

Методы и способы решения текстовых задач

Существуют различные методы решения текстовых задач:

- арифметический,
- алгебраический,
- геометрический,
- логический,
- практический,
- табличный,
- комбинированный,
- метод проб и ошибок.

В основе каждого метода лежат различные виды математических моделей.

Например, при алгебраическом методе решения задачи составляются уравнения или неравенства, при геометрическом - строятся диаграммы или графики. Решение задачи логическим методом начинается с составления алгоритма.

Следует иметь в виду, что практически каждая задача в рамках выбранного метода допускает решение с помощью различных моделей. Так, используя алгебраический метод, ответ на требование одной и той же задачи можно получить, составив и решив совершенно разные уравнения, используя логический метод - построив разные алгоритмы. Ясно, что в этих случаях мы так же имеем дело с различными методами решения конкретной задачи, которые называю *способы решения*.

Иногда для краткости изложения, вместо того чтобы говорить, что задача решена определенным способом в рамках, например, арифметического метода, будем говорить, что «задача решена арифметическим способом» или «задача решена арифметическим методом», а то и просто - «задача решена арифметически».

Арифметический метод. Решить задачу арифметическим методом - значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Одну и ту же задачу во многих случаях можно решить различными арифметическими способами. Задача считается решенной различными способами, если ее решения отличаются связями между данными и искомыми, положенными в основу решений, или последовательностью этих связей.

Алгебраический метод. Решить задачу алгебраическим методом - это значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или системы уравнений (или неравенств). Одну и ту же задачу можно так же решить различными алгебраическими способами. Задача считается решенной различными способами, если для ее решения составлены различные уравнения или системы уравнений (неравенств), в основе составления которых лежат различные соотношения между данными и искомыми.

Геометрический метод. Решить задачу геометрическим методом - значит найти ответ на требование задачи, используя геометрические построения или свойства геометрических фигур.

Логический метод. Решить задачу логическим методом - это значит найти ответ на требование задачи, как правило, не выполняя вычислений, а только используя логические рассуждения.

Практический метод. Решить задачу практическим методом - значит найти ответ на требования задачи, выполнив практические действия с предметами или их копиями (моделями, макетами).

Табличный метод позволяет видеть задачу целиком это- решение путем занесения содержания задачи в соответствующим образом организованную таблицу.

Комбинированный метод позволяет получить ответ на требование задачи более простым путем.

Метод проб и ошибок (самый примитивный), в нем ответ на вопрос задачи угадывается. Но и здесь основные моменты решения - выбор пробных ответов на вопрос задачи и проверка их соответствия условию осуществляется с помощью мыслительных операций, необходимых при решении любым путем. Угадывание ответа требует интуиции, без которой невозможно никакое решение.

Методы решения могут быть разные, но способ решения, лежащий в их основе, может быть один.

Основными методами решения текстовых задач являются арифметический и алгебраический.

Решить задачу *арифметическим методом* ~ это значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами.

Одну и ту же задачу можно решить различными *арифметическими способами*. Они отличаются друг от друга логикой рассуждений, выполняемых в процессе решения задачи.

Решим, например, различными арифметическими способами такую задачу: «Сшили 3 платья, расходуя на каждое по 4 м ткани. Сколько кофт можно было сшить из этой ткани, если расходовать на одну кофту 2 м?»

1 **способ**

- 1) $4 \cdot 3 = 12$ (м) - столько было ткани;
- 2) $12 : 2 = 6$ (кофт) - столько кофт можно сшить из 12 м ткани.

2 **способ**

- 1) $4 : 2 = 2$ (раза) - во столько раз больше идет ткани на платье, чем на кофту;
- 2) $3 \cdot 2 = 6$ (кофт) - столько кофт можно сшить.

Решить задачу алгебраическим методом - это значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или систему уравнений.

Если для одной и той же задачи можно составить различные уравнения (системы уравнений), то это означает, что данную задачу можно решить различными *алгебраическими способами*.

Например, задачу о массе шерсти, израсходованной на свитера шапку и шарф (с. 106), можно решить тремя различными способами.

1 **способ**

Обозначим через x (г) массу шерсти, израсходованной на шапку. Тогда на шарф будет израсходовано $(x + 100)$ г, а на свитер $((x + 100) + 400)$ г. Так как на все три вещи израсходовано 1200 г, то можно составить уравнение

$$x + (x + 100) + ((x + 100) + 400) = 1200.$$

Выполнив преобразования, получим, что $x = 200$. Таким образом, на шапку было израсходовано 200 г, на шарф - 300 г, так как $200 + 100 = 300$, на свитер - 700 г, так как $(200 + 100) + 400 = 700$.

2 **способ**

Обозначим через x (г) массу шерсти, израсходованной на шарф. Тогда на шапку будет израсходовано $(x - 100)$ г, а на свитер - $(x + 400)$ г. Поскольку на все три вещи израсходовано 1200 г, то можно составить уравнение:

$$x + (x - 100) + (x + 400) = 1200.$$

Выполнив преобразования, получим, что $x = 300$. Таким образом, если на шарф израсходовали 300 г, то на шапку 200 г ($300 - 100 = 200$), а на свитер 700 г ($300 + 400 = 700$).

3 способ

Обозначим через x (г) массу шерсти, израсходованной на свитер. Тогда на шарф будет израсходовано $(x - 400)$ г, а на шапку $(x - 400 - 100)$ г. Поскольку на все три вещи израсходовано 1200 г, то можно составить уравнение:

$$x + (x - 400) + (x - 500) = 1200. -$$

Выполнив преобразования, получим, что $x = 700$. Таким образом, если на свитер израсходовано 700 г, то на шарф пошло 300 г ($700 - 400 = 300$), а на шапку - 200 г ($700 - 400 - 100 = 200$).

Упражнения

1. Решите различными алгебраическими способами задачу о девочках, которые бегут навстречу друг другу (с. 107).

2. Ниже приведены два арифметических способа решений этой же задачи. Дайте пояснения к каждому действию.

1 способ

$$420 - 60 = 360 \text{ (м)}$$

$$360 : 2 = 180 \text{ (м)}$$

$$180 : 30 = 6 \text{ (м/с)}$$

$$180 + 60 = 240 \text{ (м)}$$

$$240 : 30 = 8 \text{ (м/с)}$$

2 способ

$$420 + 60 = 480 \text{ (м)}$$

$$480 : 2 = 240 \text{ (м)}$$

$$240 : 30 = 8 \text{ (м/с)}$$

$$240 - 60 = 180 \text{ (м)}$$

$$180 : 30 = 6 \text{ (м/с)}$$

1. Решите различными арифметическими способами задачи:

а) Ученик затратил на подготовку уроков I ч 50 мин. Занятия русским языком заняли на 15 мин больше, чем географией, и на 20 мин меньше, чем математикой. Сколько времени ушло на подготовку каждого предмета отдельно?

б) Расстояние между двумя городами по железной дороге 720 км. Два поезда одновременно выходят навстречу друг другу и встречаются через 10 ч. Скорость одного поезда на 8 км/ч больше скорости второго поезда. Найдите скорость каждого поезда.

в) Боковая сторона равнобедренного треугольника на 10 см больше основания. Периметр треугольника равен 26 см. Найдите основание треугольника.