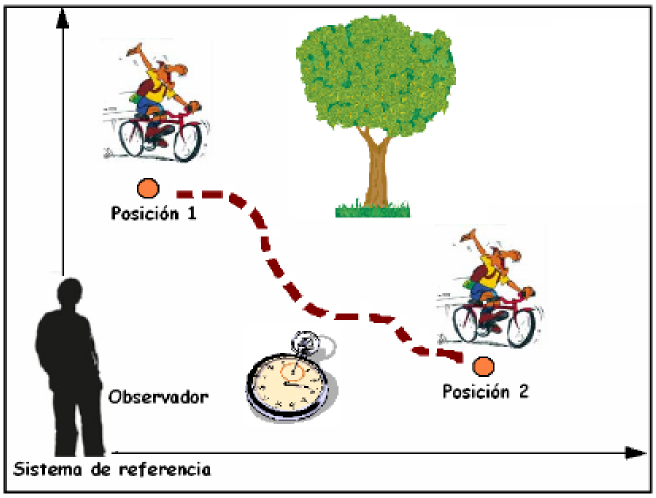
UNIDAD 1: CINEMÁTICA

El estudio de la física se inicia con el estudio del movimiento. El movimiento está presente en todos los actos de nuestra vida, pero ¿qué es el movimiento?

Entendemos que un cuerpo está en movimiento cuando cambia su posición. Pero para entender el concepto de movimiento es necesario la presencia de un observador que examine dicho movimiento.

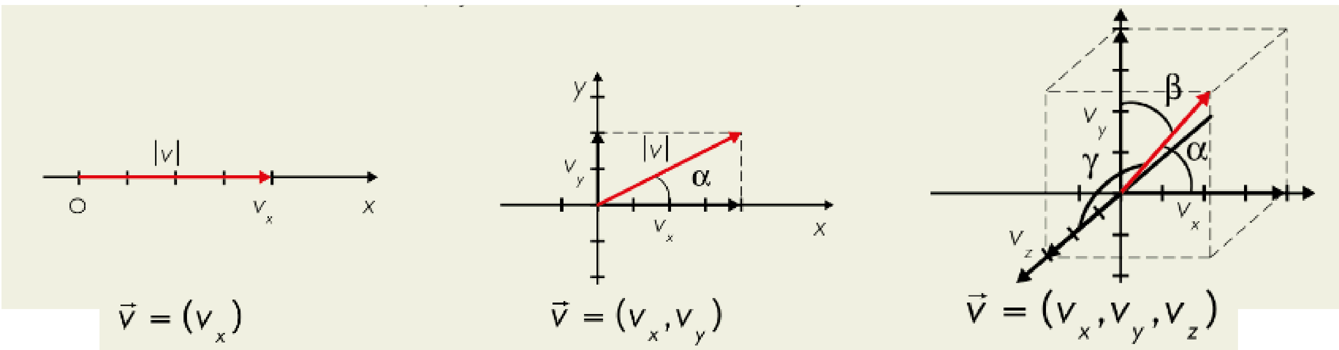
Sabemos que la Tierra gira alrededor del Sol, el Sol no se mueve a pesar de que nosotros observamos que el Sol se desplaza por el cielo cada día. De la misma forma que el conductor de la imagen observa como los árboles se mueven a su paso.

Para describir un movimiento es importantísimo definir quién es el observador y cuál es su sistema de referencia. El punto en el que se sitúa el observador es el origen del sistema de referencia, como se puede observar en la figura.

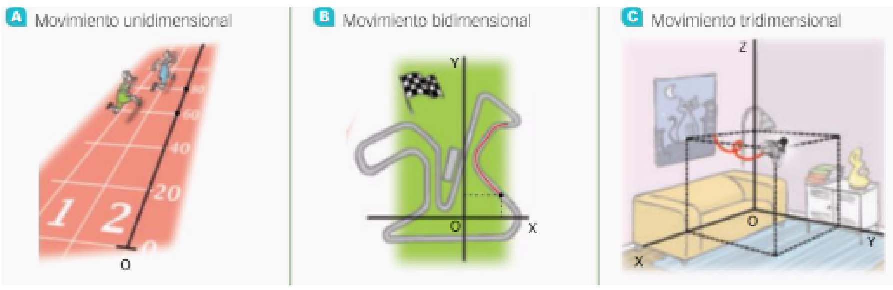


1.1. SISTEMAS DE REFERENCIA

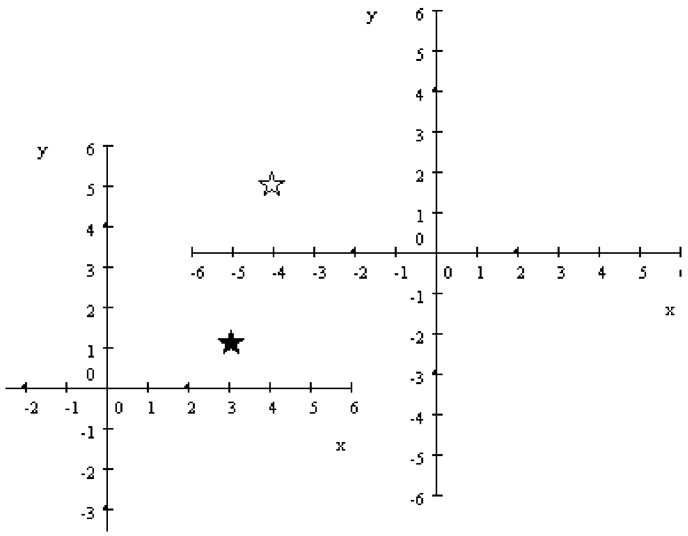
Un sistema de referencia está formado por un origen y un conjunto de ejes que permiten definir la posición de un objeto mediante una serie de coordenadas. Dependiendo del sistema de referencia que elijamos obtendremos unas coordenadas diferentes, pero todas son correctas siempre que especifiquemos el sistema de referencia elegido.



Cuando describamos un movimiento en línea recta, lo más sencillo es utilizar un sistema de referencia con una única coordenada. En cambio, para describir un movimiento en un plano, necesitaremos un sistema de dos coordenadas. El sistema tridimensional no lo veremos hasta bachillerato.



A.1.Escribe las coordenadas de cada una de estas dos estrellas **según cada uno** de los sistemas de referencia situado más a la izquierda:



A.2 *Elige el sistema de referencia más adecuado (unidimensional, bidimensional o tridimensional) para describir el movimiento de:*

a) Una persona está subida a una noria en marcha.
b) Una persona está subida en una montaña rusa.
c) Un paquete de leche en una cinta transportadora (supermercado).
d) Un avión despegando.
e) Un tren que va de Elche a Madrid.
f) Una corredora en una carrera de 100 metros lisos.
g) Una corredora en una carrera de obstáculos.
h) Un ciclista en una contrarreloj.
i) Un ciclista en la montaña.
j) Una nadadora en el carril de una piscina.
k) Una nadadora en el mar.

A.3. *Dibuja la trayectoria de una piedra que se deja caer en el interior de un vagón de tren que se mueve en línea recta con velocidad constante:*
a) Según un pasajero. *b) Según una persona que se encuentra en el andén*

A.4. *Resulta evidente que el sistema de referencia afecta a la posición pero… ¿Afecta también a la velocidad? ¿La velocidad depende del sistema de referencia elegido? Para avanzar en la respuesta a esta pregunta podemos estudiar algunas situaciones concretas como: ¿Está la pizarra de la clase en reposo o en movimiento?*

R: https://www.youtube.com/watch?v=7jBCZh-6lWg

1.2 VECTORES

En física existen magnitudes como, el tiempo, la temperatura, la masa, el volumen, la energía, la carga eléctrica, etc., que quedan perfectamente definidas mediante un valor numérico acompañado de la unidad de medida utilizada. Así por ejemplo, podemos hablar de un tiempo de 3 s, una temperatura de -5ºC, una masa de 60 kg, etc. Este tipo de magnitudes se llaman **escalares.**

En cambio, para tener una idea precisa de otras magnitudes no basta con conocer su valor numérico, sino que es necesario especificar también su dirección y su sentido. Este es el caso, por ejemplo, de la fuerza. Se comprende que al aplicar una fuerza de 400 N a un cuerpo, su efecto puede ser bien distinto dependiendo de la dirección y sentido en el que actúe.

Análogamente, tampoco es suficiente decir que un automóvil se mueve a 100 km/h, ya que si, por ejemplo, se aleja de nosotros no será lo mismo que si se dirige directamente hacia el punto en el que nos encontramos. Este otro tipo de magnitudes se denominan **vectoriales**.

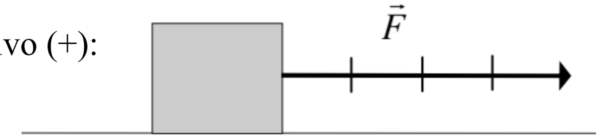
Considerando que las magnitudes físicas vectoriales, como la fuerza o la velocidad, se conocen realmente cuando sabemos su valor numérico, su dirección y su sentido, podemos utilizar los vectores para representarlas de forma que:

-El **módulo del vector** represente el valor numérico (absoluto) de la magnitud.

-La dirección del vector indique hacia dónde se mueve (eje x, ejey,...)

-El sentido nos informe de si va hacia delante o hacia atrás (+ o -)

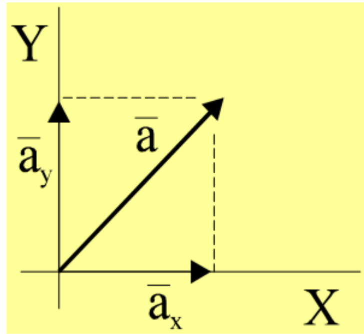
Así, por ejemplo, si queremos representar una fuerza de 20 N actuando sobre un cuerpo que se encuentra sobre un plano horizontal y que se ejerce paralelamente al plano y hacia la derecha, podemos hacerlo mediante un vector de módulo 20, dirección horizontal (eje x) y sentido positivo (+):



¿Qué ocurre con los vectores cuya dirección no coincide con ninguno de los ejes cartesianos?

Desde el punto de vista matemático, se trataría de elegir unos ejes cartesianos, X e Y, perpendiculares, y encontrar los vectores componentes cartesianos de cualquier vector ar. Como se ve en la figura:

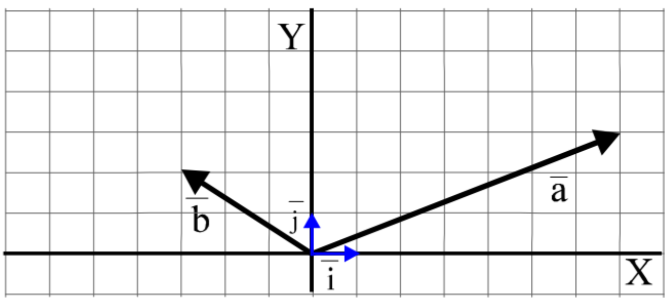
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$



A los vectores anteriores se les llama **vectores componentes cartesianos** del vector $\vec{a}$. Cuando se trabaja de esta forma es habitual utilizar unos vectores unitarios designados como $\vec{i}$ y $\vec{j}$. El vector $\vec{i}$ **siempre** se halla sobre el eje X en sentido positivo mientras que el vector $\vec{j}$ **siempre** se encuentra sobre el eje Y en sentido positivo, tal y como se indica en la figura siguiente.

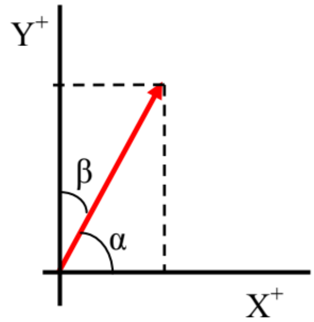
De acuerdo con lo anterior los vectores componentes cartesianos se podrán expresar también como $\vec{a}_x = a_x \cdot \vec{i}$ y como $\vec{a}_y = a_y \cdot \vec{j}$ y por lo tanto: $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}$. A las cantidades a_x y a_y se las llama **componentes escalares cartesianas** del vector. Dichas cantidades pueden ser positivas o negativas (según la situación del vector respecto de los ejes de coordenadas cartesianas).

A.5 *Expresa los vectores a y b en función de sus componentes:*



Podemos ahora plantearnos el problema de cómo hemos de proceder en general para que, conocido un vector en una de esas formas, podamos conocerlo en la otra.

Cuando se expresa un vector indicando su módulo, dirección y sentido, lo que conocemos es su longitud y los ángulos que forma con los ejes. En general, se designa como α el ángulo que el vector forma con el semieje X^+ y como β el que forma con el semieje Y^+ (siempre por el camino más corto). A dichos ángulos se les denomina **ángulos directores** (porque sirven para dar la dirección y sentido de un vector).



Para pasar a expresar el vector de la figura anterior (del que conocemos su módulo y los ángulos directores) en función de sus componentes escalares, basta con tener en cuenta que:

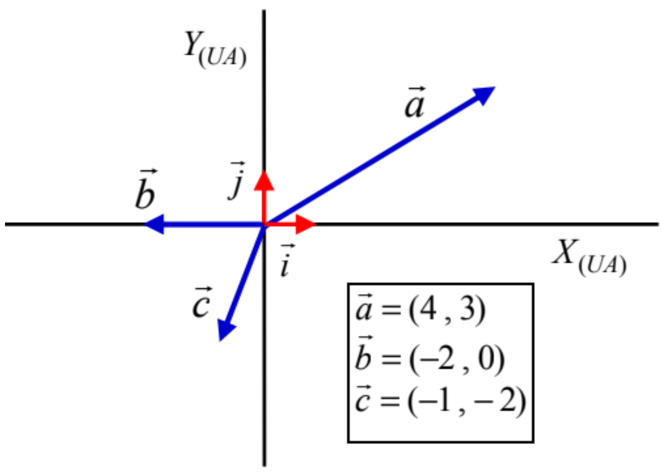
$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$ y que $\cos\beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$ con lo que obtenemos: $a_x = |\vec{a}| \cdot \cos\alpha$ y $a_y = |\vec{a}| \cdot \cos\beta$

De igual forma, si lo que conociésemos fuesen las componentes a_x y a_y, podríamos obtener el valor del módulo y de los cosenos directores. Para ello bastaría con aplicar el teorema de Pitágoras y obtener:

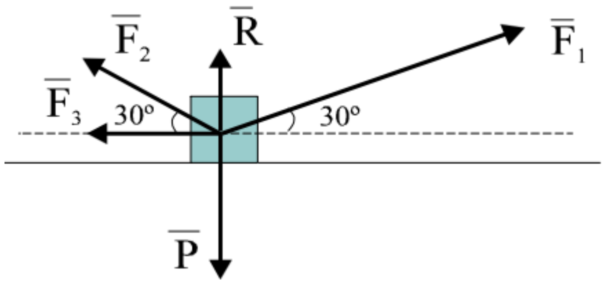
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

A continuación se pueden obtener los ángulos α y β a partir de los cosenos correspondientes según las expresiones ya conocidas: $\cos\alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$ y $\cos\beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$

A.6 *En la figura adjunta se conocen las componentes escalares de los vectores (en unidades arbitrarias). A partir de ellas obtened el módulo y los ángulos directores de cada uno.*

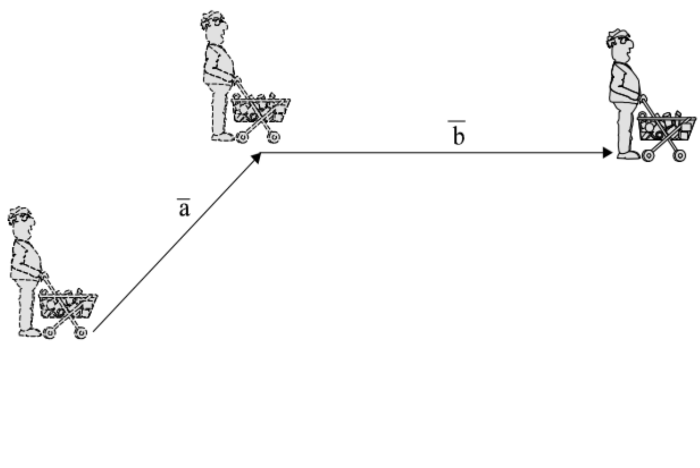


A.7 *Sobre el cuerpo de la figura actúan una serie de fuerzas. A partir de los datos que se incluyen en la misma elegid un sistema de coordenadas cartesianas apropiado y expresad en componentes cada uno de los vectores fuerza representados.*



$|\overline{R}| = 30$ N
$|\overline{F}_2| = 20$ N
$|\overline{P}| = 65$ N
$|\overline{F}_1| = 50$ N
$|\overline{F}_3| = 13$ N

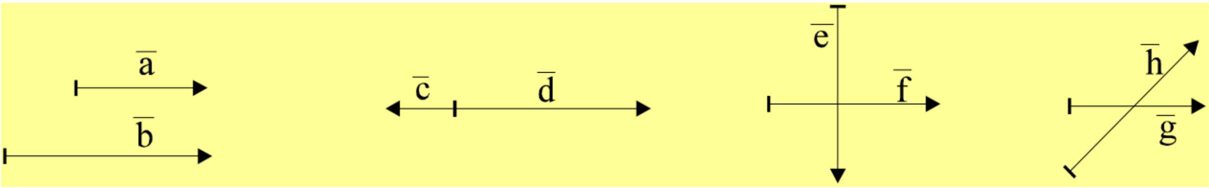
A.5. *Una persona realiza un desplazamiento dado por el vector $\vec{a}$. Después hace otro desplazamiento dado por el vector $\vec{b}$. Dibujad un vector que represente el desplazamiento resultante o suma de los desplazamientos anteriores: $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$. A continuación haced una propuesta general para sumar gráficamente dos vectores cualesquiera detallando los pasos a seguir.*



De la realización de la actividad anterior debe haber quedado claro que un procedimiento general **para dibujar el vector suma** de otros dos vectores cualesquiera puede ser:

1º) Poner un vector a continuación del otro sin cambiar **en nada** a ninguno de los dos. (Ello supone que el extremo de uno, el primero, esté en contacto con el origen del otro, el segundo).
2º) Dibujar el vector que va desde el origen del primero hasta el extremo del segundo. Dicho vector será el vector suma.

A.6. *Aplicad lo aprendido en la actividad anterior para sumar gráficamente los vectores que se dan a continuación. Finalmente obtened la expresión apropiada para calcular el módulo del vector suma en los tres primeros casos.*



A.7. *Dado los vectores a = 2 i + 3 j; b = 4 i – 2 j; calcule:*

a) Su suma numérica

b) Su resta numérica

c) El resultado de la operación: 2a-b

d)El resultado de la operación: 2b-a

A.8. *Dado los vectores a (4, -3, 1) y b (8, 6, 0):*

a) Su suma numérica

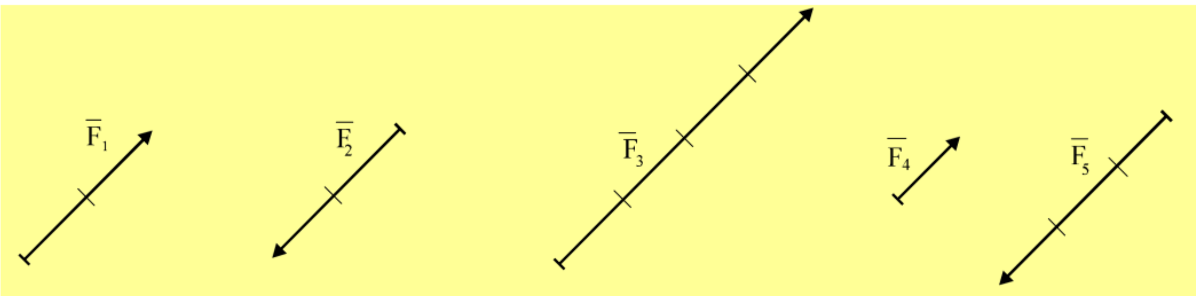
b) Su resta numérica

c) El resultado de la operación: 2a-b

d)El resultado de la operación: 2b-a

A.9. *Sobre la bandeja de la izquierda el cocinero hace una fuerza hacia arriba de 10 N. Sin embargo para transportar la tarta de la derecha ha de triplicar la fuerza. Dibujad en este último caso un vector representativo de dicha fuerza y, a continuación, razonad qué es lo que ocurre cuando un vector se multiplica por un número positivo. ¿Y si éste fuese negativo?*

A.10. *Aplicad las conclusiones anteriores para razonar qué relación guardan los vectores fuerzas representados en los cuatro últimos casos de la figura con el vector fuerza del primero.*

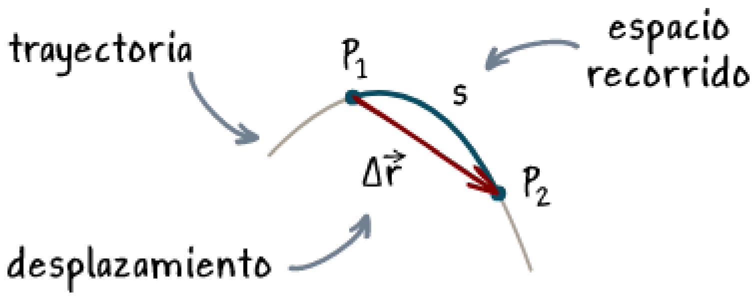


a) *Indica por qué número se ha multiplicado el vector 1 para obtener el resto.*

b) *Si el ángulo director de 1 con el eje x es 30º, indica las componentes de cada vector.*

1.3. TRAYECTORIA, DESPLAZAMIENTO Y ESPACIO RECORRIDO

La magnitud que más se utiliza en Física para describir un movimiento es el desplazamiento. Llamamos desplazamiento al vector que une el punto inicial con el punto final del desplazamiento. Sin tener en cuenta la trayectoria que haya utilizado el móvil para llegar a ese punto.



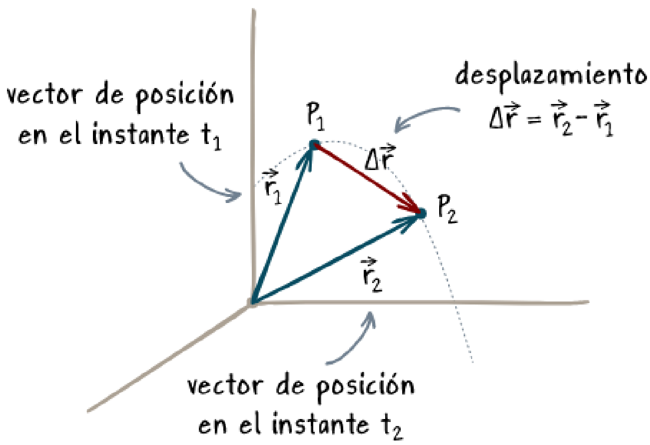
Imagina que ves una hormiga en un punto determinado de la mesa. Cierras los ojos. Un minuto después, los abres y ves que la hormiga ha cambiado de posición. Solo sabes dónde la habías dejado y dónde está ahora, ese sería su desplazamiento. Imagina ahora que la hormiga tuviera las patas manchadas de tinta: así podríamos seguir el camino que ha seguido desde el punto inicial al final, y sabríamos cuál ha sido la trayectoria.

Nunca debemos confundir el desplazamiento con el espacio recorrido, aunque en la vida cotidiana se suelen utilizar indistintamente, en Física tienen un significado muy distinto. El espacio recorrido se mide siempre sobre la trayectoria, a diferencia del desplazamiento, en el que sólo cuentan el punto inicial y final del movimiento.

Estas dos magnitudes tan sólo coinciden cuando la trayectoria es una línea recta, en ese caso el espacio recorrido es igual al módulo del desplazamiento.

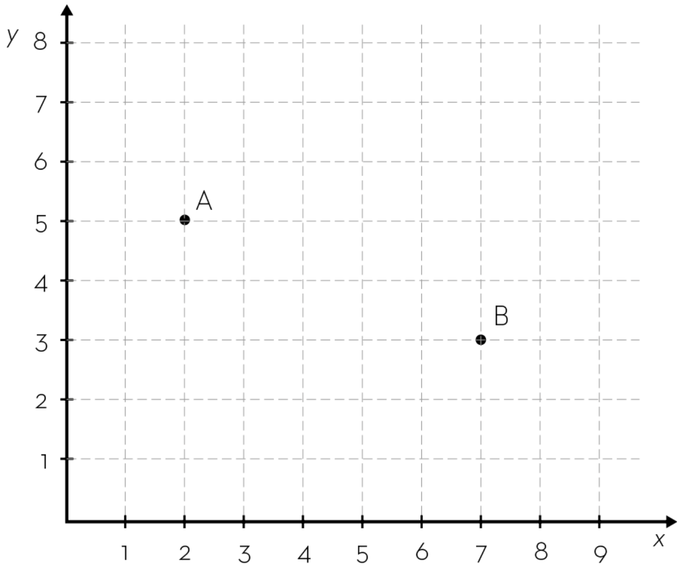
En física **el símbolo Δ significa incremento** y escrito delante del símbolo de una magnitud expresa el cambio producido en ella.

La **posición** se puede representar con las letras **e, s o r.** Y si elegimos un sistema de referencia unidimensional también se utiliza la letra x. De esta forma podemos ver el **desplazamiento** expresado como **Δe, Δs, Δr o Δx.**



El vector desplazamiento se obtiene al restar la posición final menos la posición inicial.

A.11. A partir del gráfico que se muestra, contesta:



a) Escribe el valor de los vectores posición para los puntos A y B (coordenadas). Dibuja esos vectores (una flecha desde el origen de coordenadas hasta el punto)

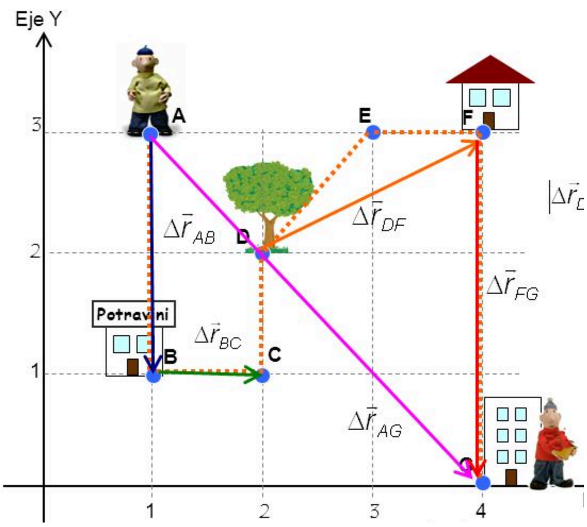
b) Dibuja el vector desplazamiento entre los puntos A y B (una flecha desde A hasta B).

c) Calcula el módulo del vector desplazamiento en función de sus componentes.

d) Dibuja ahora tres trayectorias posibles entre los puntos A y B.

A.12. En la figura se observa la posición de una persona para diferentes momentos, indica:

a) La posición de los vectores B, C y D teniendo en cuenta que el punto A es el (0,0).



b) La distancia recorrida de A a B.

c) El desplazamiento de A a C.

d) La distancia recorrida A a C.

e) El desplazamiento de A a D.

f) La distancia recorrida de A a D.

1.4. ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

La ecuación del movimiento nos permite calcular la posición en cualquier instante, ya que es una ecuación de r en función de t, por ejemplo: $\vec{r} = 3t - 2\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$

Al sustituir la t por los diferentes valores de tiempo, obtenemos el vector de posición en cada instante: $\vec{r}$(5)= 3·5-2 i +5^2 j metros= 13 i + 25 j metros= (13,25) m

La ecuaciones paramétricas de $\vec{r}$ se obtienen simplemente al reorganizar la ecuación indicando cuál será el valor de x y cuál será el valor de y. En este caso:

x= 3t-2

y= t^2

Para encontrar la ecuación de la trayectoria tenemos que despejar t en función de x y sustituirlo en la ecuación de la y:

x=3t-2 ---> t= (x+2)/3

y= t^2 ---> y= $((x+2)/3)^2$

y= $(x^2+4+4x)/9$

A.13 *Para las siguientes ecuaciones del movimiento:*

r= 6t-2 i + 2t+4 j

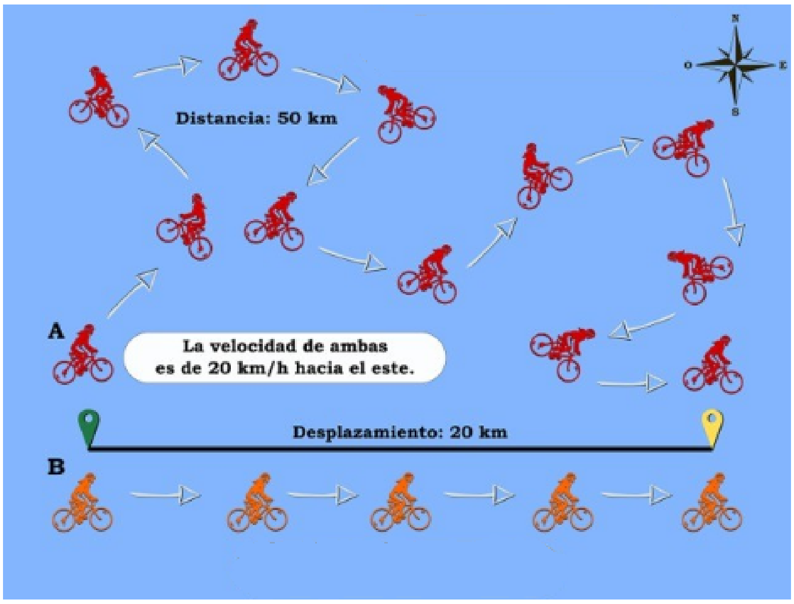
r= 5t-9 i + t^2*-1 j*

a) *Calcula la posición de los siguientes objetos a los 5 y a los 10 segundos.*
b) *Calcula sus ecuaciones paramétricas*
c) *Calcula la ecuación de la trayectoria.*

1.5. LA VELOCIDAD

Si asociamos alguna magnitud al movimiento, sin duda es la velocidad. Se trata de un concepto que tenemos muy interiorizado. Todos sabemos qué es la velocidad, ¿pero realmente lo sabemos? Cuando estudiamos el movimiento de un cuerpo, nos interesa conocer cómo cambia su posición con el tiempo. A simple vista podemos distinguir al observar dos objetos en movimiento cuál de ellos se mueve más rápido. La base de nuestra afirmación estará apoyada en una comparación casi inconsciente que hacemos de los dos movimientos. Un observador diría que uno de los vehículos recorre más distancia que el otro en el mismo intervalo de tiempo. Pero eso es la ***rapidez: la distancia recorrida por unidad de tiempo*.**

No se debe confundir la rapidez con la **velocidad, la velocidad es el desplazamiento por unidad de tiempo.**

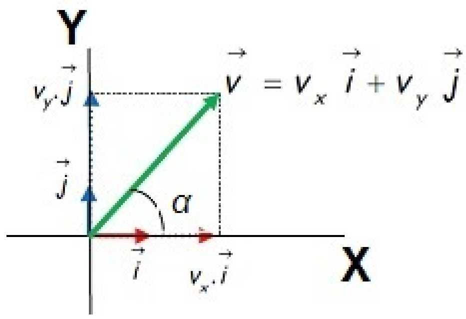


En este ejemplo, si las dos motocicletas han hecho el mismo desplazamiento en una hora, luego tienen la misma velocidad. Sin embargo, la de arriba ha ido mucho más rápido que la de abajo.

Además, la **velocidad es una magnitud vectorial**: nos indica cómo de rápido se produce el movimiento y hacia dónde se dirige. El resultado debe ser un vector: $\vec{v}_m$ = 20 i+0 j km/h

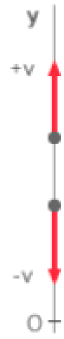
La rapidez es un escalar y se define con un número: v= 50 km/h

Para calcular la velocidad utilizaremos la fórmula:



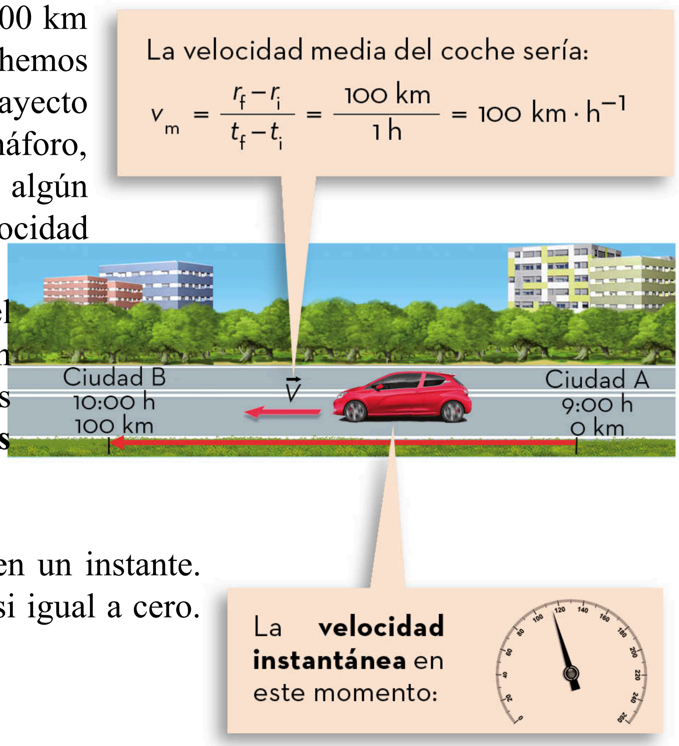
$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r_B} - \vec{r_A}}{t_B - t_A} = \frac{(x_B, y_B, z_B) - (x_A, y_A, z_A)}{t_B - t_A}$$
$$= \frac{([x_B - x_A], [y_B - y_A], [z_B - z_A])}{t_B - t_A}$$
$$= \left(\frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}, \frac{y_B - y_A}{t_B - t_A}, \frac{z_B - z_A}{t_B - t_A} \right)$$
$$= (v_x, v_y, v_z)$$

En física siempre utilizaremos la velocidad porque nos ofrece mucha más información que la rapidez. Al tratarse de una magnitud vectorial, informará de lo rápido que se desplaza pero también de la dirección y sentido que lleva el móvil.



El sentido de la velocidad se expresa con signos positivos y negativos según el sistema de referencia cartesiano.

Si para trasladarnos de una ciudad a otra que dista 100 km hemos tardado una hora, podemos pensar que nos hemos movido a una velocidad de 100 km/h. Pero en el trayecto seguramente hemos tenido que parar en algún semáforo, adelantar algún camión o incluso detenernos a pagar algún peaje. Es necesario, entonces, distinguir entre velocidad media y velocidad instantánea.

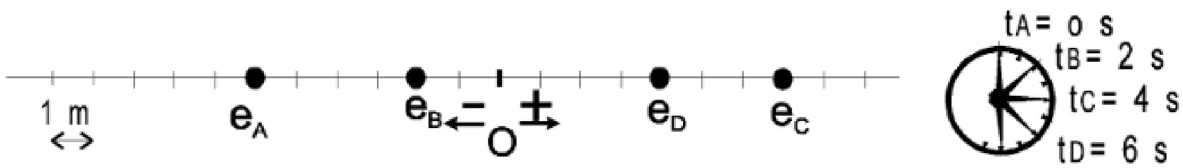


La velocidad media es el cociente entre el desplazamiento del móvil y el tiempo empleado en recorrerlo, calculada con la fórmula que hemos aprendido. Cuando decimos velocidad **en física nos referimos siempre a la velocidad media**.

La velocidad instantánea es la velocidad del móvil en un instante. Sería lo que se ha movido el objeto en un tiempo casi igual a cero. Eso se calcula con un límite o una derivada.

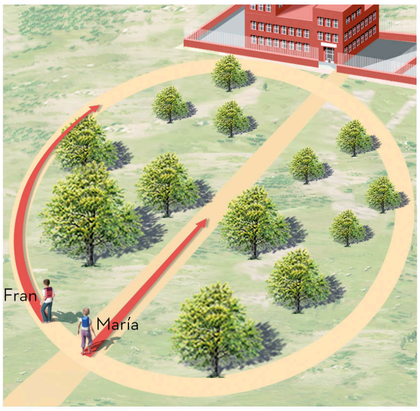
$$\vec{Vi} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

A.14. *Calcula la velocidad en los tramos: ab, bc, cd y ad.*



A.15. *Un coche tarda 1380 s en ir de Elche a Santa-Pola (20000 m). Días más tarde recibe la notificación de una multa por exceso de velocidad. Suponiendo que la velocidad máxima permitida en esa carretera sea de 25 m/s, considera si se puede recurrir contra la multa.*

A.16. Fran y María van todos los días juntos al instituto. Para ello suelen atravesar un parque como el de la figura, pero hoy han decidido seguir caminos diferentes. María seguirá atravesando el parque, mientras que Fran dará un rodeo.



Si la velocidad es la misma, ¿quién crees que llegará antes al instituto? ¿Por qué?

¿Cuál habrá ido más rápido? ¿Por qué?

A.14. a) Calcula el desplazamiento de 1 a 2. Si ha tardado 0,5 segundos en realizar este desplazamiento. ¿Cuál ha sido su velocidad media?

$$\vec{\mathbf{r}}_1 = 2{,}0\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + 3{,}0\widehat{\mathbf{k}}$$
$$\vec{\mathbf{r}}_2 = -\hat{\mathbf{i}} + 3{,}0\widehat{\mathbf{k}}$$

b) Calcula el desplazamiento de 3 a 4. Si ha tardado 2 segundos en realizar este desplazamiento.

¿Cuál ha sido su velocidad media?

$$\vec{\mathbf{r}}_3 = 4{,}0\hat{\mathbf{i}} - 2{,}0\hat{\mathbf{j}} + \widehat{\mathbf{k}}$$
$$\vec{\mathbf{r}}_4 = -3{,}0\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + 2{,}0\widehat{\mathbf{k}}.$$

REPASO FACTORES DE CONVERSIÓN

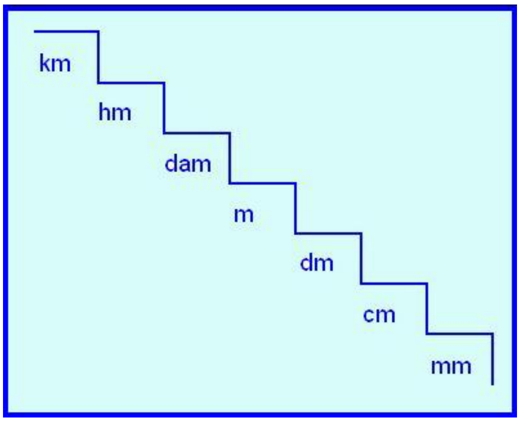
Cuando anotemos los datos en los problemas debemos tener en cuenta que todas las distancias deben estar en **metros**, el tiempo siempre en **segundos** y, por tanto, la velocidad:

$$[\text{Velocidad}] = \left[\frac{Espacio}{Tiempo}\right] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

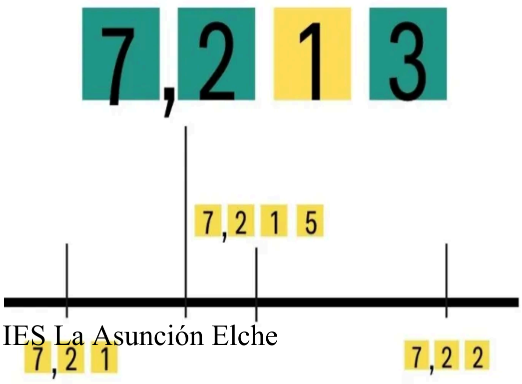
VELOCIDAD	LT^{-1}	metro/segundo	$\mathrm{m.}\,s^{-1}$
ACELERACION	LT^{-2}	metro/segundo cuadrado	$\mathrm{m.}\,s^{-2}$

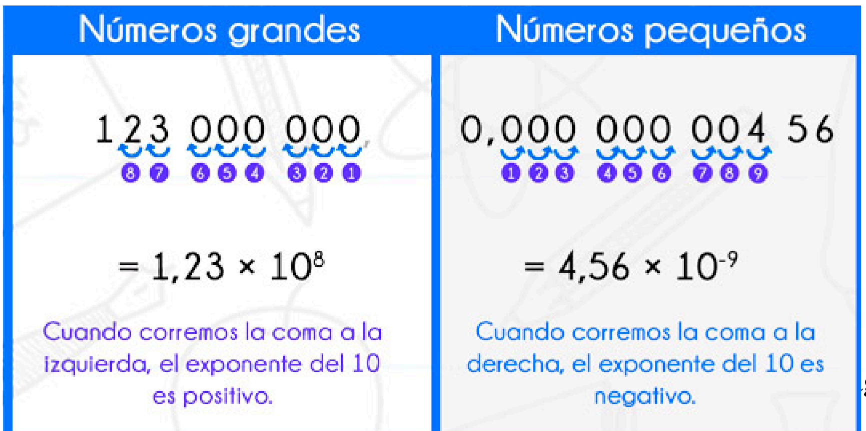
$$[Aceleración] = \left[\frac{Velocidad}{Tiempo}\right] = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

Los cambios de unidades siempre deben estar hechos con factores de conversión:

PASOS	EJEMPLO
1º Anotamos la medida con su unidad	23 cm
	

Si salen números muy grandes o muy pequeños utilizaremos notación científica redondeando a dos decimales:





A.18. Expresa las siguientes cantidades en segundos:
Esta clase dura 50 minutos.

La película El Señor de los Anillos: la Comunidad del Anillo dura 3 horas.

A.19. Escribe las siguientes cantidades en unidades del Sistema Internacional y en notación científica, utilizando el método de los factores de conversión.

a) Radio de la Tierra: 6370 km

b) Masa de un hipopótamo: 1400 kg

c) Récord mundial de los 100 m: 958 cs

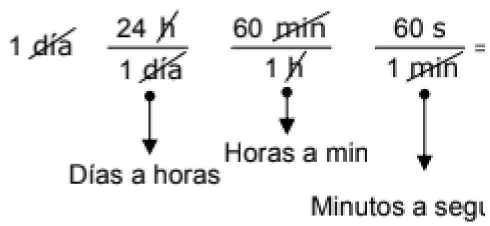
d)Radio de un átomo de hidrógeno: $5{,}2 \cdot 10^{-11}$dm

e) Masa del monoplaza de Fernando Alonso: $6{,}05 \cdot 10^{5}$ g

f) Tamaño del virus de la gripe: $1.20 \cdot 10^{-8}$ mm

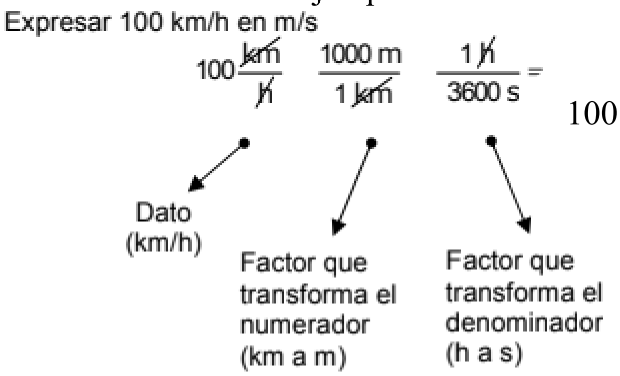
CASOS ESPECIALES

A) unidades de tiempo: en vez de un uno seguido de ceros, tengo que aprenderme las equivalencias (1hora son 60 min, 1 min son 60 s,...). si no recuerdo la equivalencia no hay ningún problema en escribir más de un factor de conversión, los factores de conversión se pueden encadenar hasta llegar a la solución buscada:



1·24:1·60:1·60:1= 86400 s

B) Unidades derivadas, tales como km/h, g/ml o similares. Puesto que en este caso queremos cambiar dos unidades, tendremos que multiplicar por dos factores de conversión. Por ejemplo:



100·1000:1·1:3600 = 27,8 m/s

Para convertir unidades combinadas mediante factores de conversión:

1. Partimos de la magnitud expresada en la unidad original.

23 m/s

2. Construimos dos factores de conversión (**uno para cada unidad**):

23 m/s·------------ ·------------ =

3. La unidad que está **arriba se pone debajo**, para que se pueda tachar con la unidad de partida, y encima ponemo
(en este caso km):

23 m/s·------------ ·------------ =

4.- La unidad que está ***debajo se pone arriba*** en el segundo factor de conversión, y debajo ponemos la unidad a la
caso horas)

23 m/s·------------ ·------------ =

5. Ahora como siempre, a la unidad más grande le ponemos un uno y a la otra su equivalencia:

23 m/s·------------ ·------------ =

6.- A la otra unidad le ponemos su equivalencia:

23 m/s·------------ ·------------ =

7. Operamos con la calculadora: el de arriba multiplica y el de abajo divide:

23 m/s·------------ ·------------ =

8.- El resultado debe expresarse en la unidad que queremos (tachamos las que se repitan arriba y abajo).

23 m/s·------------ ·------------ =

A.20 Expresa en unidades del SI las siguientes medidas:

a) 20 km

b) 2 horas

c) 1 día

d) 120 km/h

e) 30 cm/min

f) 300 000 km/s

A.21 Expresa en el SI y en notación científica las velocidades de las pelotas más rápidas en los distintos deportes:
a) Fútbol: 140 km/h

b) Tenis: 67 m/s

c)Béisbol: 155 millas/h. Ten en cuenta que 1 milla = 1,61·103 m

d) Golf: 5,7 km/min

e) 119 km/h

f) 77,6 cm/h

g) 934,8 km/min

A.22. *Un coche se mueve a una velocidad constante de 270 i + 90 j km/h ¿Cuál habrá sido su desplazamiento en 20 minutos?* ***OJO!*** *Lo primero es pasar todos los datos al S.I.*
Datos y dibujo: *Fórmulas:* *Solución:*

A.23. *Un coche se mueve a una velocidad constante de (50, 10) km/h ¿Cuánto tardará en desplazarse 500 m en el eje x?*
Datos: *Fórmula* *Solución:*