المستوي : 3 ع ت **الأعـــداد المـركـبـــة**

التمرين 1 : أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري : $Z = \frac{i}{2i+1}$ ، $Z = \frac{3i+2}{i+4}$ ، $Z = \frac{i+2}{2-i}$ ، $Z = \frac{-i+3}{-i+4}$

التمرين2 : Z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له

عين طويلة وعمدة كل من الأعداد المركبة التالية : $\overline{Z}$ ، $\frac{3}{Z}$ ، $\frac{-2}{Z}$ ، $4iZ$ ، $(iZ)^5$

التمرين3 : من أجل كل عدد مركب يختلف عن $-1+i$ ، نضع : $f(z) = \frac{2z-i}{z+1-i}$ حيث: $z = x + iy$

نعتبر النقط C ، B، A ،التي لواحقها على الترتيب : $-1+i$ ، $\frac{1}{2}i$ ، $-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}i$

حل في C المعادلة $f(\bar{z}) = -2$

حدد $Re(f(z))$ ، $Im(f(z))$ بدلالة x و y

حدد مجموعة M النقط ذات اللاحقة z بحيث يكون $f(z)$ حقيقيا

حدد مجموعة M النقط ذات اللاحقة z بحيث يكون $|f(z)| = 2$

بين أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في C

التمرين 4 : ليكن العددين المركبين z_0 و z_1 حيث: $z_0 = 1+i$ و $z_1 = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$

أكتب كلا من z_0 و z_1 على الشكل المثلثي

عين الشكل المثلثي للعدد المركب $z = \frac{z_1}{z_0}$

أكتب z على الشكل الجبري واستنتج : $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

كيف يمكن اختيار العدد الطبيعي n حتى يكون $z_1^{\,n}$ عددا حقيقيا موجبا ، عددا تخيليا صرفا.

التمرين 5 : عين طويلة وعمدة L حيث : $L = \frac{1+i}{i\sqrt{3}-1}$ ثم استنتج حلول المعادلة : $z^3 = L$

التمرين6: z عدد مركب يختلف عن1 و $L = \frac{z+1}{z-1}$ نضع $z[1,\theta]$ و $\theta \in]0,\pi[$

أوجد طويلة وعمدة L بدلالة θ

عين θ حتى يكون $L = -i$

عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حتى يكون L حقيقيا ، L تخيليا صرفا ، $|L| = 1$ ، $argL = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

التمرين7: z عدد مركب و $f(z) = z + l^{2-}$ ، حيث : $l = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

تأكد أن $|l| = 1$ و $\bar{l} = l^2$ ، و $l^3 = 1$

بين أن من أجل كل z فإن: $|f(z)|^2 - 2|z|^2 = 2Re\left(lz^2\right)$

برهن أن $l^2 f(z)$ حقيقي

التمرين8: z_0 و z_1 عددان مركبان حيث: $z_0 = 1+i$ و $z_0 \times z_1 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{19\pi}{12}}$

عين طويلة وعمدة كل من z_0 و z_1

أكتب الشكل الجبري لـ : $z_0 \times z_1$

استنتج قيمتي : $cos\left(\frac{19\pi}{12}\right)$ و $sin\left(\frac{19\pi}{12}\right)$

كيف يمكن اختيار العدد الطبيعي n حتى يكون : $\left(z_0 \times z_1\right)^n$ حقيقيا

x عدد حقيقي و z عدد مركب حيث : $(x-1)\left(cos\frac{\pi}{4} - isin\frac{\pi}{4}\right)$

ناقش حسب x طويلة وعمدة

التمرين8: لتكن النقط D، C، B، A التي لواحقها على الترتيب: $Z_1 = \sqrt{3}i$, $Z_2 = -\sqrt{3}i$, $Z_3 = 3 + 2\sqrt{3}i$, $Z_4 = \overline{Z}_3$

أثبت أن النقط D، C ، B، A تنتمي إلى نفس الدائرة

لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة لـ O لاحقتها Z_0 بين أن $\frac{Z_3-Z_2}{Z_0-Z_2} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عين طبيعة المثلث BEC

التمرين9: حل في C المعادلة: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$ ، z_1 و z_2 الحلين حيث z_1 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب

أكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل المثلثي

استنتج الشكل المثلثي للعدد المركب $\frac{z_1}{z_2}$ ، ثم بين أن: $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{1430} = -1$

نعتبر النقطتين B، A ذاتي اللاحقتين: $Z_1 = 4\sqrt{3} - 4i$, $Z_2 = 4\sqrt{3} + 4i$ على الترتيب

أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي

أحسب المسافات AB ، $A O$، $B O$; ثم استنتج نوع المثلث OAB

لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_0 = 2i$ نسمي G مرجح $O(-1), B(1), D(1)$، عين لاحقة G وبين أن $OBGD$ متوازي أضلاع