PODEMOS

É importante resolver todos os simulados para se preparar para a prova! As questões dissertativas valem 1,3 e as objetivas 0,3. Totalizando 10 pontos por prova.

Minicurso – FIC

Prof. Otávio Luciano Camargo Sales de Magalhães

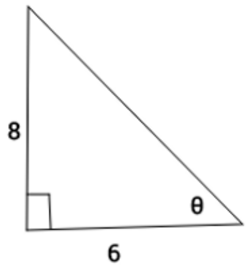
Módulo MS3 - Razões Trigonométricas

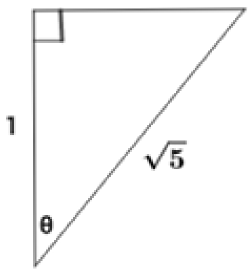
sem equivalência

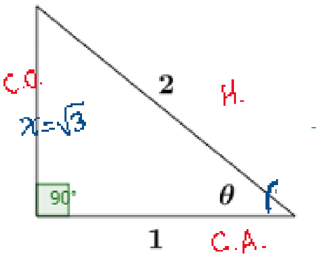
Questões Discursivas

Questão 1

Dado cada triângulo, ache θ , $\cos cos$ θ e θ







$x^2+1^2=2^2$

$x^2+1=4$

$x^2=3$

$\boxed{x=\sqrt{3}}$

$sen\,\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$cos\,\theta=\frac{1}{2}$

$tg\,\theta=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$

EXTRA

$\frac{sen\,\theta}{cos\,\theta}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{1}=\sqrt{3}$

$tg\,\theta=\frac{sen\,\theta}{cos\,\theta}$

$\frac{sen\,\theta}{cos\,\theta}=\frac{\frac{CO}{H}}{\frac{CA}{H}}=\frac{CO}{\cancel{H}}\cdot\frac{\cancel{H}}{CA}=\frac{CO}{CA}=tg\,\theta$

$\boxed{sen^2\theta+cos^2\theta=1}$

SOH
CAH
TOA

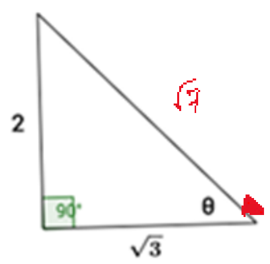
Então

$\Rightarrow\theta=arc\,sen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\Rightarrow\theta=60°.$

$sen\,30°=\frac{1}{2}$ $\quad arc\,sen\left(\frac{1}{2}\right)=30°$ $\quad sen^{-1}$

$cos\,45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad arc\,cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=45°$ $\quad arg\,sen$

$tg\,60°=\sqrt{3}$ $\quad arc\,tg\left(\sqrt{3}\right)=60°$ $\quad arco\,seno$



$x^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2$

$x^2 = 4 + 3$

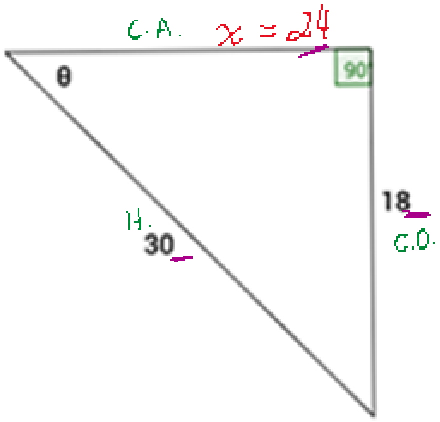
$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7}$

$\text{sen}\,\theta = \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

$\text{tg}\,\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

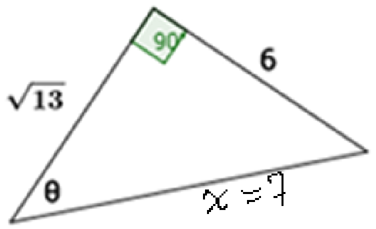


$$x^2 + 18^2 = 30^2$$
$$x^2 + 324 = 900$$
$$x^2 = 900 - 324$$
$$x^2 = 576$$
$$x = \sqrt{576}$$
$$x = 24$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$
$$\cos \theta = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

SOH
CAH
TOA

$(3, 4, 5)$
$\downarrow \ \downarrow \ \downarrow$
18 24 30



$$x^2 = 6^2 + (\sqrt{13})^2$$

$$x^2 = 36 + 13$$

$$x^2 = 49$$

$$\boxed{x = 7}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \boxed{\frac{6}{7}}$$

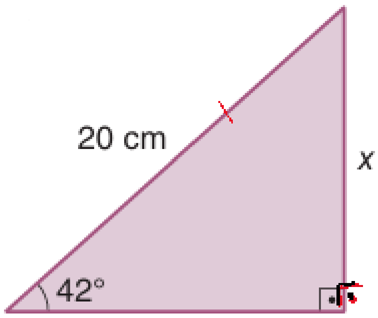
$$\cos \theta = \boxed{\frac{\sqrt{13}}{7}}$$

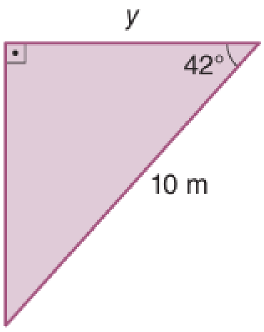
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{6}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \boxed{\frac{6\sqrt{13}}{13}}$$

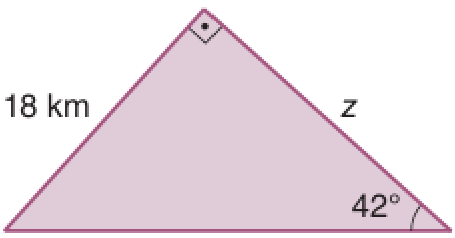
Questão 2

PARTE I

Determine os valores de x, y e z, dados sen 42° = 0,67, cos 42º = 0,74 e tg 42º =0,90.

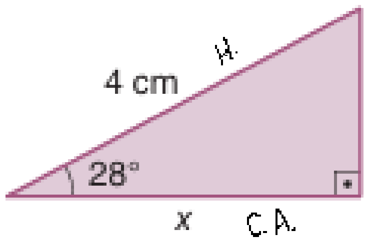






PARTE II

Determine os valores de x em cada caso, dados sen 28° = 0,46, cos 28° = 0,88 e tg 28° = 0,53.

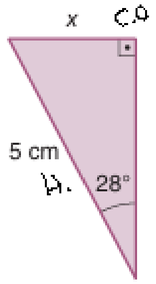


$\cos 28° = \frac{x}{4}$

$0{,}88 = \frac{x}{4}$

[illegible]

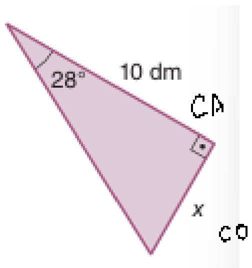
SOH
CAH
TOA



$\text{sen } 28° = \frac{x}{5}$

$0{,}46 = \frac{x}{5}$

[illegible]



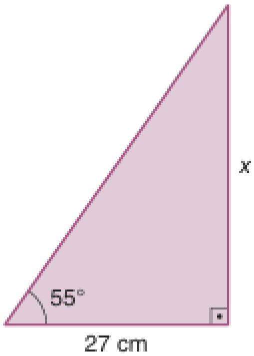
$\text{tg } 28° = \frac{x}{10}$

$0{,}53 = \frac{x}{10}$

$\boxed{x = 5{,}3 \text{ dm}}$

PARTE III

Sabendo que sen 55° = 0,81 e cos 55° = 0,57, termine o valor de x na figura.



C.O.

C.A.

$$tg\,55° = \frac{sen\,55°}{cos\,55°} = \frac{0,81}{0,57}$$

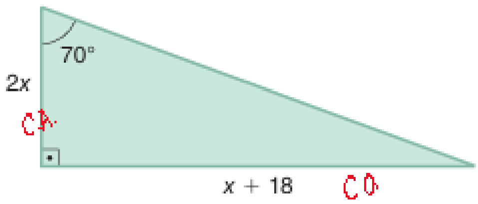
$$\frac{0,81}{0,57} = \frac{x}{27}$$

$$x = \frac{27 \cdot 0,81}{0,57}$$

$$\boxed{x = 38,37}$$

PARTE IV

Dado sen 70°=0,94, cos 70°=0,34 e tg70°=2,75, determine o valor de x em cada caso:



CA.

CO

$$tg\,70° = \frac{x+18}{2x}$$

$$2,75 = \frac{x+18}{2x}$$

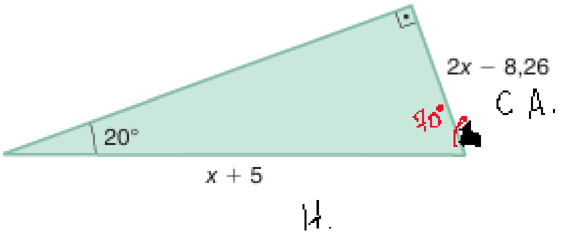
$$5,5x = x + 18$$

$$5,5x - x = 18$$

$$4,5x = 18$$

$$x = \frac{18}{4,5}$$

$$x = 4$$



$\cos 70° = \dfrac{2x - 8{,}26}{x+5}$

$0{,}34 = \dfrac{2x - 8{,}26}{x+5}$

$2x - 8{,}26 = 0{,}34(x+5)$

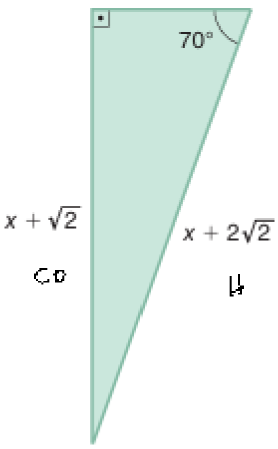
$2x - 8{,}26 = 0{,}34x + 1{,}7$

$2x - 0{,}34x = 1{,}7 + 8{,}26$

$1{,}66x = 9{,}96$

$x = \dfrac{9{,}96}{1{,}66}$

$x = 6$



$\text{sen } 70° = \dfrac{x + \sqrt{2}}{x + 2\sqrt{2}}$

$0{,}94 = \dfrac{x + \sqrt{2}}{x + 2\sqrt{2}}$

$0{,}94(x + 2\sqrt{2}) = x + \sqrt{2}$

$0{,}94x + 1{,}88\sqrt{2} = x + \sqrt{2}$

$0{,}94x - x = \sqrt{2} - 1{,}88\sqrt{2}$

$-0{,}06x = -0{,}88\sqrt{2}$

$6x = 88\sqrt{2}$

$x = \dfrac{88\sqrt{2}}{6}$

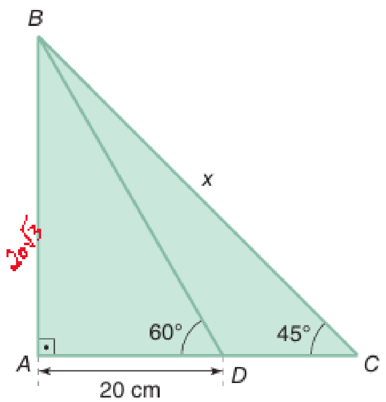
$\boxed{x = \dfrac{44\sqrt{2}}{3}}$

$0{,}94 - 1 = 0{,}06$

$1 - 1{,}88 = -0{,}88$

PARTE V

Determine a medida de x:



$\text{tg } 60° = \dfrac{AB}{20}$

$\sqrt{3} = \dfrac{AB}{20}$

[illegible]

$\text{sen } 45° = \dfrac{20\sqrt{3}}{x}$

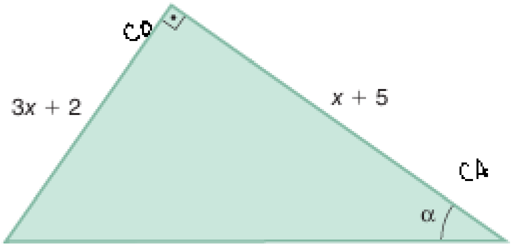
$\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{20\sqrt{3}}{x}$

$\sqrt{2}\,x = 40\sqrt{3}$

$x = \dfrac{40\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{40\sqrt{6}}{2} =$ [illegible]

PARTE VI

Obtenha o valor de x na figura sabendo que $sen\,\alpha = 0,6$ e $\cos cos\,\alpha = 0,8$. $tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$



$tg\,\alpha = \frac{3x+2}{x+5}$

$\frac{3}{4} = \frac{3x+2}{x+5}$

$4(3x+2) = 3(x+5)$

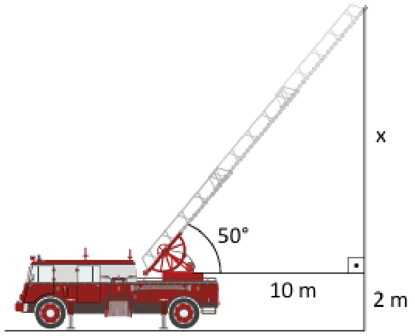
$12x + 8 = 3x + 15$

$12x - 3x = 15 - 8$

$9x = 7$

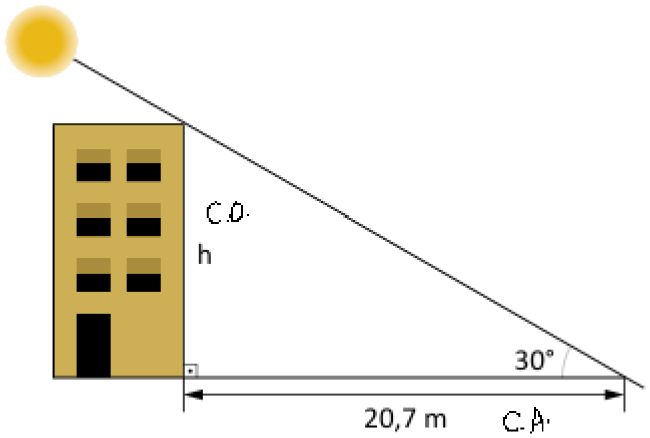
Questão 3

a)**(COC)** A base da escada de um caminhão de bombeiros está posicionada a 10 metros de um edifício, formando um ângulo de 50°com a horizontal. Veja o esquema.



De acordo com as informações apresentadas na figura e considerando que a escada está posicionada exatamente no topo do edifício, determine a altura total do edifício. Use tg 50º = 1,192.

b)**(COC)** Em determinada hora do dia, o Sol produz uma sombra de um prédio no chão de comprimento de 20,7 m e nesse instante um dos raios do sol forma um ângulo de 30º com o solo, conforme ilustra a figura a seguir.



$$tg\,30^\circ = \frac{h}{20{,}7}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{20{,}7}$$

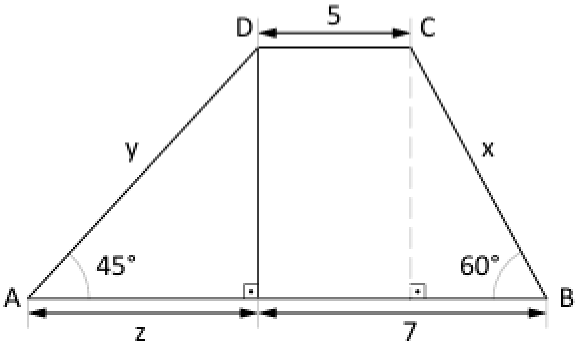
$$\frac{1{,}73}{3} = \frac{h}{20{,}7}$$

$$h = \frac{20{,}7 \cdot 1{,}73}{3}$$

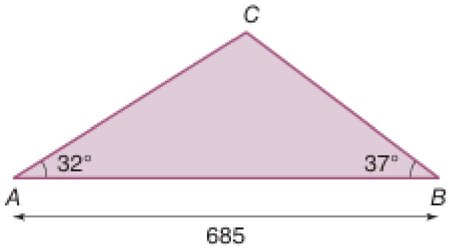
$$h = 11{,}937\ m$$

Com base nessas informações, determine a altura aproximada do prédio. Para isso considere $\sqrt{3} = 1,73$.

c)**(COC)** O quadrilátero ABCD a seguir é um trapézio. Determine a medida de seu perímetro. Considere $\sqrt{3} = 1,73$ e $\sqrt{6} = 2,45$.



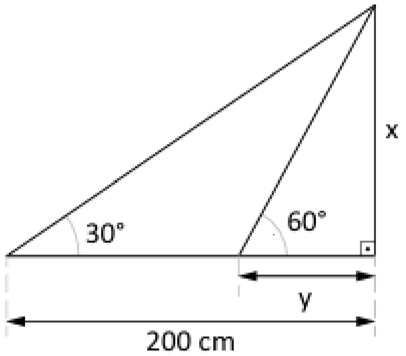
d)**(Manoel Paiva)** Em um porto, o cais reto AB tem 685 m de comprimento e pode ser considerado no mesmo nível do mar. Dos pontos A e B, vê-se uma ilhota C tal que m(CÂB)=32º e m($C\hat{B}A$)=37º, conforme a figura:



Adotando os valores apresentados na tabela abaixo, calcular a distância entre a ilhota e o cais.

	32°	37°
sen	0,53	0,60
cos	0,85	0,80
tg	0,62	0,75

e) Ache os valores de x e y:



$$tg\ 30^\circ = \frac{x}{200}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{200}$$

$$3x = 200\sqrt{3}$$

$$x = \frac{200\sqrt{3}}{3}$$

$$tg\ 60^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\frac{200\sqrt{3}}{3}}{y}$$

$$\cancel{\sqrt{3}}\,y = \frac{200\cancel{\sqrt{3}}}{3}$$

$$y = \frac{200}{3}$$

f)**(Manoel Paiva)** Calcule o valor da expressão:

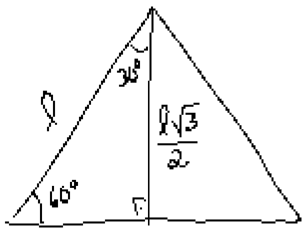
$$E = \frac{sen^2 45° + 60°}{tg^4 60°}$$

$$(\sqrt{3})^4 = 3^2$$

$$= \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4}{(\sqrt{3})^4} = \frac{\frac{2}{4} + \frac{1}{16}}{9}$$

$$= \frac{\frac{8+1}{16}}{9} = \frac{\frac{9}{16}}{9} = \frac{\cancel{9}}{16} \cdot \frac{1}{\cancel{9}} = \boxed{\frac{1}{16}}$$

g)Prove que $sen\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



$$sen\ 60° = \frac{\frac{\cancel{\ell}\sqrt{3}}{2}}{\cancel{\ell}_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

h)Calcule o valor da expressão

$$E = \frac{4\,tg\,\alpha - 2}{tg^2\alpha} = \frac{4\cdot\frac{3}{4} - 2}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3-2}{\frac{9}{16}} = \frac{1}{\frac{9}{16}} = \boxed{}$$

sabendo que α é a medida de um ângulo agudo e

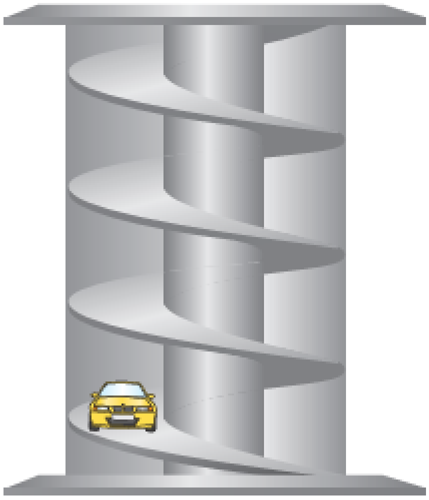
$$4\,sen\,\alpha = 3\cos\alpha$$

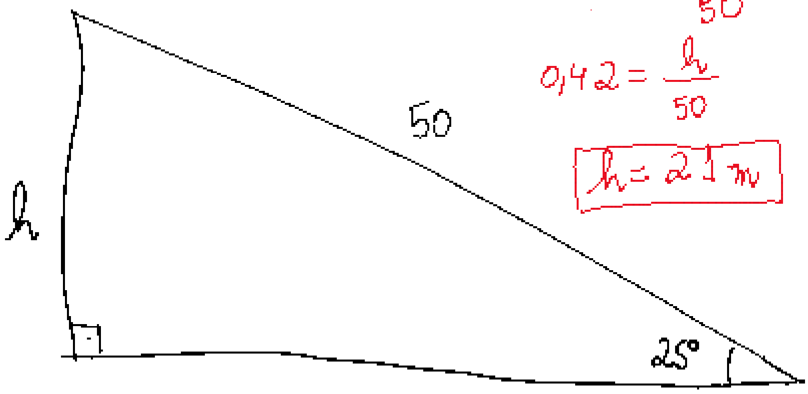
$$\frac{1}{\frac{9}{16}} = 1\cdot\frac{16}{9}$$

$$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3}{4}$$

i)**(Manoel Paiva)** No estacionamento de um shopping center, uma rampa espiralada de 50 m de comprimento liga o piso térreo ao piso superior. Sabendo que a rampa tem inclinação constante de 25º com a horizontal, em toda a sua extensão, determine a altura do piso superior em relação ao piso térreo.

Adote sen 25° = 0,42, cos 25° = 0,91 e tg 25° = 0,47





$$\text{sen } 25° = \frac{h}{50}$$

$$0{,}42 = \frac{h}{50}$$

$$\boxed{h = 21 \text{ m}}$$

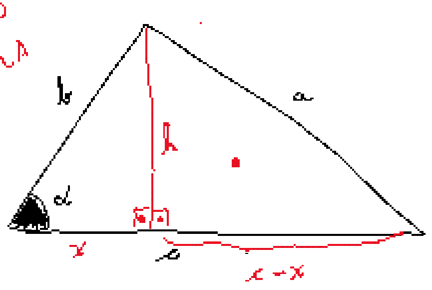
Questão 4

Aceite que:

$$sen(180° - \alpha) = sen\,\alpha$$

$$\cos cos\,(180° - \alpha) = \cos cos\,\alpha$$

DEDUÇÃO DA FÓRMULA



$\cos\alpha = \frac{x}{b}$

$x = b\cos\alpha$

$h^2 + x^2 = b^2$

$h^2 = b^2 - x^2$

$a^2 = h^2 + (c - x)^2$

$a^2 = b^2 - \cancel{x^2} + c^2 - 2cx + \cancel{x^2}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2c\,b\cos\alpha$

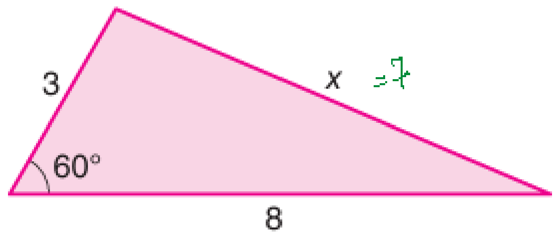
$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ LEI DOS COSSENOS

Lei dos Cossenos

PARTE I

Determinar a medida de x em cada figura:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ LEI DOS COSSENOS



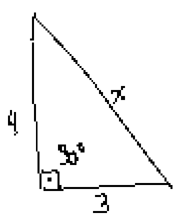
$x^2 = 3^2 + 8^2 - 2\cdot 3\cdot 8\cdot\cos 60°$

$x^2 = 9 + 64 - \cancel{2}\cdot 24\cdot\frac{1}{\cancel{2}}$

$x^2 = 73 - 24$

$x^2 = 49$

$\boxed{x = 7}$



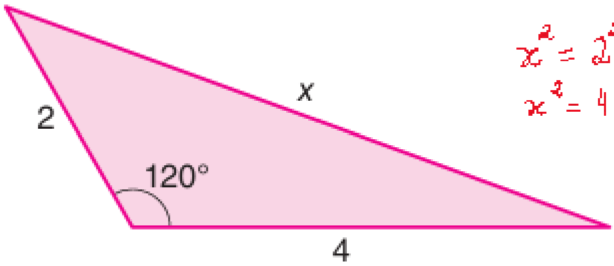
$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2\cdot 3\cdot 4\cdot\cos 90°$

$x^2 = 9 + 16 - 0$

$x^2 = 25 - 0$

$x^2 = 25$

$\boxed{x = 5}$



$$x^2 = 2^2 + 4^2 - 2\cdot\underbrace{2\cdot 4}\cdot\cos 120°$$

$$x^2 = 4 + 16 - \cancel{2}\cdot 8\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$$

$$x^2 = 20 + 8$$

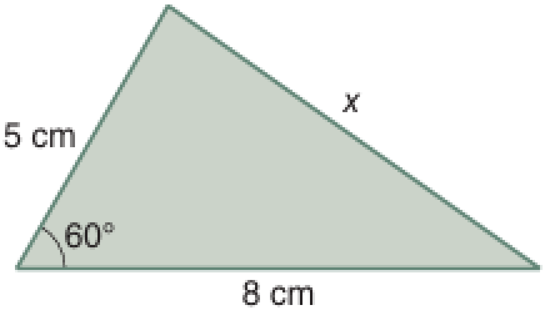
$$x^2 = 28$$

$$x = \sqrt{28}$$

28	2
14	2
7	7
1	

$= -\frac{1}{2}$

$\cos\alpha = -\cos(180° - \alpha)$



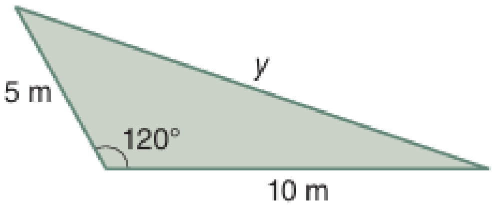
$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2\cdot 5\cdot 8\cdot \cos 60^\circ$

$x^2 = 25 + 64 - \cancel{2}\cdot 40 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$

$x^2 = 89 - 40$

$x^2 = 49$

$\boxed{x = 7}$



$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$

$y^2 = 5^2 + 10^2 - 2\cdot 5\cdot 10\cdot \cos 120^\circ$

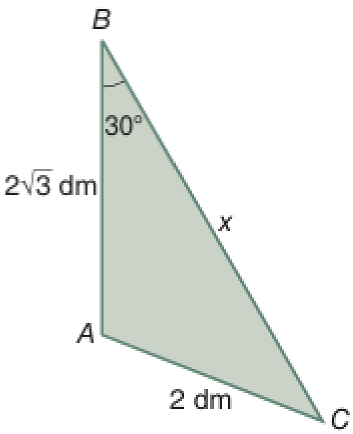
$y^2 = 25 + 100 - \cancel{2}\cdot 50\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$ $\quad y = \sqrt{175}$

$y^2 = 125 + 50$

$y^2 = 175$

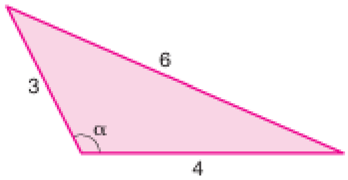
$y = 5\sqrt{7}$

$$\begin{array}{r|l} 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$



PARTE II

Calcule o valor de $\cos\cos\alpha$ na figura:



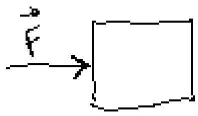
$6^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos\alpha$

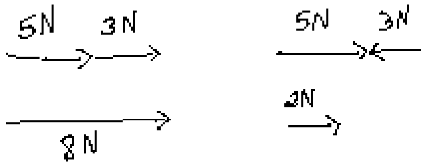
$36 = 9 + 16 - 24 \cos\alpha$

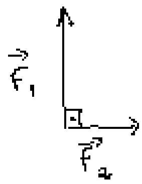
$36 = 25 - 24 \cos\alpha$

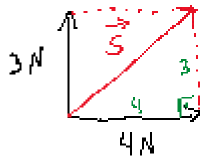
$24 \cos\alpha = 25 - 36$

$24 \cos\alpha = -11$









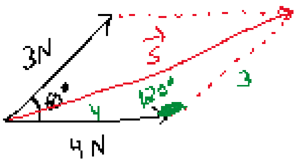
$\vec{S}^2 = 3^2 + 4^2$

$\vec{S}^2 = 25$

$\vec{S} = 5N$

$\vec{F}_R = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2}$

$\vec{F}_R = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2\cdot\vec{F}_1\cdot\vec{F}_2\cdot\cos\alpha}$



$\vec{S}^2 = 3^2 + 4^2 - 2\cdot3\cdot4\cdot\cos 120^\circ$

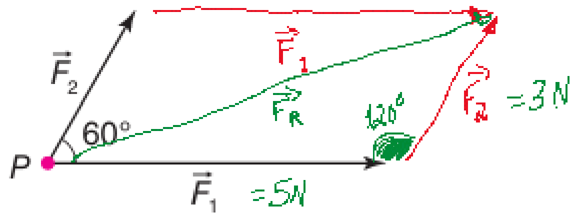
$\vec{S}^2 = 9 + 16 - \cancel{2}\cdot12\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$

$\vec{S}^2 = 25 + 12$

$\vec{S} = \sqrt{37}$

PARTE III

Sobre um ponto material P são aplicadas duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ possuem intensidades de 5 N e 3 N respectivamente. Calcule a força resultante que atua sobre esse ponto:



$\vec{F}_R^{\,2} = 3^2+5^2-2.3.5.\cos 120°$

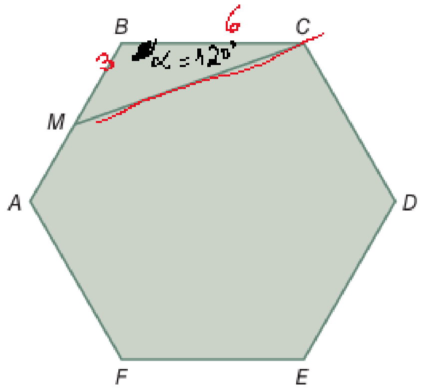
$\vec{F}_R^{\,2} = 9+25-\cancel{2}.15.\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$

$\vec{F}_R^{\,2} = 34+15$

$\vec{F}_R^{\,2} = 49$

PARTE IV

(Manoel Paiva) A figura abaixo representa um hexágono regular ABCDEF com 6 cm de lado. Sendo M o ponto médio do lado AB, calcule a medida do segmento MC.



$$a_{i_n} = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$$

$$= \frac{(6-2)\cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$MC^2 = 3^2 + 6^2 - 2\cdot 3\cdot 6\cdot \cos 120^\circ$$

$$MC^2 = 9 + 36 - \cancel{2}\cdot 18\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$$

$$MC^2 = 45 + 18$$

$$MC^2 = 63$$

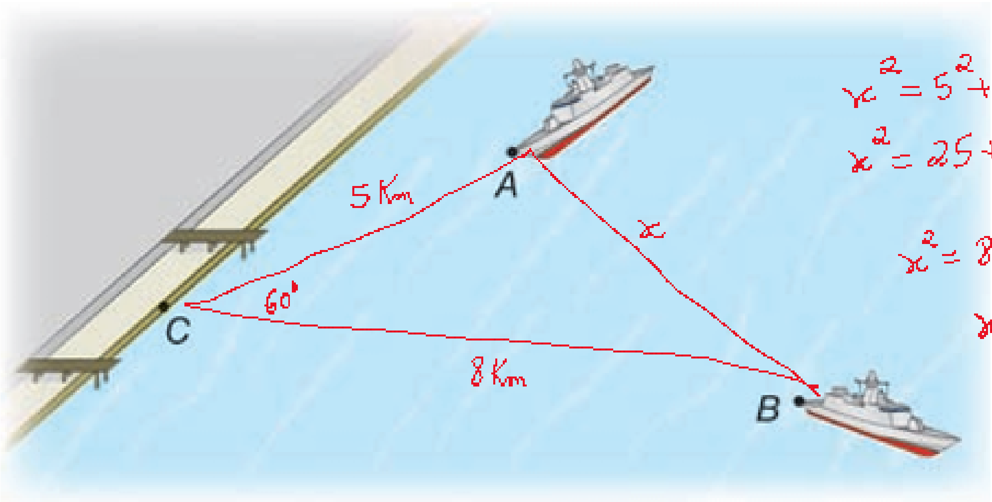
$$MC = \sqrt{63}$$

$$\boxed{[illegible]}$$

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

PARTE V

(Manoel Paiva) Dois navios, A e B, estão ancorados nas proximidades de um cais. De um ponto C do cais observam-se dois navios de modo que m($A\hat{C}B$)=60°, CA = 5 km e CB = 8 km. Calcule a distância entre os dois navios.



$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2.5.8.\cos 60°$

$x^2 = 25 + 64 - 2.40.\left(\frac{1}{2}\right)$

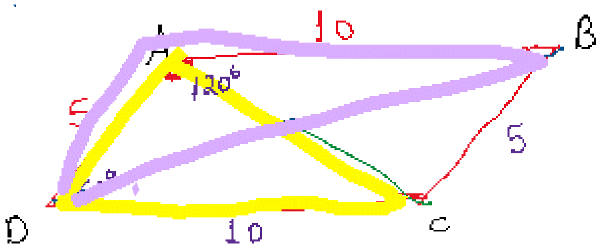
$x^2 = 89 - 40$

$x^2 = 49$

$\boxed{x = 7 \text{ Km}}$

PARTE VI

Dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 5 cm e 10 cm e formam entre si um ângulo de 120º. Calcule as medidas das diagonais desse paralelogramo.

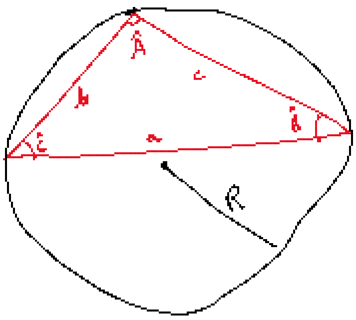


$$AC^2 = 5^2 + 10^2 - 2 . 5 . 10 . \cos 60^\circ$$
$$AC^2 = 25 + 100 - \cancel{2} . 50 . \frac{1}{\cancel{2}}$$
$$AC^2 = 125 - 50$$
$$AC^2 = 75$$
$$\boxed{AC = 5\sqrt{3}}$$

$$DB^2 = 5^2 + 10^2 - 2 . 5 . 10 \cos 120^\circ$$
$$DB^2 = 25 + 100 - \cancel{2} . 50 . \left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$$
$$DB^2 = 125 + 50$$
$$DB^2 = 175$$
$$\boxed{DB = 5\sqrt{7}}$$

Lei dos Senos

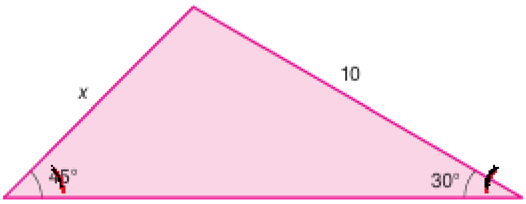
√ círculo perfeito!



$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} = 2R$$

PARTE VII

Determine os valores desconhecidos:



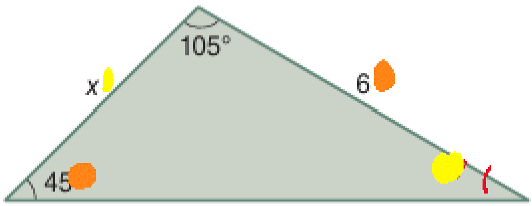
Lei dos Senos

$$\frac{10}{\operatorname{sen}45^\circ} = \frac{x}{\operatorname{sen}30^\circ}$$

$$\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}} = \frac{x}{\frac{1}{\cancel{2}}}$$

$$\sqrt{2}\,x = 10$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = \boxed{\;}$$



$$\frac{x}{\operatorname{sen}30^\circ} = \frac{6}{\operatorname{sen}45^\circ}$$

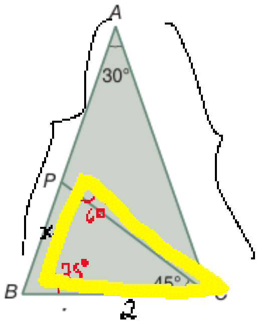
$$\frac{x}{\frac{1}{\cancel{2}}} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}}$$

$$\sqrt{2}\,x = 6$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = \boxed{\;}$$

PARTE VIII

(Manoel Paiva) No triângulo ao lado, BC = 2 cm e os lados AB e AC têm medidas iguais. Calcule a medida, em centímetro, do segmento BP.



$$\frac{x}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{2}{\operatorname{sen} 60^\circ}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}$$

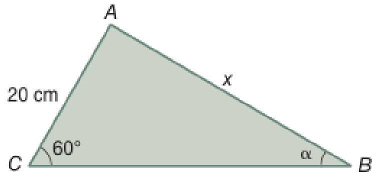
$$\sqrt{3}\,x = 2\sqrt{2}$$

$$x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$$

PARTE IX

(Manoel Paiva) No triângulo ABC representado abaixo, são dados AC = 20 cm e cos α = 0,6. Calcule a medida x d lado AB.



$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\operatorname{sen}^2\alpha + 0{,}6^2 = 1$

$\operatorname{sen}^2\alpha = 1 - 0{,}36$

$\operatorname{sen}^2\alpha = 0{,}64$

$\operatorname{sen}\alpha = 0{,}8$

$$\frac{x}{\operatorname{sen} 60^\circ} = \frac{20}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20}{0{,}8}$$

$$0{,}8x = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

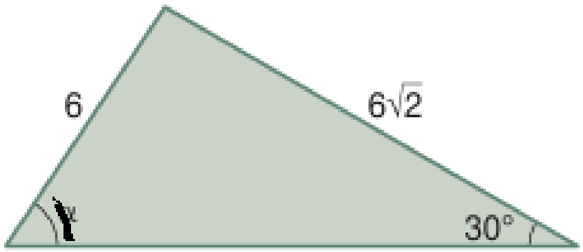
$$0{,}8x = 10\sqrt{3}$$

$$x = \frac{10\sqrt{3}}{0{,}8} = \boxed{\frac{25\sqrt{3}}{2}}$$

$$\frac{10{,}0}{0{,}8} = \frac{100}{8} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

PARTE X

(Manoel Paiva) Determine a medida α do ângulo agudo no triângulo a seguir.

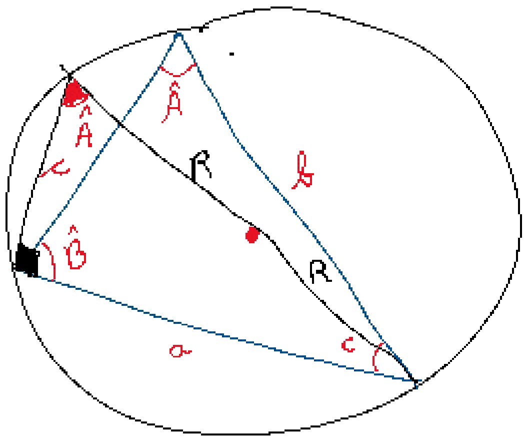


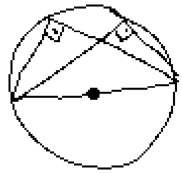
$$\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\text{sen } 30°} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}\sqrt{2}}{\text{sen } \alpha}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\text{sen}\alpha}$$

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 45°$$





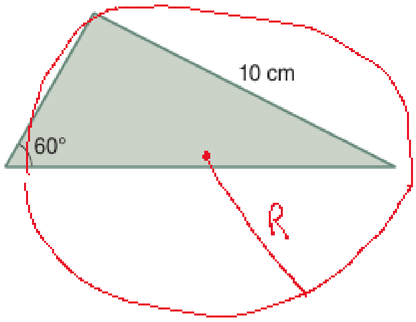
$$\operatorname{sen} \hat{A} = \frac{a}{2R} \qquad \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{2R} \qquad \operatorname{sen} \hat{C} = \frac{c}{2R}$$

$$2R = \frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} \qquad 2R = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} \qquad 2R = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}}$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} = 2R$$

PARTE XI

(Manoel Paiva) Calcule a medida do raio da circunferência circunscrita ao triângulo abaixo.



$$2R = \frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}}$$

$$2R = \frac{10}{\operatorname{sen} 60^\circ}$$

$$2R = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

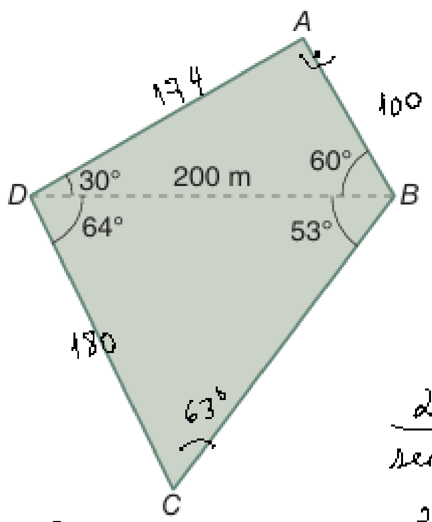
$$\cancel{2}R \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 10$$

$$R\sqrt{3} = 10$$

$$R = \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{10\sqrt{3}}{3}}$$

PARTE XII

(Manoel Paiva) Para calcular a área de um terreno plano com a forma de um quadrilátero ABCD, um topógrafo mediu a diagonal DB e os ângulos ∠ADB, ∠ABD, ∠CBD e ∠CDB, obtendo 200 m, 30º, 60º, 53º e 64º respectivamente. Como o auxílio da tabela abaixo, calcule a área desse terreno.



	sen	cos
30°	0,50	0,87
53°	0,80	0,60
63°	0,89	0,45
64°	0,90	0,44

$$A_\Delta = \frac{a\, b\, \text{sen}\,\alpha}{2}$$

$\text{sen } 30° = \frac{AB}{200}$ $\qquad$ $\cos 30° = \frac{AD}{200}$

$0{,}50 = \frac{AB}{200}$ $\qquad$ $0{,}87 = \frac{AD}{200}$

$AB = 100$ $\qquad$ $AD = 174$

$[ABD] = \frac{100 \cdot 174}{2} = 8700$

$\frac{200}{\text{sen } 63°} = \frac{DC}{\text{sen } 53°}$

$\frac{200}{0{,}89} = \frac{DC}{0{,}80}$

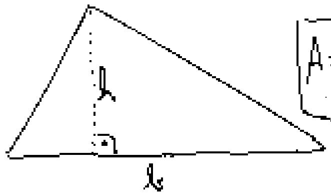
$0{,}89\, DC = 160 \rightarrow DC = \frac{160}{0{,}89}$

$DC \cong 180$

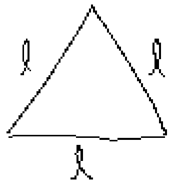
$[BCD] = \frac{180 \cdot 200 \cdot \text{sen } 64°}{2}$

$= \frac{180 \cdot 200 \cdot 0{,}90}{2} = 16\,200$

$[ABCD] = 24\,900$

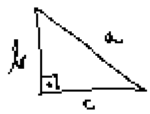


$$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2}}$$



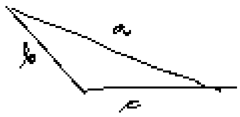
$$\boxed{A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}}$$

TRIÂNGULO EQUILÁTERO



$$\boxed{A = \frac{b \cdot c}{2}}$$

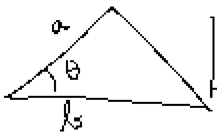
TRIÂNGULO RETÂNGULO



$p = \dfrac{a+b+c}{2}$ (semi-perímetro)

$$\boxed{A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

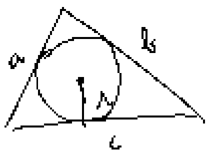
FÓRMULA DE HIERÃO



$$\boxed{A = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\theta}{2}}$$

$$\boxed{A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}}$$

$R \rightarrow$ raio da circunf. CIRCUNSCRITA

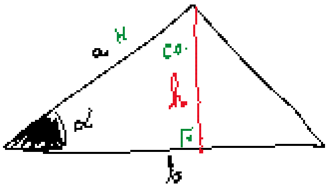


$p = \dfrac{a+b+c}{2}$

$$\boxed{A = p \cdot r}$$

$r \rightarrow$ raio da circunf. INSCRITA

Área do Triângulo



$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{a}$

$h = a \cdot \text{sen}\,\alpha$

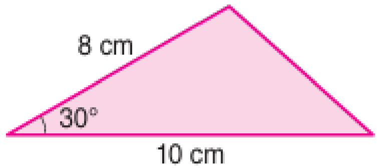
$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{b \cdot a \cdot \text{sen}\,\alpha}{2}$

[illegible]

PARTE XIII

Calcule a área de cada figura:



$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \text{sen } 30°$

$A = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \frac{1}{2}$

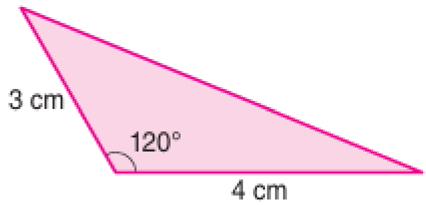
$A = \frac{1}{4} \cdot 80$

$A = \frac{8 \cdot 10 \cdot \text{sen } 30°}{2}$

$A = \frac{8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{2}$

$A = \frac{40}{2}$

$\boxed{A = 20 \text{ cm}^2}$

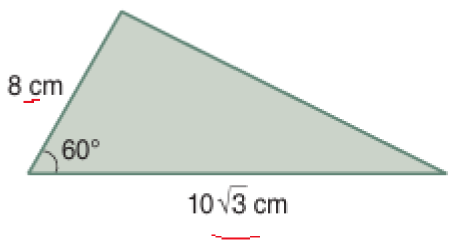


$\text{sen } 120° = \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$A = \frac{3 \cdot 4 \cdot \text{sen } 120°}{2}$

$A = \frac{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$

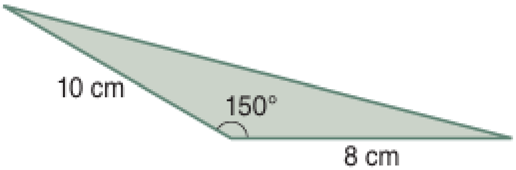
$A = \frac{6\sqrt{3}}{2} =$



$A = \frac{8 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \text{sen } 60°}{2}$

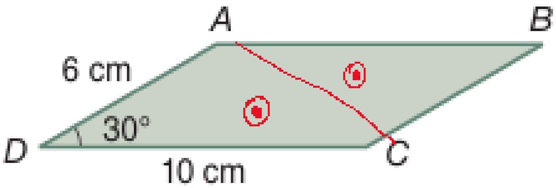
$A = \frac{8 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$

$A = \frac{40 \cdot 3}{2}$



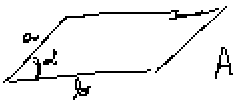
$$A = \frac{10\cdot 8\cdot \text{sen}\,150^\circ}{2} = \frac{10\cdot 8\cdot \frac{1}{2}}{2} = 20$$

$$\text{sen}\,150^\circ = \text{sen}\,30^\circ = \frac{1}{2}$$

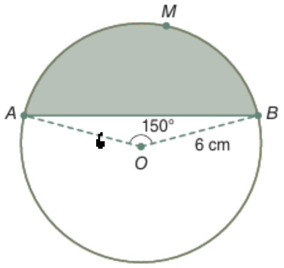


$$A = \frac{10\cdot 6\cdot \text{sen}\,30^\circ}{\cancel{2}}\cdot \cancel{2}$$

$$A = 60\cdot \frac{1}{2}$$



$$A = a\cdot b\cdot \text{sen}\,\alpha$$



$A_s = \frac{150}{360}\cdot\pi R^2$

$A_s = \frac{5}{12}\pi\cdot 6^2$

$A_s = \frac{5}{\cancel{12}_{1}}\pi\,\cancel{36}^{3}$

$A_s = 15\pi$

$A_T = \frac{6\cdot 6\cdot \text{sen}\,150°}{2}$

$A_T = \frac{6\cdot 6\cdot \frac{1}{2}}{2}$

$A_T = \frac{18}{2}$

$A_T = 9$

$\boxed{A = 15\pi - 9}$

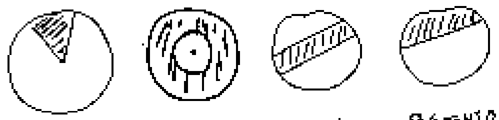
ÁREA DO SEGMENTO CIRCULAR

$A = \frac{\alpha}{360}\pi R^2 - \frac{R^2\,\text{sen}\,\alpha}{2}$

$\boxed{A = R^2\left(\frac{\alpha\pi}{360} - \frac{\text{sen}\,\alpha}{2}\right)}$

A_S - ÁREA DO SETOR

$\text{sen}\,150° = \text{sen}\,30° = \frac{1}{2}$



SETOR COROA ZONA SEGMENTO

Questões Objetivas (Múltipla Escolha)

Questão 5

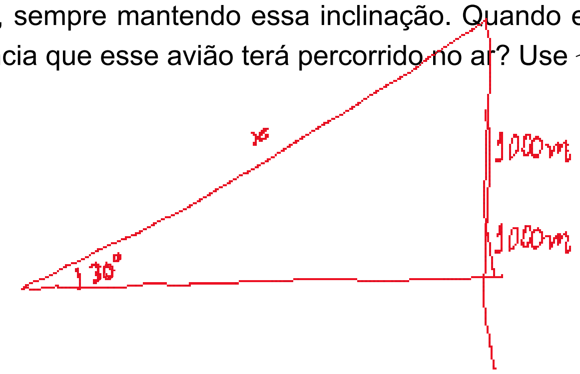
Um avião decola sob um ângulo de 30°, sempre mantendo essa inclinação. Quando esse avião estiver a uma altura de 1000 metros, qual será a distância que esse avião terá percorrido no ar? Use $\sqrt{3} = 1{,}73$.

$\text{sen } 30° = \dfrac{1000}{x}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{1000}{x}$

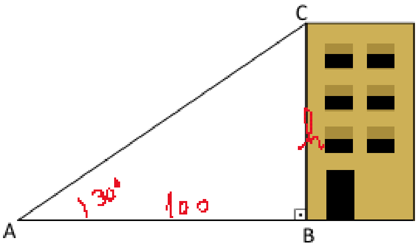
$x = 2000$ m

a)500 m
b)865 m
c)1730 m
d)2000 m
e)Nenhuma das anteriores



Questão 6

(COC) Observe a figura a seguir e determine a altura BC do edifício, sabendo que AB mede 100 m e que a medida do ângulo BÂC é 30º.



$$tg\ 30^\circ = \frac{h}{100}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{100}$$

$$3h = 100\sqrt{3}$$

$$h = \frac{100\sqrt{3}}{3}$$

a)100 m

b)$100\sqrt{3}$ m

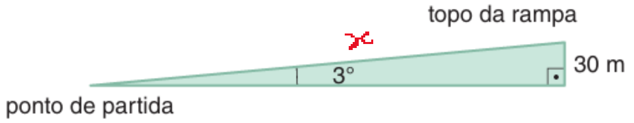
c)$\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m

d)$\frac{100\sqrt{3}}{2}$ m

e)$\frac{100\sqrt{2}}{2}$ m

Questão 7

(VUNESP) Um ciclista sobe, em linha reta, uma rampa com inclinação de 3 graus à velocidade constante de 4 metros por segundo. A altura do topo da rampa em relação ao ponto de partido é 30 m.



$\text{sen } 3° = \frac{30}{x}$

$0{,}05 = \frac{30}{x}$

$0{,}05x = 30$

$x = \frac{30}{0{,}05}$

$x = 600$

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$4 \text{ m/s} = \frac{600 \text{ m}}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{600 \text{ m}}{4 \text{ m/s}}$

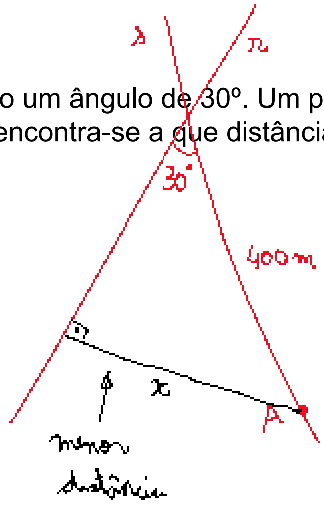
$\Delta t = 150 \text{ s}$
$= 2{,}5 \text{ min}$

Use a aproximação sen 3° = 0,05 e responda. O tempo, em minutos, que o ciclista levou para percorrer completamente a rampa é:

a)2,5
b)7,5
c)10
d)15
e)30

Questão 8

(UEPB) Duas avenidas retilíneas, r e s, cruzam-se segundo um ângulo de 30º. Um posto de gasolina A, situado na avenida s a 400 m do ponto de encontro das avenidas, encontra-se a que distância da avenida r?



$\text{sen } 30° = \frac{x}{400}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{400}$

$2x = 400$

$x = 200$

a)150 m
b)200 m
c)250 m
d)300 m
e)Nenhuma das anteriores

Questão 9

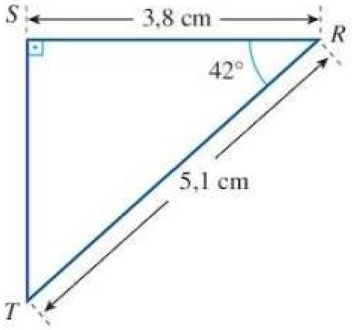
Qual é o valor do $arc\ sen\left(\frac{1}{2}\right)$?

$sen\ \alpha = \frac{1}{2}$

$\alpha = 30°$

a)30°
b)45°
c)60°
d)90°
e)Nenhuma das anteriores

Questão 10
A partir da figura, calcule cos 42°



$Cos\ 42° = \frac{3,8}{5,1} = 0,7450980...$

a)0,67
b)0,74
c)0,90
d)1,34
e)Nenhuma das anteriores

Questão 11

É falso afirmar que:

a)$0 \leq \cos \cos x \leq 1$ para todo x no intervalo de 0° a 90° C

b)O cosseno de α é igual ao seno do complemente de α

c)$sen^2 \alpha + \alpha = 1$ C

d)$\cancel{t}g\ \alpha = \frac{\cos\cos\alpha}{sen\ \alpha}$ F

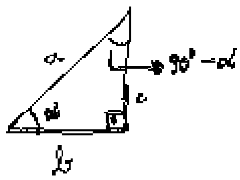
e)$sen\ \alpha = cos\ \alpha$ e α é um ângulo agudo, então $\alpha = 45°$

a) $0 \leq \cos x \leq 1$

$\frac{C.A.}{H}$

d) $tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha}$

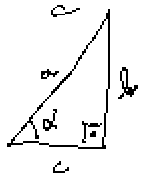
b) $\cos 8° = sen\ 82°$



$\cos \alpha = \frac{b}{a}$

$sen\ (90° - \alpha) = \frac{b}{a}$

c)

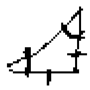


$sen\ \alpha = \frac{b}{a}$ $\quad \cos \alpha = \frac{c}{a}$

$sen^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2$

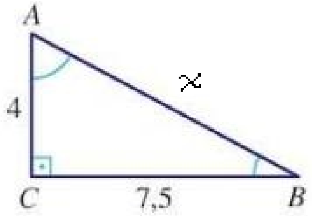
$= \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{b^2 + c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$

e) $sen\ 45° = \cos 45°$



Questão 12

Determine o $\cos\cos(\hat{B})$ com duas casas decimais:



$x^2 = 4^2 + 7,5^2$

$x^2 = 16 + 56,25$

$x^2 = 72,25$

$x = 8,5$

$\cos \hat{B} = \frac{7,5}{8,5} = 0,8823529...$

a)0,47
b)0,53
c)0,88
d)1,88
e)Nenhuma das anteriores

Questão 13

Dado sen 23° = x e cos 23° = y, calcule

$$E = \frac{sen\,23° + cos\,67°}{4 \cdot tg\,23°} = \frac{x + x}{4 \cdot \frac{x}{y}} = \frac{2x}{\frac{4x}{y}} = \cancel{2x} \cdot \frac{y}{\cancel{4x}} = \boxed{\ }$$

a) $x + y$

b) $\frac{x}{2}$

b) $\cancel{\frac{y}{2}}$

c) $\frac{x+y}{2}$

d) $\frac{x+y}{x-y}$

$$\cos 67° = sen\,23°$$

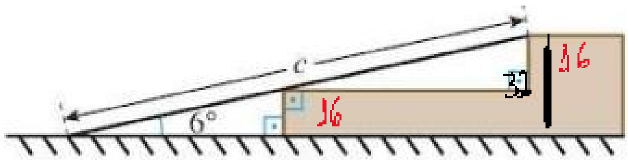
COMPLEMENTARES

$$tg\,23° = \frac{sen\,23°}{\cos 23°} = \frac{x}{y}$$

Questão 14
(ETEC – SP) O acesso a um edifício é feito por uma escada de dois degraus, sendo que cada um tem 16 cm de altura. Para atender portadores de necessidades especiais, foi construída uma rampa.

Respeitando a legislação em vigor, a rampa deve formar com o solo um ângulo ode 6º, conforme mostrado na figura.

Dado:
- sen 6º = 0,10
- cos 6º = 0,99



A medida c do comprimento da rampa é, em metros, igual a:

$\text{sen } 6° = \frac{32}{c}$

$0,10 = \frac{32}{c}$

$0,1c = 32$

$c = \frac{32}{0,1}$

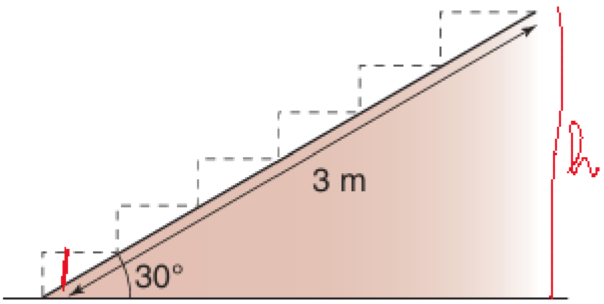
$c = 320$ cm

$\boxed{c = 3,2\,m}$

a)1,8
b)2,0
c)2,4
d)2,9
e)3,2

Questão 15

(UFPI) Dois níveis de uma praça estão ligados por uma rampa de 3 m de comprimento e 30º de inclinação, conforme a figura abaixo.



$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{3}$

$\frac{1}{2} = \frac{h}{3}$

$2h = 3$

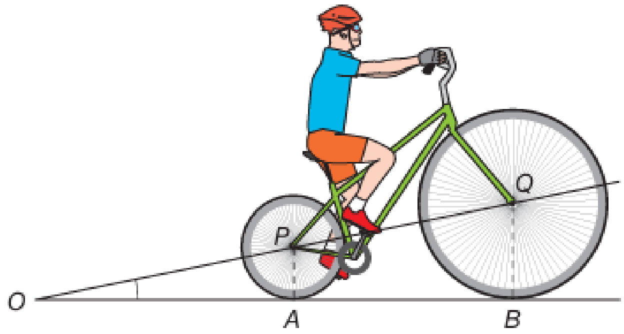
$h = 1{,}5$

$1{,}5 \div 6 = 0{,}25$

Devem-se construir sobre a rampa 6 degraus de mesma altura. A altura de cada degrau será:

a)0,20 m
b)0,23 m
c)0,25 m
d)0,27 m
e)0,28 m

Questão 16
(UERJ) Observe a bicicleta e a tabela trigonométrica.

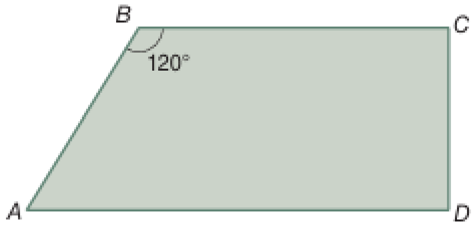


Ângulo (grau)	Seno	Cosseno	Tangente
10	0,174	0,985	0,176
11	0,191	0,982	0,194
12	0,208	0,978	0,213
13	0,225	0,974	0,231
14	0,242	0,970	0,249

O centro das rodas estão a uma distância PQ igual a 120 cm, e os raios PA e QB medem, respectivamente, 25 cm e 52 cm. De acordo com a tabela, o ângulo AÔP tem o seguinte valor:

a)10º
b)12º
c)13º
d)14º
e)Nenhuma das anteriores

Questão 17
(UFMG) Esta figura representa o quadrilátero ABCD:

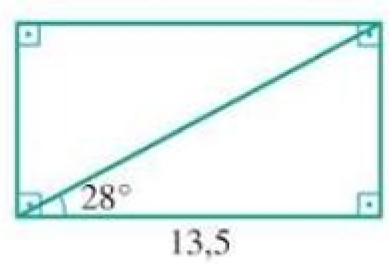


Sabe-se que:
- AB=1 cm e AD=2 cm;
- o ângulo $A\hat{B}C$ mede 120º; e
- o segmento CD é perpendicular aos segmentos AD e BC.

Então é correto afirmar que o comprimento do segmento BD é:

a)$\sqrt{3}$ cm
b)$\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm
c)$\frac{\sqrt{6}}{2}$ cm
d)$\sqrt{2}$ cm
e)Nenhuma das anteriores

Questão 18
Considere o retângulo a seguir com as medidas indicadas:



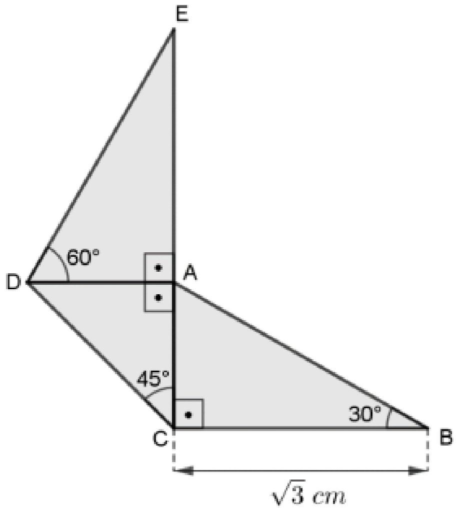
Use $sen\ 28° = 0,469$, $\cos cos\ 28° = 0,883$ e $tg\ 28° = 0,532$.

Determine a área aproximada do retângulo.

a)48,33
b)71,60
c)85,48
d)96,66
e)Nenhuma das anteriores

Questão 19

(Vestibular Seriado – PISM / UFJF – Triênio 2019/2021 – 1º ano do Ensino Médio – 2020) Na figura abaixo, o ponto A é vértice comum dos triângulos retângulos ABC, ACD e ADE.

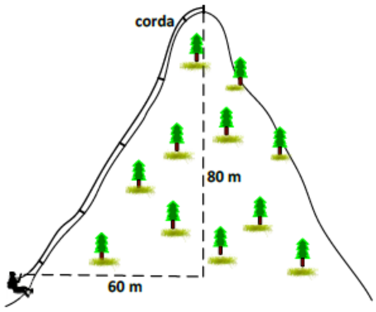


O comprimento do segmento EC, em centímetros, é

a) $3 + \sqrt{3}$
b) $\frac{9}{4}$
c) $1 + \sqrt{3}$
d) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
e) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

Questão 20

(Vestibular Seriado – Universidade Federal de Lavras – MG – UFLA - XVIII Subprograma 2017/2019 – 1º ano – 2017) Um alpinista pretende escalar um morro de 80 metros de altura, tendo o topo do morro uma distância na horizontal de 60 metros em relação ao ponto de início da escalada. Será utilizada uma corda fixada no topo do morro que vai até onde o alpinista inicia sua escalada.

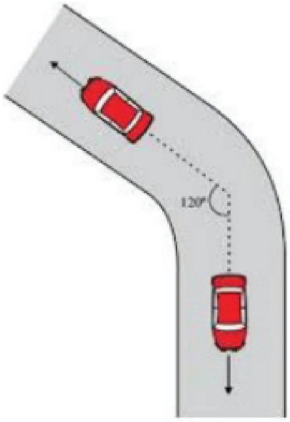


Sobre o comprimento da corda que será utilizada, é **CORRETO** afirmar:

a) Serão utilizados 95 metros de corda.
b) Serão utilizados entre 80 e 90 metros de corda.
c) Serão utilizados no mínimo 100 metros de corda.
d) Serão utilizados 100 sen(30°) metros de corda.
e) Nenhuma das anteriores

Questão Extra I

(Vestibular –Técnico Subsequente ao Ensino Médio– IFSULDEMINAS – 2° Semestre/2018) Dois carros partem, no mesmo instante, de um mesmo ponto, em trajetórias retilíneas que formam entre si um ângulo de 120º. Se um deles está a 40 km/h e o outro a 60 km/h, depois de duas horas, a distância entre eles será:



(use $120° \ = 0,866$, $\cos cos\ 120° \ = \ -0,5$, $120° \ = \ -1,732$ e $\sqrt{19} = 4,36$)

a) 80.000 m
b) 120.000 m
c) 174.400 m
d) 200.000 m
e)Nenhuma das anteriores

Questão Extra II

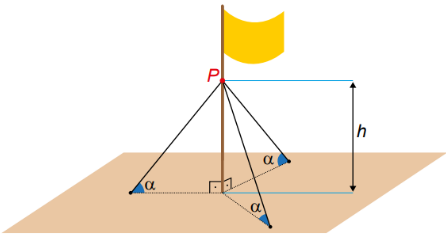
(Uerj — adaptada) Ao coletar os dados para um estudo topográfico da margem de um lago a partir dos pontos A, B e T, um técnico determinou as medidas AT = 32 m, BT = 13 m e ∠ATB = 120°, representadas no esquema abaixo:

Calculando a distância, em metros, entre os pontos A e B, definidos pelo técnico nas margens desse lago, a distância é de, aproximadamente:

a)38 metros
b)39 metros
c)40 metros
d)41 metros
e)42 metros

Questão Extra III

(ENEM 2023) O mastro de uma bandeira foi instalado perpendicularmente ao solo em uma região plana. Devido aos fortes ventos, três cabos de aço, de mesmo comprimento, serão instalados para dar sustentação ao mastro. Cada cabo de aço ficará perfeitamente esticado, com uma extremidade num ponto P do mastro, a uma altura h do solo, e a outra extremidade, num ponto no chão, como mostra a figura.



Os cabos de aço formam um ângulo a com o plano do chão. Por medida de segurança, há apenas três opções de instalação:

- opção I: h = 11 m e a = 30°
- opção II: h = 12 m e a = 45°
- opção III: h = 18 m e a = 60°

A opção a ser escolhida é aquela em que a medida dos cabos seja a menor possível.

Qual será a medida, em metro, de cada um dos cabos a serem instalados?

a) $\frac{22\sqrt{3}}{3}$
b) $11\sqrt{2}$
c) $12\sqrt{2}$
d) $12\sqrt{3}$
e) 22

Questão Extra IV
(Manoel Paiva) A medida do lado de um dodecágono inscrito em uma circunferência de 4 cm de raio é:

a)4 cm
b)$4\sqrt{3}$ cm
c)$4\sqrt{3 - \sqrt{2}}$ cm
d)$4\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ cm
e)$4\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ cm