



I.E LORENZA VILLEGAS DE SANTOS

MATEMÁTICAS

NÚMERO e



¿Qué tienen en común una tela de araña, el tendido eléctrico, la edad de un fósil, el interés de una cuenta bancaria o el crecimiento de una población de bacterias? No tienes que irte demasiado lejos. El número e te dará la respuesta.¹



Hay números que aparecen en los lugares más insospechados, en las situaciones más dispares. Tal vez por ello es tan popular, por su versatilidad.

Algunos números son tan famosos que tienen nombres artísticos de una sola letra. (π , ϕ , i , e).

El número e no es tan famoso ni tiene tanta historia como el popular número π , pero tiene un papel estelar en el crecimiento exponencial y está muy relacionado con el cálculo (al igual que π frecuente lugares geométricos)

No es un número perfecto, pero surge de cualquier parte. Esta constante siempre está presente cuando se trata de “crecimiento continuo”. Y este tipo de crecimiento es muy frecuente en la naturaleza, porque ningún organismo vivo crece a saltos. Aunque no lo percibas, el número e es importante en tu vida cotidiana.

¹ Tomado de: <https://soymatematicas.com/numero-e/>

Orígenes del número e

En las postrimerías del siglo XVI las dos grandes potencias marítimas, España e Inglaterra ofrecían mucho dinero a la persona que descubriese un mecanismo que facilitase los cálculos trigonométricos ligados a la navegación y a la astronomía.

Fue el escocés John Napier quien descubrió esta herramienta matemática en 1614, los logaritmos naturales. En un apéndice de su trabajo, aparece su constante base, el número e, que hoy podemos ver en todas las calculadoras.

¿Cuál es el valor del número e?

Al igual que pi, el número e es un número irracional del cual no podemos conocer su valor exacto porque tiene infinitas cifras decimales, pero sus cifras no se repiten de una forma periódica. Casi todo el mundo acepta que fue Euler el primero en probar que e es irracional.

Hasta 10 cifras decimales el valor de e es 2.7182818284...

¿Por qué se llama número e?

El ilustre Leonhard Euler, el matemático más prolífico de todos los tiempos, usa en 1727 la notación en relación con la teoría de algoritmos. La coincidencia entre la primera letra de su apellido y el nombre de nuestro número es mera casualidad. Es probable que e ni siquiera venga de "exponencial" sino que sea simplemente la vocal que sigue de la a, la cual Euler ya estaba usando en su trabajo.

No es extraño que se llegase a conocer a e como el número de Euler, al ser su padrino y captar su extraordinaria importancia. El genio suizo fue el primero en estudiar este número.

Algunas ecuaciones donde aparece el número e

- ❖ Una cuerda o un cable colgados por sus extremos, tienden a adoptar la forma de una curva muy conocida cuya expresión es:

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Todos los tendidos eléctricos tienen forma de catenaria. Es la misma curva que podemos observar en los segmentos de las telas de araña.

- ❖ Una de las numerosas aplicaciones de este número en biología es el crecimiento exponencial de poblaciones (como bacterias). Cuando no hay factores que limiten el crecimiento, se aplica esta fórmula.

$$P = P_0 \cdot e^t$$

Que te permite saber cuál es la población P en un tiempo determinado t a partir de una población inicial P₀

- ❖ Da el valor de interés compuesto continuo, que se usa en préstamos e inversiones

$$f(r) = e^r - 1$$

Curiosidades del número e

- ❖ La notación **e** aparece por primera vez en una carta que le escribió Euler a Goldbach en 1731
- ❖ La pasión que llevó a tantos matemáticos a calcular **pi** con más y más decimales nunca se dio para el caso de **e**.
- ❖ Aparece en una identidad revolucionaria, la fórmula más extraordinaria de todas las matemáticas. La identidad de Euler incluye a los números más famosos de las matemáticas.



ACTIVIDAD

1. ¿En qué situaciones de la naturaleza o de la vida se puede encontrar el número e?
2. ¿Qué matemático a partir de su trabajo en los logaritmos naturales, construyó el número e?
3. ¿Por qué el número e es irracional?
4. Observar el video “Qué es el número e? <https://www.youtube.com/watch?v=Z5czpA-fyMU>
5. Una de las formas de calcular el número e es mediante la expresión

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Completa la siguiente tabla. Puedes usar la calculadora

n	Valor de la expresión

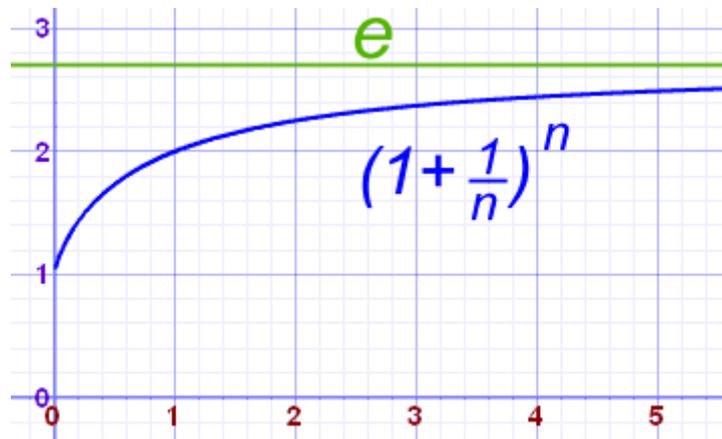
1	
200	
1000	
3000	
100000	

Compara los resultados con el valor de las primeras cifras de **e**.

Ahora usa la siguiente calculadora y compara los resultados con los tuyos.

http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/matematicas_VI_4/Applets_Geogebra/calculodelnumeroe.html

Gráficamente se vería de la siguiente manera



Relaciona los procedimientos interiores con el ejemplo que se hacía de los dividendos del banco en el video.

- Otra forma de calcular el valor de **e** desarrollado por Euler es a través de las siguientes series infinitas

Calcula su valor. Recuerda lo que significa el símbolo factorial (!) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$. Puedes usar la calculadora.

- $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!}$

- $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} +$

- $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!}$

- $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!}$

Lo anterior se puede representar de la forma

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

(Pregunta a tu profesor sobre la expresión anterior)

7. Para terminar con broche de oro...la identidad de Euler. Observa el siguiente video, y solo disfrútalo <https://www.youtube.com/watch?v=aBKdOAVLVEc>