

COMPOSITION DE PHYSIQUE

(Epreuve commune aux ENS Lyon, Ulm et Cachan)

Durée : 4 heures

Ce problème porte sur quelques aspects de la combustion et du fonctionnement des moteurs à explosion. Les deux parties peuvent être résolues indépendamment.

Dans tout le problème, tous les gaz, réactifs et produits de réaction, sont supposés parfaits et les mélanges idéaux. On note $\gamma = C_p/C_v$ le rapport des capacités

Tournez la page SVP

calorifiques molaires $\hat{c}_p$ pression et $\hat{c}_v$ volume constant, dont on négligera la dépendance en température. On note R la constante des gaz parfaits, $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. On rappelle que l'air est composé $\hat{x}$ 80% de diazote et $\hat{x}$ 20% de dioxygène.

Partie A

Dans un moteur à quatre temps, on décompose schématiquement le déroulement du cycle de la manière suivante (cf. fig 1) :

Δ AB : admission du mélange gazeux air-essence à température ambiante ($T_A = 300$ K) sous pression atmosphérique

Δ BC : compression du mélange

Δ CD : en C, une étincelle provoque l'explosion, qui est suivie par une compression isochore

Δ DE : détente

Δ EB : l'ouverture de la soupape d'échappement étend le mélange jusqu'à la pression atmosphérique

Δ BA : les gaz brûlés sont évacués.

La compression BC et la détente DE sont suffisamment rapides pour qu'on puisse négliger les échanges thermiques du gaz avec les parois. On suppose que température et pression sont homogènes.

Tournez la page SVP

A.1. En première approximation, on considère que la nature et la quantité de gaz ne changent pas au cours du cycle.

A.1.a. Justifier cette hypothèse sachant que le mélange air-combustible (alcane de formule brute C_7H_{16}) est injecté dans les proportions stœchiométriques.

A.1.b. Lors de quelle partie du cycle le gaz reçoit-il de la chaleur ? Exprimer la chaleur Q_{ch} reçue de la source chaude ainsi que le travail W reçu par le gaz lors d'un cycle en fonction des températures T_B , T_C , T_D et T_E .

A.1.c. Exprimer le rendement du moteur $\eta = W/Q_{ch}$ en fonction de γ et du taux de compression $\alpha_v = V_B/V_C$.

Application numérique : $\alpha_v = 8$ et $\gamma = 1,4$.

A.2.

A.2.a. Dans le cadre des hypothèses précédentes, déterminer la température T_C atteinte juste avant l'explosion.

A.2.b. On trouve dans les tables que l'enthalpie de combustion d'une mole de C_7H_{16} vaut $\Delta H_f(T_0) = -4730 \text{ kJ mol}^{-1}$ à $T_0 = 300\text{K}$ et sous pression atmosphérique.

ΔH_f dépend-elle de la pression ?

Déterminer $\Delta H_f(T_C)$ en fonction de $\Delta H_f(T_0)$ et des capacités calorifiques des produits de réaction et des réactifs.

Application numérique :

Gaz	O ₂	CO ₂	C ₇ H ₁₆	H ₂ O	N ₂
$C_p \text{ (J K}^{-1} \text{ mol}^{-1})$	36	57	270	44,5	33,8

A.2.c. Montrer que la variation d'énergie interne $\Delta U_f(T)$ lors de la combustion est donnée par : $\Delta U_f(T) = \Delta H_f(T) - \Delta n RT$, où Δn est la différence entre la somme des coefficients stœchiométriques des produits et la somme des coefficients stœchiométriques des réactifs.

En définitive, que pensez-vous de la différence $\Delta U_f(T_C) - \Delta H_f(T_0)$?

Tournez la page SVP

A.2.d. Démontrer la relation de Mayer : $C_p - C_v = R$ pour une mole de gaz parfait.

A.2.e. Faire un bilan des quantités de chaleurs mises en jeu lors de la phase CD et en déduire la température finale T_D . On supposera que les échanges thermiques avec les parois sont négligeables.

Application numérique : voir A.2.b.

A.2.f. En réalité, la température T_D est proche de 1600 K, notablement plus basse que la valeur obtenue au A.2.e. Proposez des explications à ce désaccord.

A.3.a. On considère un moteur fonctionnant dans les conditions précédentes ($T_D = 1600$ K). En négligeant toujours les échanges thermiques du gaz avec les parois lors des phases de compression et de détente, calculer la puissance délivrée s'il tourne à 4000 tours par minute et si sa cylindrée est deux litres (i. e. le volume de gaz frais admis à chaque tour est deux litres) ?

A.3.b. Quel serait le rendement d'un moteur *idéal* dont le mélange gazeux suivrait un cycle de Carnot entre les températures extrêmes atteintes lors d'un cycle réel ? Commenter.

Partie B

Dans un mélange réactif instable, la combustion s'opère via la propagation d'un front de flamme qui sépare le milieu initial (gaz frais) du milieu final composé des gaz brûlés. On s'intéresse dans cette partie à la structure du front de flamme. On se propose en particulier de déterminer la structure du champ de température à l'intérieur de la flamme ainsi que la vitesse de propagation de celle-ci.

On se place dans un cas où le nombre total de moles est conservé. On note symboliquement la réaction : $A + O \rightarrow 2 P$, où A désigne le combustible.

On se place également dans une géométrie simple : la réaction a lieu dans un tube calorifugé de section S et on se limite à un front plan, si bien que la seule variable d'espace est la direction de propagation (cf fig. 2.a). Avant réaction, les gaz sont à la température T_f et au repos dans le référentiel du laboratoire. On suppose que la structure de la flamme est stationnaire. On considère la pression P , la capacité thermique c_P par unité de masse ainsi que la conductivité thermique K constantes, uniformes et indépendantes de la température.

Tournez la page SVP



On note T la température, v la vitesse du gaz, ρ la masse volumique totale et ρ_A la masse volumique de l'espce A. Ces quatre quantités sont fonctions de x . Pour mesurer la quantité de A, on utilise aussi $X_A = \rho_A/\rho$. On se placera dans le référentiel qui se déplace avec la flamme, dans lequel $v(x)$, $\rho(x)$, $\rho_A(x)$ et $T(x)$ sont indépendantes du temps.

B.1. Bilan de masse pour l'espce A.

B.1.a. On note Φ^{conv} le flux de masse de combustible convecté, c'est à dire dû au mouvement d'ensemble du fluide. Exprimer Φ^{conv} en fonction de S , v et ρ_A .

B.1.b. On rappelle que le flux de masse Φ^{dif} dû à la diffusion est donné par la loi de Fick:

$$\Phi^{\text{dif}} = -D S \frac{d\rho_A}{dx}, \text{ où } D \text{ est la diffusivité de A.}$$

En déduire l'expression de Φ , flux total de masse de combustible.

B.1.c. Du fait de la combustion, la quantité de combustible diminue. On note σ_A le taux de consommation de A par unité de volume : $\sigma_A S dx dt$ est la masse de A consommée dans le volume $S dx$ pendant le temps dt .
Ecrire le bilan de masse pour l'espce A.

B.1.d. Montrer que la somme pour toutes les espèces des flux de masse d'origine diffusive est nulle ; on supposera que la diffusivité D est la même pour toutes les espèces.

B.1.e. En utilisant la conservation de la masse, montrer que la quantité ρv est uniforme.

B.1.f. On note $\rho_f U$ la constante $\rho_f v$, où ρ_f est la masse volumique des gaz frais loin de la flamme.

Montrer que U représente la norme de la vitesse de la flamme par rapport aux gaz frais. Montrer que le bilan de masse pour l'espce A se met en définitive sous la forme :

$$\rho_f U \frac{dX_A}{dx} = \sigma_A. \quad (1)$$

Tournez la page SVP

B.2. Bilan de chaleur.

On note Q la valeur absolue de la quantité de chaleur dégagée par la combustion d'une mole de gaz A.

B.2.a. Montrer que Q ne dépend pas du mode de réaction, et est indépendante de la température des gaz frais.

B.2.b. On note σ_Q le taux de production de chaleur par unité de volume. Exprimer σ_Q en fonction de Q , de σ_A et de la masse molaire M_A de A.

B.2.c En vous inspirant de la question B.1, justifier qualitativement la forme du bilan de chaleur :

$$\rho c_p (T - T_f) = \sigma_Q. \quad (2)$$

B.3. Bilan d'enthalpie.

B.3.a. Montrer que l'enthalpie par unité de masse s'écrit, à une constante additive près :
 $h = c_p T + X_A h_A$.

B.3.b. À l'aide du bilan de masse et du bilan de chaleur, déterminer le bilan d'enthalpie.

B.3.c. En intégrant cette équation entre $x = -\infty$ et $x = +\infty$, montrer que l'enthalpie des gaz frais a même valeur que celle des gaz brûlés.

En déduire T_b en fonction de T_f , M_A , Q , c_p , et de la valeur X_f de X_A dans les gaz frais.

B.3.d. On se place dorénavant dans l'hypothèse où les coefficients de diffusion de la chaleur et de A sont égaux : $K = \rho c_p D$.

Déterminer l'équation régissant le bilan de h dans ce cas, et montrer que $h = h_A$ est solution. On admettra que c'est la seule solution physique.

B.3.e. On définit la concentration massique réduite χ et la température réduite θ par :

$$\chi = X_A / X_f$$

$$\theta = (T - T_f) / (T_b - T_f)$$

Montrer que : $\chi = 1 \pm \theta$. Quelles sont les valeurs que peut prendre θ ? En définitive, quelle simplification considérable permet l'hypothèse de la question B.3.d ?

B.4. Structure de flamme.

B.4.a. Montrer que le bilan de chaleur se met sous la forme :

$$U \pm D_0 = \omega(\theta) \quad (3)$$

Donner l'expression de la constante D_0 , exprimer $\omega(\theta)$ en fonction de σ_A , X_f et ρ_f .

Quelle est la dimension de $\omega(\theta)$?

B.4.b. Pour résoudre l'équation (3), on modélise $\omega(\theta)$ par une fonction simple :

$$\begin{aligned} 0 \leq \theta < 1 \pm \varepsilon & : & \omega(\theta) &= 0 \\ 1 \pm \varepsilon \leq \theta < 1 & : & \omega(\theta) &= \omega_0/\varepsilon \\ \theta = 1 & : & \omega(1) &= 0 \end{aligned}$$

Le taux de consommation σ_A n'est autre que la vitesse de réaction ; quelle est la signification physique de la forme choisie pour $\omega(\theta)$?

Dans la suite, on fixe l'origine O de l'axe Ox au point où $\theta = 1 \pm \varepsilon$, et on note δ l'abscisse du point où θ devient égal à 1. Si on considère alors ω comme une fonction de x , $\omega(x)$ a l'allure suivante :

On note $d = D_0/U$ et $\lambda = U/\omega_0$.

B.4.c. Résoudre l'équation (3) dans le domaine $-\infty < x < 0$ et déterminer complètement $\theta(x)$ dans ce domaine en utilisant les valeurs de θ aux limites.

B.4.d. Répondre à la même question pour le domaine $0 < x < +\infty$.

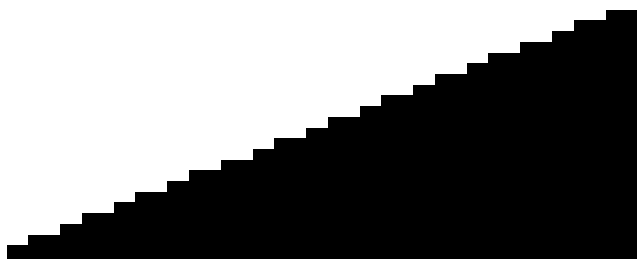
B.4.e. Trouver la solution générale de l'équation (3) pour $0 < x < \delta$. En utilisant les conditions de raccordement pour $\theta(x)$ en $x = \delta$, montrer que :

■

B.4.f. En utilisant les conditions de raccordement en $x = 0$, montrer que :

$$\bar{\delta} = \lambda \varepsilon$$

■



(4)

B.5. En pratique, le paramètre ε est petit devant 1.

B.5.a. Dans cette approximation, montrer que $\lambda = 2d$.

Représenter l'allure de la température réduite θ et du taux de réaction ω en fonction de x/d . Indiquer la zone de préchauffage et la zone de réaction.

B.5.b. Pourquoi appelle-t-on d l'épaisseur de flamme ?

Exprimer $1/\omega_0$ en fonction de d et U . Pourquoi $1/\omega_0$ est-il appelé temps de transit ?

Dans des conditions usuelles ($T_b \approx 2000$ K), pour un hydrocarbure tel que le butane, ω_0 est de l'ordre de 10^4 Hz et D_0 vaut $10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Calculer la vitesse de flamme U .

B.6. Pour le type de combustion étudié, la vitesse de flamme est donc fixée par le coefficient de diffusion et le taux de réaction. La combustion qui se produit dans un moteur (phase C $\rightarrow$ D de la fig. 1) peut-elle rentrer dans cette catégorie ?