campo das funções polino- miais do 1º grau, representando no plano cartesiano os dados apresentados em quadros e/ou tabelas para anali- sar situações que possibilitem a tomada de decisões.

- **(GO-EMMAT501D) Compreender** as relações estabe- lecidas entre duas grandezas, analisando os dados e in- formações apresentadas em quadros e tabelas para cons- truir gráficos de funções polinomiais do 1º grau.

- **(GO-EMMAT501E) Investigar** relações entre núme- ros expressos em tabelas simples, identificando padrões e criando conjecturas para representar pontos no plano cartesiano

E dos descritores da Matriz Saeb:

9º Ano	**D9 – Interpretar** informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas. **D7 – Interpretar** geometricamente os coefi- cientes da equação de uma reta. **D35 – Identificar** a relação entre as represen- tações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau. **D33 – Identificar** uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema **D30 – Calcular** o valor numérico de uma ex- pressão algébrica. **D34 – Identificar** um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
3ª Série	**D9 – Relacionar** a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a reso- lução de um sistema de equações com duas in- cógnitas. **D8 – Identificar** a equação de uma reta apre- sentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação. **D18 – Reconhecer** expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela. **D19 – Resolver** problema envolvendo uma função do 1º grau. **D20 – Analisar** crescimento/decrescimento, ze- ros de funções reais apresentadas em gráficos. **D23 – Reconhecer** o gráfico de uma função poli- nomial de 1º grau por meio de seus coeficientes. **D24 – Reconhecer** a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico

EQUAÇÕES DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Uma equação do 1º grau, com duas variáveis, pode ser representada por uma sentença algébrica do tipo

$$ax + by = c$$

Em que a e b são coeficientes não nulos, c é o termo independente e x e y são as variáveis. Veja os exemplos:

a) $3x + 2y = 8$

O conjunto de valores que atribuídos a x e a y, que satisfazem a igualdade, é o conjunto solução, neste caso, representado pelo par ordenado (x, y).

GRUPO DE ATIVIDADES 3

O QuE PrECiSAMOS SABEr?

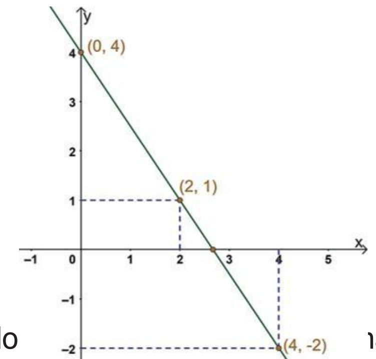
Observe que a equação $3x + 2y = 8$ admite infinitas soluções, por exemplo:

Para o par ordenado (2, 1), temos: $3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8 \rightarrow 8$;

Para o par ordenado (0, 4), temos: $3 \cdot 0 + 2 \cdot 4 = 8 \rightarrow 8$;

Para o par ordenado (4, –2), temos: $3 \cdot 4 + 2 \cdot (-2) = 8 \rightarrow 8$. Percebemos então que existe uma infinidade de pontos que podem satisfazer a igualdade e, consequentemente, podemos representar o conjunto de <u>todos</u> os pontos que são solução da equação, no plano cartesiano, por meio de uma <u>reta</u>.

Neste caso, teremos a seguinte situação:



Assim, todo ... iam pares orde- nados que são soluções da equação 3x + 2y = 8.

▸ **Sistema de equações do 1° grau com duas variáveis** Alguns problemas de matemática são resolvidos a partir de soluções comuns a duas equações do 1º grau com duas variáveis. Nesse caso, diz–se que as equações formam um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis. Veja os exemplos:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 9 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x - y = 10 \\ x + y = 18 \end{cases}$$

O par ordenado que satisfaz, ao mesmo tempo, as duas equações de um sistema, é chamado solução do sistema.

Exemplo:

O par (7, 3) é solução do sistema: $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

Pois,

$$\begin{cases} 7 + 3 = 10 \\ 7 - 3 \cdot (3) = -2 \end{cases}$$

▸ **Resolução de sistemas de equações do 1° grau Método da substituição:**

Para resolver o sistema $\begin{cases} x + y \\ x - y = 1 \end{cases} = 7$, podemos seguir estes passos:

1º passo: Isolar x, em uma das equações.

$$x + y = 7 \rightarrow x = 7 - y$$

2º passo: Substituir a expressão correspondente à x, na outra equação, e resolver essa nova equação.

$$x - y = 1\ (7$$
$$-\ y) - y = 1\ 7$$

3º passo: Para encontrar o valor de x, substitui–se o valor de y em qualquer uma das equações iniciais.

$$x + y =$$
$$7\ x + 3$$
$$= 7$$
$$x = 4$$

Logo, a solução do sistema é (4,3).

Método da Adição

Para resolver o sistema , podemos seguir estes passos:

1° Passo: Somamos as duas equações, membro a membro:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 15 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$
$$7x + 0 = 21$$

$$x = \frac{}{7}$$

2° Passo: Substitui–se o valor de x em uma das equa- ções do sistema:

$$-\ y - y = 1$$
$$-2y = 1 - 7$$
$$-2y = -6$$
$$y = 3$$

$$5x - 3y = 15$$
$$5 \cdot (3) - 3y = 15$$
$$15 - 3y = 15$$
$$-3y = 15 - 15$$
$$-3y = 0$$
$$y = 0$$

Logo, a solução do sistema é (3,0).

ATIVIDADES

Professor(a), na **atividade 1** o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade de verificar se um par ordenado do tipo (x, y) é solução de uma equação polino- mial de 1º grau com duas variáveis. Relembre-os(as) que, para isso, é necessário substituir os valores de x e y nas equações dadas e, verificar se a igualdade é verdadeira.

1. Verifique para quais das equações, a seguir, o par orde- nado (–1, 2) é solução:

a) $2x + 5y = -2$

b) $-3x + 7y = 17$

c) $8x - 15y = -38$

d) $\frac{6}{5}x + \frac{y}{5} = \frac{-4}{5}$

Sugestão de solução:

Considerando o par ordenado (–1, 2), em cada caso, subs- titui–se e faz–se a devida verificação.

a) $2x + 5y = -2$

$2 \cdot (-1) + 5 \cdot 2 = -2$

$-2+10=-2$

$8 \neq -2$ (FALSO)

b) $-3x + 7y = 17$

$-3 \cdot (-1) + 7 \cdot 2 = 17$

$+3 + 14 = 17$

$17 = 17$ (VERDADEIRO)

c) $8x - 15y = -38$
$8 \cdot (-1) - 15 \cdot 2 = -38$
$-8 - 30 = -38$
$-38 = -38$ (VERDADEIRO)

d) $\frac{6}{5}x + \frac{y}{5} = \frac{-4}{5}$

$\frac{6}{5} \cdot (-1) + \frac{2}{5} = -\frac{4}{5}$

$-\frac{6}{5} + \frac{2}{5} = -\frac{4}{5}$

$-\frac{4}{5} = -\frac{4}{5}$ (VERDADEIRO)

Professor(a), nas **atividades 2**, **3** e **4** o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de resolver um sis- tema de equações polinomiais do 1º grau utilizando o mé- todo solicitado.

Relembre–os(as) que, ao utilizar o método da substitui- ção, seguimos os passos:

$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$ → ao isolarmos x da 1ª equação, temos $x=12-y$. Assim, x passa ser representado pela ex- pressão $12-y$.

E, ao utilizar o método da adição é necessário que os coe- ficientes de uma das incógnitas sejam opostos, isto é, de- vem ter o mesmo valor e sinais contrários e, que eles(as) podem multiplicar toda equação por (–1).

$$\begin{cases} x \cancel{+ y} = 12 \\ 3x \cancel{- y} = 20 \end{cases}$$
$$4x = 32$$

$$x = \frac{32}{4} = 8$$

2. Aplicando o método da substituição, resolva os seguin- tes sistemas.

a) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{4x}{3} - y = 1 \\ -\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 3 \end{cases}$

Sugestão de solução:
Por meio do método da substituição, têm–se
a) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$
Sendo, $x - y = 5$, têm–se que $x = 5 + y$.
Substituindo a expressão correspondente à x, na equação
$x + 3y = 9$, temos
$x + 3y = 9$
$(5 + y) + 3y = 9$
$5 + 4y = 9$
$4y = 9 - 5$
$y = \frac{4}{4} = 1$

Substituindo y, na equação $x = 5 + y$, temos
$x = 5 + 1$
$x = 6$
Logo, a solução do sistema é (6,1).

b)

Sendo, $\frac{4x}{3} - y = 1$, têm-se que $\frac{4x}{3} - 1 = y$.

Substituindo y na equação $-\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 3$, temos

$$\overline{\quad 2 \quad} = 9$$

$$\overline{\ 2\ } = 9$$

$x = \overline{15}$ ou $x = \overline{5}$

Substituindo y, na equação $y = \frac{4x}{3} - 1$, temos

$y = \overline{15} - 1$

$y = \overline{\quad 15 \quad}$

$y = \overline{15}$ ou $y = \overline{5}$

Logo, a solução do sistema é $\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)$

a) $\begin{cases} \frac{4x}{3} - y = 1 \\ -\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 3 \end{cases}$

$3x - 0 = 12$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

$$-\frac{x}{2} + \frac{2\left(\frac{4x}{3} - 1\right)}{3} = 3$$

$$-\frac{x}{2} + \frac{\frac{8x}{3} - 2}{3} = 3$$

$$-\frac{x}{2} + \left(\frac{8x}{3} - 2\right) \cdot \frac{3}{1} = 3$$

$$-\frac{x}{2} + \frac{8x}{3} \cdot 3 - 2 \quad 3 = 3$$

$$-\frac{x}{2} + 8x - 6 = 3$$

$$-\frac{x}{2} + 8x = 3 + 6$$

$$-x + 16x$$

$$15x$$

$$15x = 9 \quad 2$$

$$18 \qquad 6$$

$$y = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{6}{5}\right) - 1$$

$$24$$

$$24 - 15$$

$$9 \qquad 3$$

3. Aplicando o método da adição, resolva os seguintes sis- temas.

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 0{,}5y = 4 \end{cases}$

Sugestão de solução:

Por meio do método da adição, temos

Substituindo o resultado em uma das equações, temos

$2x + y = 9$

$2 \cdot 4 + y = 9$

$8 + y = 9$

$y = 9 - 8 = 1$

Logo, a solução do sistema é (4,1).

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 0{,}5y = 4 \quad \times(-1) \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ -x + 0{,}5y = -4 \end{cases}$$
$$\overline{0x + 1{,}5y = 6}$$

$1{,}5y = 6$

$y = \dfrac{6}{1{,}5} = 4$

Substituindo o resultado em uma das equações, temos

$x + y = 10$

$x + 4 = 10$

$x = 10 - 4 = 6$

Logo, a solução do sistema é (6,4).

4. Aplicando o método mais conveniente para o caso, re- solva os seguintes sistemas.

a) $\begin{cases} 4x - y = 8 \\ x + y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$

Sugestão de solução:

a)Aplicando o método da adição

$$\begin{cases} 4x - y = 8 \\ x + y = 7 \end{cases}$$
$$\overline{5x + 0y = 15}$$

$5x = 15$

$x = \dfrac{15}{5} = 3$

Substituindo o resultado encontrado, na segunda equa- ção, temos

$x + y = 7$

$3 + y = 7$

$y = 7 - 3$

$y = 4$

Portanto, a solução do sistema é (3,4).

b)Aplicando o método da substituição

$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$

Escolhendo a primeira equação e, isolando x, obtemos

$x = 5 + 3y$

Substituindo o resultado encontrado, de y, na primeira equação, temos

$x - 3y = 5$

$x - 3(-1) = 5$

$x + 3 = 5$

$x = 5 - 3 = 2$

Portanto, a solução do sistema é (2,–1).

VAMOS AVAnçAr?

Substituindo a expressão correspondente à x, na segunda equação, temos

$2 \cdot (5 + 3y) + 4y = 0$

$10 + 6y + 4y = 0$

$10y = -10 \div (10)$

$y = -1$

PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES E SISTEMAS DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Miguel precisa comprar lápis e borrachas. Se ele com- prar 2 lápis e 5 borrachas, gastará R$ 17,00. Mas, se ele resolver comprar 4 lápis e 2 borrachas, gastará R$ 18,00. Sabendo disso, determine o valor de cada item.

Resolução:

Sendo x o preço do lápis e y o preço da borracha, podemos montar duas equações que representem este problema:

$$(2 \text{ lápis e } 5 \text{ borrachas}) \rightarrow 2x + 5y = 17$$

e

$$(4 \text{ lápis e } 2 \text{ borrachas}) \rightarrow 4x + 2y = 18$$

Montamos então um sistema com essas duas equações:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 17 \\ 4x + 2y = 18 \end{cases}$$

Isolando a variável y na primeira equação:

$$5y = 17 - 2x$$

$$y = \frac{17 - 2x}{5}$$

Substituímos a expressão $y = \frac{17-2x}{5}$ na segunda equação:

$$4x + 2\left(\frac{17 - 2x}{5}\right) = 18$$

$$4x + \frac{34 - 4x}{5} = 18$$

$$\frac{34 - 4x}{5} = 18 - 4x$$

$$34 - 4x = 5(18 - 4x)$$

$$34 - 4x = 90 - 20x$$

$$16x = 56$$

$$x = 3{,}5$$

Substituímos **x = 3,5** *na expressão:*

$$y = \frac{17 - 2x}{5}$$

$$y = \frac{17 - 2 \cdot 3{,}5}{5}$$

$$y = 2$$

Portanto, o preço do lápis é igual a R$ 3,50 e o preço da borracha é R$ 2,00.

ATIVIDADES

Professor(a), nas **atividades 5**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de identificar o siste- ma de equações do 1º grau expresso em um problema. Neste momento, o foco não é que o(a) estudante encon- tre a solução do problema, e sim, que ele escreva o siste- ma que corresponda à situação descrita em um texto. Re- lembre-os(as) que a escolha da variável é aleatória mas, é comum o uso das letras x e y.

5. Em uma fazenda são criados 72 animais, entre eles há somente cavalos e vacas. Sabe-se que há 8 cavalos a mais do que vacas. Considere c a quantidade de cavalos e v a quantidade de vacas.

Qual é o sistema de equações que possibilita calcular a quantidade de animais de cada espécie?

(A) $\begin{cases} c + v = 72 \\ v = c + 8 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} c + v = 72 \\ c = v - 8 \end{cases}$

(D)

(E)

(C) $\begin{cases} c + v = 72 \\ c = v + 8 \end{cases}$

Gabarito: C
Sugestão de solução:
Sendo c o número de cavalos e v o número de vacas, temos Número de cavalos mais número de vacas → $c + v = 72$
8 cavalos a mais do que vacas → $c = v + 8$
Desta forma, o sistema que permite calcular a quantidade de animais de cada espécie é: $\begin{cases} c + v = 72 \\ c = v + 8 \end{cases}$

Professor(a), nas **atividades 6** a **9**, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de resolver o sis- tema de equações do 1º grau expresso em um problema. Além disso, leve em consideração a opção de variável (le- tra) que eles escolherem.

$$\begin{cases} x + y = 29 \\ 4x + 2y = 92 \end{cases} \equiv \begin{cases} a + b = 29 \\ 4a + 2b = 92 \end{cases} \equiv \begin{cases} t + w = 29 \\ 4t + 2w = 92 \end{cases}$$

6. Carlos e Bia contrataram planos de dados móveis para seus celulares. O valor total dos planos contrata- dos foi de R$ 80,00. Carlos gastou em seu plano o triplo do valor de Bia.

a) Qual é o sistema de equações do 1º grau que melhor traduz o problema?

b) Quais os valores dos planos contratados por Carlos e Bia? Sugestão de solução:
Sendo C, o Carlos e B, a Bia, então

Substituindo a expressão a correspondente à C na pri- meira equação, temos
$C + B = 80$
$(3B) + B = 80$
$4B = 80$
$B = \frac{80}{4} = 20$
Como $C = 3B$, então,
$C = 3 \cdot 20 = 60$
Portanto, o valor do plano contratado por Carlos foi de R$ 60,00 e o plano contatado por Bia foi de R$ 20,00.

7. A quantidade de pontos de Alberto em um jogo, é o do- bro da quantidade de pontos de Beto nesse mesmo jogo. Somando a pontuação dos dois tem-se o total de 150 pon- tos. Quantos pontos tem Alberto?
Sugestão de solução:
A quantidade de pontos de Alberto é o dobro dos pontos de Beto: $x = 2y$

$\begin{cases} c + v = 8 \\ v - c = 72 \end{cases}$

$\begin{cases} c + v = 8 \\ v + c = 72 \end{cases}$

A soma das pontuações dos dois é 150 pontos: $x + y = 150$
Assim, temos o sistema

$$\begin{cases} C + B = 80 \\ C = 3B \end{cases}$$

b) Utilizando o sistema encontrado na letra a)

$$\begin{cases} C + B = 80 \\ C = 3B \end{cases}$$

Substituindo x por 2y, na segunda equação, temos

x+y=150

(2y)+y=150

3y=150

$$y = \frac{150}{3} = 50$$

Substituindo y na primeira equação, temos

$x = 2y$

$x = 2 \cdot (50)$

$x = 100$

Portanto Alberto tem 100 pontos.

8. Vitória usou apenas cédulas de R$ 20,00 e de R$ 5,00 para fazer um pagamento de R$ 140,00. No total foram utilizadas 9 cédulas.

As quantidades de cédulas de R$ 20,00 e de R$ 5,00, utili- zadas por Vitória, são respectivamente iguais a

(A)3 e 6.

(B)6 e 4.

(C)4 e 5.

(D) 5 e 4.

(E) 7 e 2.

Gabarito: B

Sugestão de solução:

Equação do número de notas: $x + y = 10$

Equação da quantidade e valor das notas: $20x + 5y = 140$

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 5y = 140 \end{cases}$$

Pelo método da substituição, isolamos x na 1ª equação

$$x + y = 10 \quad x = 10 - y$$

Substituindo o valor de x na 2ª equação,

$$20x + 5y = 140$$

$$20 \cdot (10-y) + 5y = 140$$

$200 - 20y + 5y = 140$
$-15y = 140 - 200$
$-15y = -60 \times (-1)$
$15y = 60$
$y = \frac{60}{15}$
$y = 4$

Substituindo $y = 4$, na primeira equação, temos

$x + y = 10$
$x + 4 =$
10
$x = 10 - 4$
$x = 6$

9. A soma de dois números dados é 8 e a diferença entre es- tes mesmos números é igual a 4. Quais são esses números?

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$$
$$2x + 0y = 12$$
$$2x = 12$$
$$x = \frac{12}{2} = 6$$

Substituindo o resultado encontrado, na primeira equa- ção, temos
$x + y = 8$
$6 + y = 8$
$y = 8 - 6 = 2$
Portanto, esses números são 6 e 2, respectivamente.

VAMOS AMPLiAr?

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA FUNÇÃO AFIM

A função afim ($y = ax + b$, com $a,b \in \mathbb{R}$), é representado graficamente por uma reta.

O valor do coeficiente angular (taxa de variação) da função é que determina se ela é crescente ou decrescente.

- Caso $a > 0$, a função é crescente;
- Caso $a < 0$, a função é decrescente;
- Caso $a = 0$, a função é constante.

Exemplos:

A função $f(x) = 3x + 4$, é crescente, pois o valor de a é igual a 3 (maior que zero).

A função $y = -5x + 2$ é decrescente, pois a é igual a –5 (menor que zero).

Para encontrar o valor do coeficiente angular, é im- portante lembrar que:

Dado os pontos $A(x_1; y_1)$ e $B(x_2; y_2)$, pertencentes a uma reta, então o coeficiente angular ($\boldsymbol{a}$) dessa reta é:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{y_2 - y_1}{}$$

Exemplo:

Professor(a), na **atividade 10**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de identificar o coefi- ciente linear na equação de uma reta. Neste momento eles deverão, exclusivamente, reconhecer que o coeficiente linear (b), de uma função polinomial do 1° grau, é o termo corresponde ao valor que a função assume quando $x=0$.

10. Identifique e escreva o coeficiente linear das funções polinomiais do 1° grau, a seguir.

P ar a
or- d eixo
y.

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente linear da função polinomial do 1° grau
$y = x + 1$	
$y = x - 1$	
$y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$	
$y = -x - 4$	

Sugestão de solução:

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente linear da função polinomial do 1° grau
$y = x + 1$	1
$y = x - 1$	-1
$y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$y = -x - 4$	-4

Professor(a), na **atividade 11**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de identificar o co- eficiente angular em uma equação de uma reta. Neste momento, o(a) estudante deverá, exclusivamente, reco- nhecer que o coeficiente angular da equação, de uma fun- ção polinomial do 1° grau, é termo que multiplica (acom- panha) a variável x.

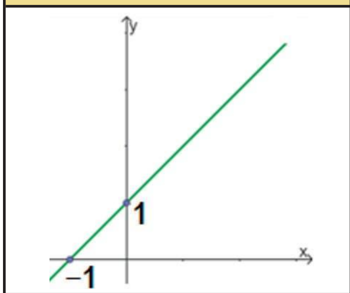
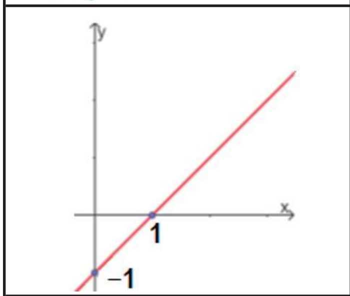
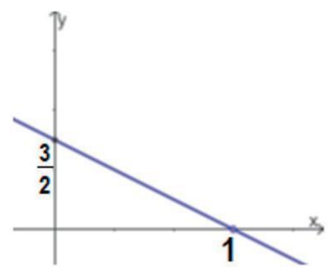
11. Identifique e escreva o coeficiente angular das fun- ções polinomiais do 1° grau, a seguir.

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente angular da função polinomial do 1° grau
$y = 0{,}2x + 1$	
$y = x - 1$	
$y = -\frac{x}{2} + 3$	
$y = -2x - 4$	

Sugestão de solução:

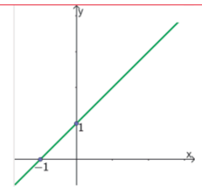
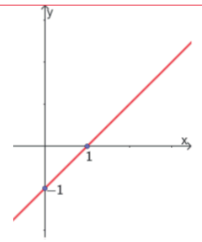
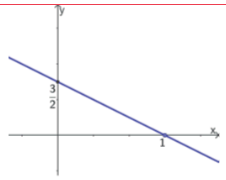
Função polinomial do 1° grau	Coeficiente angular da função polinomial do 1° grau
$y = 0{,}2x + 1$	$0{,}2$
$y = x - 1$	1
$y = -\frac{x}{2} + 3$	$-\frac{1}{2}$
$y = -2x - 4$	-2

Professor(a), a **atividade 12**, o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade de identificar o coefi- ciente linear da equação de uma reta dado o seu gráfico. Neste momento, eles(as) deverão, exclusivamente, reco- nhecer que o coeficiente linear de uma função polinomial do 1° grau corresponde graficamente à ordenada do pon- to de interseção entre a reta que satisfaz a função e o eixo das ordenadas (y).

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente linear da fun- ção polinomial do 1° grau
	
	
	

12. Identifique e escreva o coeficiente linear das funções polinomiais do 1° grau, a seguir.

Sugestão de solução:

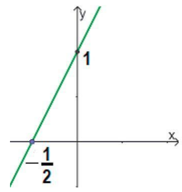
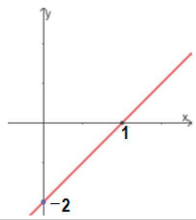
Função polinomial do 1° grau	Coeficiente linear da função polinomial do 1° grau
	1
	-1
	$\frac{3}{2}$

Professor(a), na **atividade 13**, o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade de identificar o coeficien- te angular da representação gráfica de uma função afim.

Neste momento, mostre que o coeficiente angular, desse tipo de função, corresponde graficamente à medida (tan- gente) que caracteriza a declividade (ângulo) de uma reta em relação do eixo das abscissas (Ox) do plano car- tesiano. Caso seja possível utilize o Geogebra para essa exemplificação.

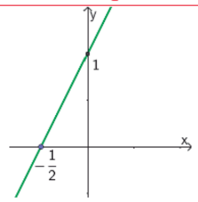
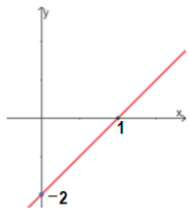
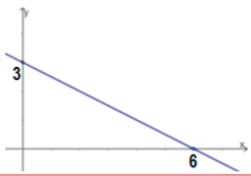
Por exemplo, para a equa- ção que passa pelos pontos A(0,1) e B(1,0):

13. Identifique e escreva o coeficiente angular das fun- ções polinomiais do 1° grau dado seu gráfico, a seguir:

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente angular da fun- ção polinomial do 1° grau
	$a = \frac{-}{-} =$
	$a = \frac{-}{-} =$

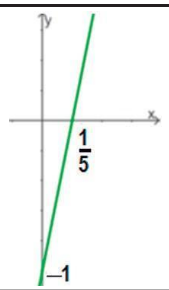
	$a = \frac{-}{-} =$

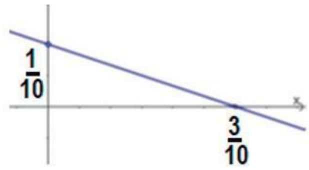
Sugestão de solução:

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente angular da função polinomial do 1° grau
	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-1}{-\frac{1}{2}-0} = \frac{-1}{-\frac{1}{2}}$ $a = -1 \cdot (-2) = 2$
	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2-0}{0-1} = \frac{-2}{-1} = 2$
	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-0}{0-6} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$

Professor(a), na **atividade 14**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de identificar os co- eficientes linear e angular em uma equação de uma reta dado o seu gráfico ou a função polinomial do 1° grau.

14. Identifique e escreva os coeficientes **linear** e **angular** de cada função polinomial do 1° grau ou sua representa- ção gráfica, a seguir.

Função polinomial do 1° grau	**Coeficiente linear**	**Coeficiente angular**
$y = \frac{2x}{5} - 3$		
		
$y = -7x + 5$		

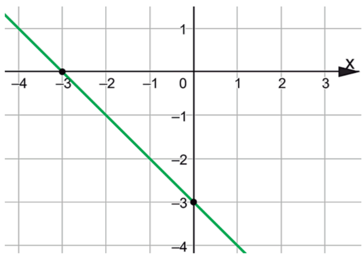
		

Sugestão de solução:

Professor(a), na **atividade 15**, assim como na atividade an- terior, o objetivo é que os(as) estudantes desenvolvam a habilidade de reconhecer os coeficientes angular e linear da equação da reta na forma reduzida, $y = mx + n$ ou $y = ax + b$.

Neste momento, verifique se o(a) estudante desenvolveu a habilidade de constatar que a inclinação da reta depen- de do valor do coeficiente angular (m) / (a) e o coeficiente linear (n) / (b) indica o ponto de interseção da reta com o eixo das ordenadas.

15. Uma reta r de equação $y = ax + b$ tem seu gráfico ilus- trado a seguir.



Quais são os valores dos coeficientes a e b? Sugestão de solução:

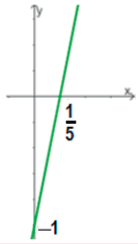
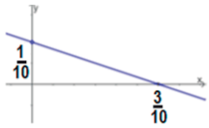
O coeficiente linear (b) é a ordenada do ponto de inter- secção entre a reta r e o eixo das ordenadas (eixo y), assim $b=-3$

O coeficiente angular (a) é,

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-(-3)}{-3-0} = \frac{3}{-3} = -1$$

Assim, os coeficientes a vale –1 e b vale –3.

Professor(a), na **atividade 16**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de identificar se dois pontos pertencem ou não a equação de uma reta. Neste momento, os(as) estudantes substituirão dois pontos, em três funções, e verificarão qual das três funções polino- miais do 1° grau os dois pontos dados pertencem.

Função polinomial do 1° grau	Coeficiente linear	Coeficiente angular
$y = \frac{2x}{5} - 3$	$b = -3$	$a = \frac{2}{5}$
	$b = -1$	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1-0}{0-\frac{1}{5}} = \frac{-1}{-\frac{1}{5}}$ $a = -1 \cdot (-5) = 5$
$y = -7x + 5$	$b = 5$	$a = -7$
	$b = \frac{1}{10}$	$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{1}{10}-0}{0-\frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{-\frac{3}{10}}$ $a = \frac{1}{10} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) = -\frac{1}{3}$

16. Substitua os pontos e identifique a qual função esses pontos pertencem

Pontos	Funções
a) $(0; 1)$ e $(2; 0)$	• $y = 2x + 1$ • $y = -\frac{x}{2} + 1$ • $y = x + 1$
b) $(3; 0)$ e $(2; 1)$	• $y = x + 3$ • $y = -3x + 1$ • $y = -x + 3$

Sugestão de solução:

a) Substituindo os pontos nas funções polinomiais do 1° grau, temos

$y = 2x + 1$	
Para o ponto $(0; 1)$, temos $y = 2 \cdot 0 + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1\ (pertence)$	Para o ponto $(2; 0)$, temos $y = 2 \cdot 2 + 1$ $y = 4 + 1$ $y = 5\ (não\ pertence)$
$y = -\frac{x}{2} + 1$	
Para o ponto $(0; 1)$, temos $y = -\frac{0}{2} + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1\ (pertence)$	Para o ponto $(2; 0)$, temos $y = -\frac{2}{2} + 1$ $y = -1 + 1$ $y = 0\ (pertence)$
$y = x + 1$	
Para o ponto $(0; 1)$, temos $y = 0 + 1$ $y = 1\ (pertence)$	Para o ponto $(2; 0)$, temos $y = 2 + 1$ $y = 3\ (não\ pertence)$

Portanto, os pontos (0; 1) e (2; 0) pertencem à reta da fun- ção $y = -\frac{x}{2} + 1$.

b) Substituindo os pontos nas funções polinomiais do 1° grau, temos

$y = x + 3$	
Para o ponto $(3; 0)$, temos $y = 3 + 3$ $y = 6\ (não\ pertence)$	Para o ponto $(2; 1)$, temos $y = 2 + 3$ $y = 5\ (não\ pertence)$
$y = -3x + 1$	
Para o ponto $(3; 0)$, temos $y = -3 \cdot (3) + 1$ $y = -9 + 1$ $y = -8\ (não\ pertence)$	Para o ponto $(2; 1)$, temos $y = -3 \cdot (2) + 1$ $y = -6 + 1$ $y = -5\ (não\ pertence)$
$y = -x + 3$	
Para o ponto $(3; 0)$, temos $y = -3 + 3$ $y = 0\ (pertence)$	Para o ponto $(2; 1)$, temos $y = -2 + 3$ $y = 1\ (pertence)$

Portanto, os pontos (0; 1) e (2; 0) pertencem à reta da fun- ção $y = -x + 3$.

VAMOS SiSTEMATizAr?

CONSTRUINDO GRÁFICOS DE FUNÇÕES AFIM

Toda função afim pode ser representada, graficamen- te, por uma reta.

O ponto $(x, 0)$, em que o gráfico da função afim inter- cepta o eixo x, é o zero e a raiz da função.

Para encontrarmos a raiz de uma função do primeiro grau, do tipo $f(x) = ax + b$, basta fazermos $y = f(x) = 0$, ob-

tendo $x = -\frac{b}{a}$.

As coordenadas do ponto de interseção do gráfico com

o eixo das abscissas (eixo x) são representadas por

$\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

Observe:

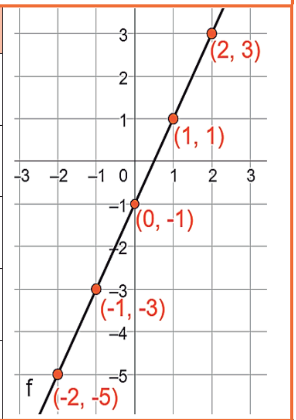
Decrescente ($a < 0$) Crescente ($a > 0$)

Observe nos gráficos, os zeros das funções:

a

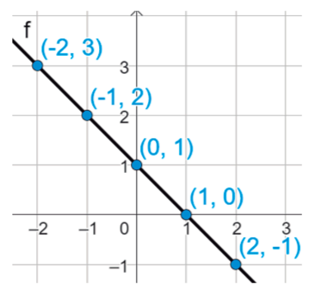
Para construirmos o gráfico de uma função polinomial do 1º grau, devemos atribuir valores reais para x, para ob- termos valores correspondentes em y. Observe:

Para $f(x) = 2x - 1$		
x	y	
-2	$y = 2(-2) - 1 = -5$	
-1	$y = 2(-1) - 1 = -3$	
0	$y = 2(0) - 1 = -1$	
1	$y = 2(1) - 1 = 1$	
2	$y = 2(2) - 1 = 3$	



Observe que, conforme o valor de x aumenta, o valor de y também aumenta, então dizemos que $f(x)=2x-1$ é crescente.

Para $f(x) = -x + 1$		
x	y	
-2	$y = 2 + 1 = 3$	
-1	$y = 1 + 1 = 2$	
0	$y = 0 + 1 = 1$	
1	$y = -1 + 1 = 0$	
2	$y = -2 + 1 = -1$	



Observe que, conforme o valor de x aumenta, o valor de y diminui, então dizemos que $f(x) = -x + 1$ é decrescente.

- **Para encontrar a equação da reta, dados dois pontos**

A equação reduzida de uma reta é: $y = ax + b$.

Exemplo 1:

Dados os pontos $A(2; 2)$ e $B(4; 5)$, substituindo-os nes- ta equação, temos:

Para $A(2; 2)$

$y = ax + b \rightarrow 2 = a \cdot 2 + b \rightarrow 2a + b = 2$

Para $B(4; 5)$

$y = ax + b \rightarrow 5 = a \cdot 4 + b \rightarrow 4a + b = 5$

Para determinar os valores de a e b, relacionamos as equações obtidas por meio do seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2a + b = 2 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

Pelo método da adição, temos

$$\begin{cases} -2a - b = -2 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$
$$2a + 0 = 3$$

Logo,

$$2a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

Agora, substituindo $a = \frac{3}{}$ em $2a + b = 2$, obtemos:

$$2 \cdot \frac{3}{2} + b = 2$$

Então, a equação da reta é $y = \frac{3x}{} \quad 1$.

Exemplo 2:

Utilizando a fórmula da taxa de variação (ou coeficien- te angular),

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Dados os pontos $A(3; 1)$ e $B(6; 7)$, vamos encontrar o valor de a:

$$a = \overline{6 - 3} = 2$$

Utilizando um dos pontos: A(3; 1)

$$y - y_A = a(x - x_A)$$

Então, a equação da reta é: $y = 2x - 5$

Professor(a), na **atividade 17**, o objetivo é de que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de desenhar o gráfico de uma função polinomial de 1º grau dado, apenas, seu coeficiente linear e mais um ponto do plano cartesiano. Além disso, oportuniza que os(as) estudantes relembre as habilidades que envolvem pontos pertencentes ao plano e a retas contidas no plano.

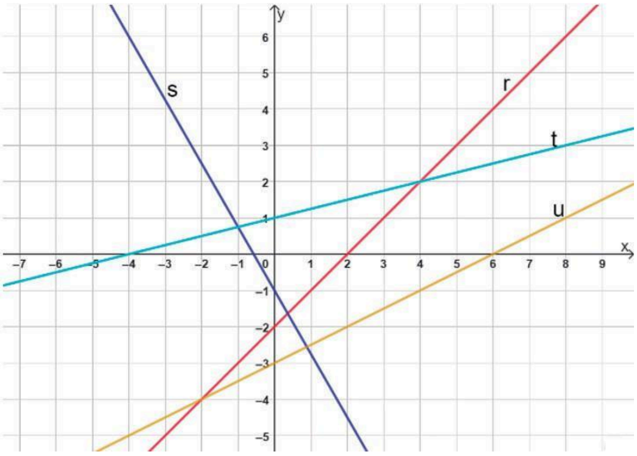
17. Em um plano cartesiano, desenhe as seguintes retas.

- A reta r que passa pelo ponto (–1; –3) e o coeficien- te linear da equação dessa reta é 2.
- A reta s que passa pelo ponto (–4; 6) e o coeficien- te linear da equação dessa reta é –1.
- A reta t que passa pelo ponto (4; 2) e o coeficiente linear da equação dessa reta é 1.
- A reta u que passa pelo ponto (4; –1) e o coeficien- te linear da equação dessa reta é –3.

Agora responda:

a)O ponto (6; 0) pertence a qual reta?
b)O ponto (2; 0) pertence a qual reta?
c)O ponto (–4; 0) pertence a qual reta?

Sugestão de solução:



a)O ponto (6; 0) pertence a qual reta u.
b)O ponto (2; 0) pertence a qual reta r.
c)O ponto (–4; 0) pertence a qual reta t.

Professor(a), na **atividade 18**, o objetivo é que o(a) estu- dante desenvolva a habilidade de escrever a equação da reta dado dois pontos. Este é o momento do(a) estudante optar por um dos procedimentos desenvolvidos anterior- mente, para determinar a equação polinomial correspon- dente aos pontos fornecidos.

18. Escreva a equação da reta, para cada par de pontos, a seguir.

a) $A\left(-1;\ \frac{1}{2}\right)$ e $B\left(-\frac{2}{3};\ -3\right)$.

b) $A\left(1;\ -\frac{1}{2}\right)$ e $B(3;\ -2)$.

Sugestão de solução:

a) $A\left(-1;\ \frac{1}{2}\right)$ e $B\left(-\frac{2}{3};\ -3\right)$.

Substituindo os pontos na equação reduzida da reta, $y = ax + b$, temos:

Para $A\left(-1;\ \frac{1}{2}\right)$,

$$y = ax + b$$
$$\frac{1}{2} = a \cdot (-1) + b$$
$$-a + b = \frac{1}{2}$$

Para $B\left(-\frac{2}{3};\ -3\right)$,

$$y = ax + b$$
$$-3 = a \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + b$$
$$-\frac{2a}{3} + b = -3$$

Encontrando os valores de a e b, por meio do sistema, temos

$$\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \quad \times (-1) \\ -\frac{2a}{3} + b = -3 \end{cases}$$

Pelo método da adição, obtemos

$$\begin{cases} +a - b = -\frac{1}{2} \\ -\frac{2a}{3} + b = -3 \end{cases}$$
$$\frac{a}{3} + 0 = -\frac{7}{2}$$

Logo,

$a \quad 7$

$a = - \quad 2$

$a = - \quad 2$

Substituindo $a = -\frac{21}{2}$ em $-a + b = \frac{1}{2}$, temos

$\overline{2} + b = \overline{2}$

$b = \overline{2} - \overline{2}$

$b = - \overline{2} = -10$

Então, a equação da reta é,

$y = - \overline{2} - 10$

b) $A\left(1;\ -\frac{1}{2}\right)$ e $B(3;\ -2)$.

Substituindo os pontos na equação reduzida da reta, $y=ax+b$, temos:

Encontrando os valores de a e b, por meio do sistema, temos

$$\begin{cases} a + b = -\frac{1}{2} \\ 3a + b = -2 \quad \times (-1) \end{cases}$$

Pelo método da adição, obtemos

$$\begin{cases} -a - b = \frac{1}{2} \\ 3a + b = -2 \end{cases}$$
$$2a + 0b = -\frac{3}{2}$$

Logo,

$$a = -\frac{3}{2 \cdot 2}$$

$$a = -\frac{3}{}$$

Substituindo $a = -\frac{3}{4}$ em $3a + b = -2$, temos

$$3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + b = -2$$

$$-\frac{9}{4} + b = -2$$

$$b = -2 + \frac{9}{4}$$

$$b = \frac{-8+9}{4}$$

$$b = \frac{1}{4}$$

Então, a equação da reta é,

$$y = -\frac{3x}{4} + \frac{1}{4}$$

Professor(a), na **atividade 19**, o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade de escrever a equação de uma reta, dado um ponto e sua inclinação. Para resol- ver esta atividade, relembre-os(as) que nas letras a) e c), é recomendável:

- A equação reduzida da reta pode ser escrita como $y = mx + n$, *onde* $m = tg\ \alpha$, e que:

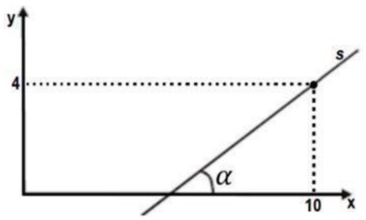
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{cateto adjacente}}$$

Para resolver a letra b), é recomendável relembrar que:

- A equação reduzida da reta pode ser escrita como: $y=ax+b$, onde a é o coeficiente angular.

19. Escreva a equação da reta para cada situação, a seguir.

a)Para a reta s representada, considere: α = 45º.



b) Para a reta que tem coeficiente angular igual a $\frac{1}{3}$ e passa pelo ponto $P(1,0)$.

c) Para a reta que forma um ângulo de 60° com o eixo das abscissas e passa no ponto $P(2\sqrt{3};\ 7)$.

Dados: $\operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 60° = \frac{1}{2}$

Sugestão de solução:

a) A equação reduzida da reta pode ser escrita como: $y=mx+n$, onde $m=tg\ \alpha$.

Para $\alpha=45º$, tem–se que: $tg45°=1$, ou seja, $m=1$.

Como a reta passa pelo ponto (10;4), tem–se que:

$$y = 1 \cdot x + n$$
$$y = x + n$$
$$4 = 10 + n$$
$$4 - 10 = n$$
$$n = -6$$

Portanto, a equação reduzida da reta é $y=x-6$.

b) A equação reduzida da reta pode ser escrita como: y=ax+b, onde a é o coeficiente angular e $a = -\frac{1}{3}$, daí,

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

Como a reta passa pelo ponto $P(1; 0)$, tem–se que:

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$
$$0 = -\frac{1}{3} \cdot 1 + b$$
$$0 = -\frac{1}{3} + b$$
$$0 + \frac{1}{3} = b$$
$$b = \frac{1}{3}$$

Portanto, a equação reduzida da reta é $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

c) A equação reduzida da reta pode ser escrita como: $y=mx+n$, onde $m=tg\ \alpha$.

Dado $\operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 60° = \frac{1}{2}$, temos

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$$
$$\operatorname{tg} 60° = \frac{\operatorname{sen} 60°}{\cos 60°}$$
$$\operatorname{tg} 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$
$$\operatorname{tg} 60° = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{1} = \sqrt{3}$$

Assim, $m = \operatorname{tg} 60° = \sqrt{3}$.

Como a reta passa pelo ponto $P(2\sqrt{3}; 7)$, tem–se que:

$$y = \sqrt{3}x + n$$
$$7 = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} + n$$
$$7 = 2\sqrt{9} + n$$
$$7 = 2 \cdot 3 + n$$
$$7 = 6 + n$$
$$7 - 6 = n$$
$$n = 1$$

Então, a equação reduzida da reta é $y = \sqrt{3}\,x + 1$.

Professor(a), na **atividade 20**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de identificar a equa- ção de uma reta dado um ponto, pertencente a ela, e seu coeficiente angular. Neste momento, eles(as) indicarão a

qual das três funções polinomiais, do 1° grau, o ponto e
seu coeficiente angular dados pertencem.

20. Substitua o ponto e o coeficiente angular (inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas) e identifique a equação da reta a qual eles pertencem.

Ponto	Coeficiente angular	Equação da reta
a) $(1; 1)$	-1	• $y = x + 1$ • $y = -x + 1$ • $y = -x + 2$
b) $(3; 0)$	$\frac{1}{2}$	• $y = \frac{x}{2} + 3$ • $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$ • $y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$

Sugestão de solução:
a) Como o coeficiente angular é igual a –1, não há necessi- dade de verificar para $y=x+1$.
Verificando para as demais equações, temos

Para $y = -x + 1$,
Substituindo o ponto $(1; 1)$ em $y = -x + 1$, temos:

$$y = -1 + 1$$

$$y = 0$$

Portanto, este ponto não pertence a essa equação da reta.

Para $y = -x + 2$,
Substituindo o ponto $(1; 1)$ em $y = -x + 2$, temos:

$$y = -1 + 2$$

$$y = 1$$

Portanto, este ponto pertence a essa equação da reta.

b) Como o coeficiente é igual a $\frac{1}{2}$, não há necessidade de verificar para $y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$.
Verificando para as demais equações, temos

Para $y = \frac{x}{2} + 3$ e
substituindo o ponto $(3; 0)$, temos:

21. A tabela, a seguir, foi obtida a partir de uma função po- linomial do 1° grau.

x	y
-2	-5
-1	-4
0	-3
1	-2
2	-1
3	0
4	1

Escreva a lei de formação dessa função.
Sugestão de solução:
Substituir valores de x e y em: $y = ax + b$
Escolhendo os pontos que interceptam os eixos das abs- cissas e ordenadas, ou seja, (0; –3) e (3; 0).
Assim, para (0; –3), temos
$-3=a\cdot 0+$
b $b = -3$
Então,
$y = ax + b$
$y = ax - 3$
Para (3; 0), temos
$y = ax - 3$
$0 = a \cdot 3 - 3$
$3a = 3$

$$a = \frac{3}{3} = 1$$

Portanto, a lei de formação da função polinomial do 1° grau é: $y = x - 3$.

22. Escreva a equação da reta, a seguir.

Para $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$ e
substituindo o po

n
t
o
(3; 0)
,
t

$y = \frac{3}{2} + 3$

$y = \frac{3}{2} + \frac{6}{2}$

$y = \frac{9}{2}$

Portanto, este ponto não pertence a essa equação
da reta.

$y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}$

$y = 0$

Portanto, este ponto pertence a essa equação da reta.

e
m
o
s
:

Sugestão de solução:
O coeficiente linear da equação dessa reta é –3, então, tem–se que:
$y = ax - 3$
Substituindo os valores do ponto (4; 2), temos
$y = ax - 3$
$2 = a \cdot 4 - 3$
$2 + 3 = 4a$
$4a = 5$
$a = \frac{5}{4}$

Portanto, a equação dessa reta é: $y = \frac{5}{4}x - 3$.

Professor(a), na **atividade 21**, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de encontrar a lei de formação de uma função polinomial de 1º grau, dado uma tabela contendo pontos referentes à função. Essa ativi- dade é um suporte para que eles(as) compreendam que a reta é formada por infinitos pontos. Como ampliação, você professor(a), pode questionar sobre valores racio- nais para os(as) estudantes, como por exemplo:

Para $x = \frac{1}{2}$ qual seria o valor de y?

Professor(a), na atividade 23, o objetivo é que os(as) es- tudantes desenvolvam a habilidade de desenhar o gráfico de uma função polinomial de 1º grau dados os seus coefi- cientes.

23. Desenhe em um plano cartesiano as seguintes retas.

- A reta r que tem coeficiente linear e angular, res- pectivamente, iguais a 4 e $-\frac{4}{3}$.
- A reta t que tem coeficiente linear e angular, res- pectivamente, iguais a –5 e 1.

Dica: $m = \text{tg}\,\beta = \dfrac{cateto\ oposto\ a\ \beta}{cateto\ adjacente\ a\ \beta}$

Sugestão de solução:

Para a reta r, temos

$a = -\frac{4}{3}$ e $b = 4$

Assim,

$y = ax + b$

$y = -\frac{4x}{3} + 4$

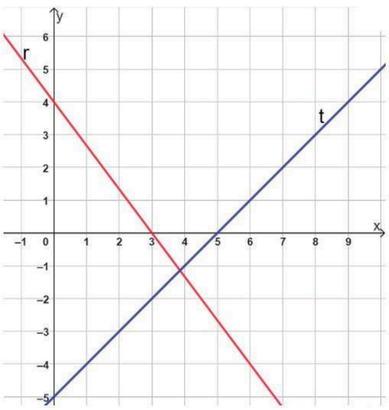
Para a reta t, temos

$a = 1$ e $b = -5$

Assim,

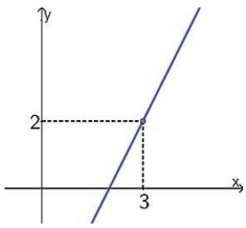
$y = x - 5$

Representando as retas, no plano cartesiano, temos:



Professor(a), na **atividade 24**, o objetivo é que o(a) estu- dante desenvolva a habilidade de escrever a equação de uma reta dado seu gráfico contendo, um ponto perten- cente a ela e seu coeficiente angular.

24. Escreva a equação da reta, a seguir, sabendo que o coeficiente angular da função polinomial que a determi- na é igual a 2.



Sugestão de solução:
O coeficiente angular da equação dessa reta é 2, então,
$y = 2x + b$
Substituindo os valores do ponto (3; 2), temos
$2 = 2 \cdot 3 + b$
$2 = 6 + b$
$2 - 6 = b$
$b = -4$
Portanto, a equação dessa reta é: $y = 2x - 4$.

Professor(a), na **atividade 25**, o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade de escrever a equação de uma reta dado seu gráfico, contendo um ponto perten- cente a reta e seu coeficiente linear.

25. Escreva a função polinomial que corresponde à equa- ção da reta, a seguir.

Sugestão de solução:
O coeficiente angular, da equação dessa reta, é dado por:

$y = ax + b$

$x_b - x_a$

Assim, dado os pontos (2; 0) e (0; 3), temos

$$a = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{3-0}{0-2} = -\frac{3}{2}$$

O coeficiente linear da equação dessa reta é 3. Portanto, a equação dessa reta é: $y = -\frac{3}{2}x + 3$.

Professor(a), na **atividade 26**, o objetivo é que os(as) estu- dantes desenvolvam a habilidade de associar o gráfico de uma função linear à equação que define a função.

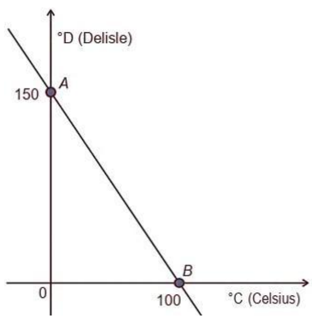
É importante que eles(as) já tenham desenvolvido as ha- bilidades das atividades anteriores e compreendam que a reta fica definida quando são conhecidos:

1º) dois pontos distintos no plano cartesiano ou,

2º) as coordenadas de um ponto e uma direção (inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas) ou,

3º) as coordenadas de um ponto e o coeficiente angular ou, 4º) o coeficiente angular e o coeficiente linear.

26 . (ENEM 2022 – Adaptada) A escala de temperatura Delisle (°D), inventada no século XVIII pelo astrônomo francês Joseph-Nicholas Delisle, a partir da construção de um termômetro, foi utilizada na Rússia no século XIX. A relação entre as temperaturas na escala Celsius (°C) e na escala Delisle está representada no gráfico pela reta que passa pelos pontos A e B.



Qual é a relação algébrica entre as temperaturas nes- sas duas escalas?

Sugestão de solução:
Como o gráfico é uma reta, a lei de formação deve ser da forma $y = ax + b$.
Adote a escala Celsius, como o eixo das abscissas (x), e a escala Delisle, como o eixo das ordenadas (y).
O gráfico também fornece dois pontos de coordenadas: (0; 150) e (100; 0).
Substituindo essas coordenadas em y=ax+b, obtemos o sistema:

$$\begin{cases}150 = 0 \cdot a + b \\ 0 = 100 \cdot a + b\end{cases} \rightarrow \begin{cases}150 = b \\ 0 = 100a + b\end{cases}$$

Logo,
$100a+150=0$
$100a=-150$

$$a = -\frac{150}{100} = -1{,}5$$

Portanto, a lei de formação da função que relaciona a quantidade y com x é igual a
$y = -1{,}5x + 150$

REVISITANDO A MATRIZ saeb

Professor(a), os itens, a seguir, avaliam se os(as) estu- dantes desenvolveram as habilidades previstas nos des- critores **D35 da matriz SAEB do 9º ano e, D8 e D19 da matriz SAEB da 3ª série**: (**Identificar** a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau; Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um pon- to e sua inclinação; Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.).

Caro(a) estudante, neste momento vamos exercitar a habilidade de resolver problema envolvendo uma fun- ção polinomial do 1º grau. Fique atento à sua resolução, marque apenas uma alternativa e verifique a solução.

Item 1: Antônio é engenheiro e projetou um novo setor sobre um plano cartesiano. Ele posicionou, em uma mes- ma rua, o centro comunitário no ponto $A(2; 3)$ e o hospital no ponto $B(3; 5)$.

Qual é a equação da reta que representa essa rua?

(A) $y = 2x - 1$ (D) $y = x + 2$
(B) $y = 2x + 1$ (E) $y = x - 2$
(C) $y = x + 1$

Gabarito: A
Sugestão de solução:
Para escrever a equação da reta que passa pelos pontos A(2; 3) e B(3; 5), deve–se seguir o procedimento.

Para A(2;3):
$3 = a \cdot 2 + b \rightarrow 2a + b = 3$
Para B(3; 5):
$5 = a \cdot 3 + b \rightarrow 3a + b = 5$

O que gera o sistema: $\begin{cases}2a + b = 3 \\ 3a + b = 5\end{cases}$

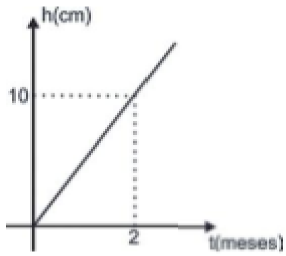
Pelo método da adição, obtemos:

$$\begin{cases}2a + b = 3 \\ 3a + b = 5 \times (-1)\end{cases}$$

Substituindo $a = 2$ em $2a + b = 3$, temos
$2 \cdot 2 + b = 3$
$4 + b = 3$
$b = 3 - 4$
$b = -1$
Portanto, a equação da reta é

$$y = 2x - 1$$

Item 2: O gráfico, a seguir, representa a altura (h) de um tomateiro, em função do tempo (t).



A equação reduzida de uma reta é: $y = ax + b$.
Substituindo as coordenadas dos pontos A e B nessa equação, temos:

A lei de formação da função polinomial correspondente a esse gráfico é

(A) $h = 5t$. (D) $h = 2t + 10$.

(B) $h = t + 5$. (E) $h = 5t + 2$.

(C) $h = t + 10$.

Gabarito: A

Sugestão de solução:

O coeficiente angular da equação dessa reta é dado por:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

Temos,

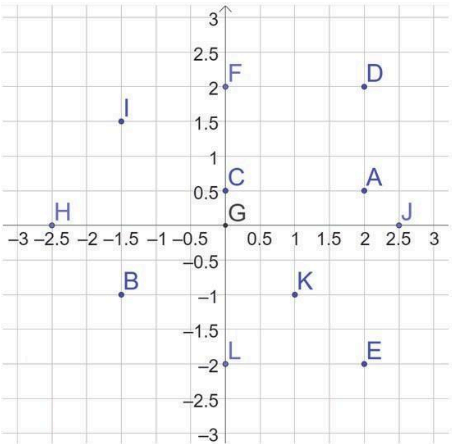
$$a = \frac{0 - 10}{0 - 2} = \frac{-10}{-2}$$

$$a = 5$$

O coeficiente linear da equação dessa reta é: 0. Portanto, a equação dessa reta é: $y = 5x$. Considerando, $y = h$ e $t = x$, então, $h = 5t$.

DiAGnóSTiCO

Utilize o plano cartesiano a seguir para responder as questões de 1 a 7.



1. Determine o quadrante dos pontos:

A→ E→ I→
B→ F→ J→
C→ G→ K→
D→ H→ L→

Sugestão de solução:

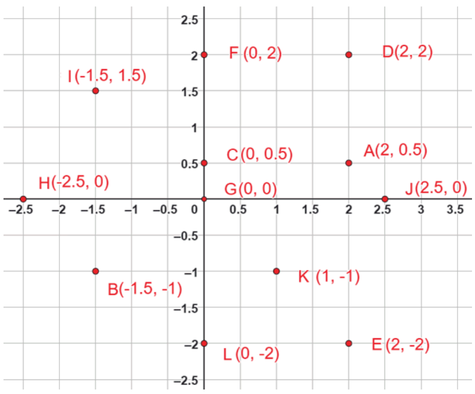
A → 1º quadrante	E → 4º quadrante	I → 2º quadrante
B → 3º quadrante	F → Eixo das ordenadas	J → Eixo das abscissas
C → Eixo das ordenadas	G → Origem	K → 4º quadrante
D → 1º quadrante	H → Eixo das abscissas	L → Eixo das ordenadas

2. Determine as coordenadas dos pontos:

A→ E→ I→
B→ F→ J→
C→ G→ K→
D→ H→ L→

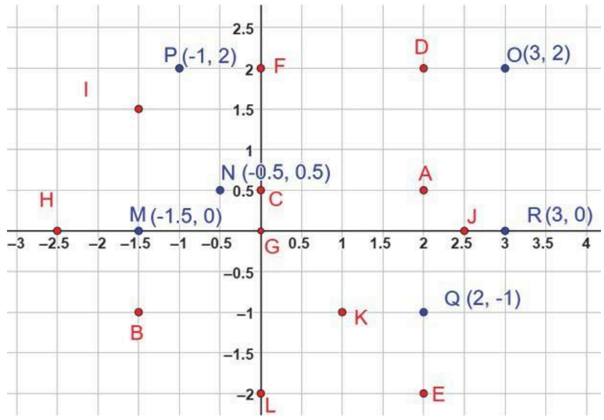
Sugestão de solução:

$A \rightarrow \left(2, \frac{1}{2}\right)$	$E \rightarrow (2, -2)$	$I \rightarrow \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
$B \rightarrow \left(-\frac{1}{2}, -1\right)$	$F \rightarrow (0, 2)$	$J \rightarrow \left(\frac{5}{2}, 0\right)$
$C \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right)$	$G \rightarrow (0, 0)$	$K \rightarrow (1, -1)$
$D \rightarrow (2, 2)$	$H \rightarrow \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$	$L \rightarrow (0, -2)$

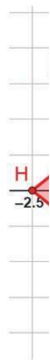


3. Marque nesse plano cartesiano os pontos:

$M \rightarrow \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$	$N \rightarrow \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$	$O \rightarrow \left(\frac{9}{3}; 2\right)$
$P \rightarrow \left(-1; \frac{4}{2}\right)$	$Q \rightarrow \left(\frac{4}{2}; -\frac{5}{5}\right)$	$R \rightarrow (3; 0)$



4. Qual é polígono formado pelos pontos FHLJ? Sugestão de solução: Quadrado.



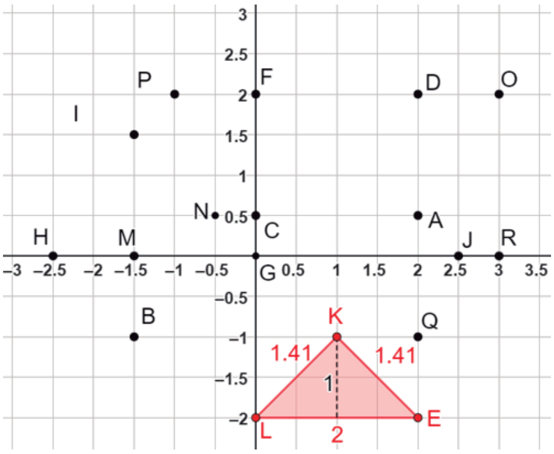
5. Qual o perímetro do polígono formado pelos pontos ACDF?

Sugestão de solução:

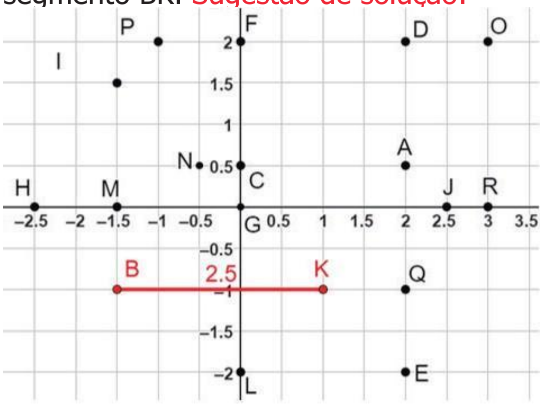
Perímetro = 1,5 + 2 + 1,5 + 2 = 7 unidades

6. Qual a área do polígono formado pelos pontos EKL? Sugestão de solução:

Área de triangulo $= \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$unidade



7. Determine a medida algébrica do segmento BK. Sugestão de solução:



8. Mário criou uma sequência cujo termos podem ser de- terminados a partir da expressão do termo geral que é a_n= 3n + 2. A diferença entre o décimo quinto termo e o quinto termos dessa sequência é um número

(A) múltiplo de 5.

(B) múltiplo de 7.

(C) ímpar maior que 20.

(D) primo menor que 20.

(E) par maior que 40. Gabarito:

Sugestão de solução:

$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 \rightarrow 5$

$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 \rightarrow 8$

$a_3 = 3 \cdot 3 + 2 \rightarrow 11$

$a_4 = 3 \cdot 4 + 2 \rightarrow 14$

$a_5 = 3 \cdot 5 + 2 \rightarrow 17$

$\vdots \qquad \vdots$

$a_{15} = 3 \cdot 15 + 2 \rightarrow 47$

$47 - 17 = 30$

A diferença entre o décimo quinto termo e o quinto ter- mos dessa sequência é o número 30

9. Desenhe um plano cartesiano, e marque os seguintes pontos

x	y
−2	−4
−1	−1
0	2
1	5
2	8

Qual é a lei de formação dessa sequência?

(A) $y = 3x$

(B) $y = 3x - 3$

(C) $y = 3x + 2$

(D) $y = x - 3$

(E) $y = x + 3$

Gabarito: C

Sugestão de solução:

Substituindo o ponto (0,2) nas alternativas:

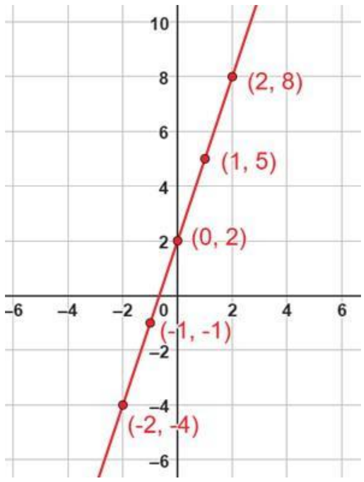
(A) $y = 3x \rightarrow 2 \neq 3 \cdot 0$

(B) $y = 3x - 3 \rightarrow 2 \neq 3 \cdot 0 - 3$

(C) $y = 3x + 2 \rightarrow 2 = 3 \cdot 0 + 2$

(D) $y = x - 3 \rightarrow 2 \neq 0 - 3$

(E) $y = x + 3 \rightarrow 2 \neq 0 + 3$



10. O salário do funcionário de uma loja é composto de uma parte fixa e uma parte que depende do valor de suas vendas. Se esse salário (R$) é dado pela expressão s=400+0,15v, em que v é o valor mensal das vendas e s é o salário que ele recebe.

a) Quanto o funcionário deve vender em um mês para re- ceber R$ 3500,00 de salário?

$s = 400 + 0{,}15v$

$\rightarrow 3500 = 400 + 0{,}15v$

$\rightarrow -400 + 3500 = 0{,}15v$

$\rightarrow 3100 = 0{,}15v$

$v = \frac{3100}{0{,}15}$

$\rightarrow$

30 é múltiplo de 5, não é múltiplo de 7, não é ímpar, não é primo e não é maior que 40.

$\rightarrow v = 20\ 666{,}66$

Logo esse funcionário deve vender aproximadamente R$ 20 666,66 para receber um salário de R$ 3500,00.

b) Qual será o salário desse funcionário se vender R$ 15 b) 000 por mês?

Sugestão de solução:
s = 400 + 0,15v
→ s = 400 + 0,15 · 15 000
→ s = 400 + 2 250
→ s = 2 650
O salário desse funcionário será de R$ 2650,00

11. Karina pagou R$ 29,90 por uma blusa que estava sen- do vendida com desconto de 33%. Quando suas amigas souberam, foram a loja e perceberam que o desconto já havia acabado. A equação que nos permite determinar o preço x encontrado pelas amigas de Karina é

(A) $x - \frac{33}{100} \cdot x = 29{,}90$

(B) $\frac{33}{100} \cdot x = 29{,}90$

(C) $x = 29{,}90 \frac{}{33} \cdot x \quad 0{,}33$

(D) $29{,}90 - 100 \quad x = 0{,}33x$

(E) $0{,}33 \quad x = 29{,}90$

Gabarito: A
Sugestão de solução:
Karina pagou: R$ 29,90
Preço original da Blusa: x
Preço encontrado pelas amigas de Karina R$ 29,90 + 33% de x

$- \frac{33}{100} \cdot x = 29{,}90$

$x - 0{,}33x = 29{,}90$ ou x

c)

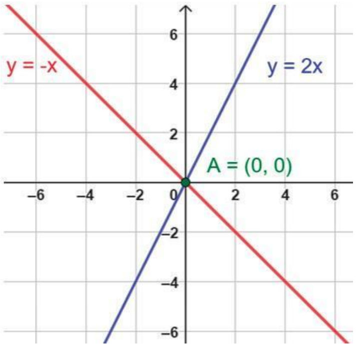
12. Observe o sistema de equações a seguir

$$\begin{cases} y = -x \\ y = 2x \end{cases}$$

a)Resolva esse sistema.
b) Em um plano cartesiano, trace as retas $y = -x$ e $y = 2x$ presentes no sistema dado.
c) Qual a relação entre o par ordenado que é solução des- se sistema, e o ponto de intersecção das retas traçadas? Sugestão de solução:

a) $\begin{cases} y = 2x \\ y = -x \end{cases}$

Usando a substituição temos:



A solução desse sistema é o par ordenado (0,0).

$-x = 2x$
$x = 0$
Como $y = -x \rightarrow y = 0$