Логические операции

1. ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ (ИНВЕРСИЯ)

Образуется из простого высказывания с помощью добавления частицы НЕ к сказуемому или использованием оборота речи "НЕВЕРНО, ЧТО ...".

А	*Значение А*	*инверсия А*	*Значение не А*
У меня есть приставка "DENDY"	*0*	*У меня нет приставки "DENDY"*	*1*
Я не знаю китайский язык	*1*	*Неверно, что я не знаю китайский язык (я знаю китайский язык)*	*0*

Инверсия обозначается : не А; ¬А; not A

Нас интересует значение истинности высказывания формы **не А** (а не его содержание). Определяется оно по специальной **таблице истинности**, которая для операции инверсии выглядит так:

А		*Читается*
0	1	*если А ложно, то не А истинно*
1	0	*если А истинно, но не А ложно*

Мнемоническое правило: слово “инверсия” (от лат. inversio - переворачивание) означает, что белое меняется на черное, добро на зло, красивое на безобразное, истина на ложь, ложь на истину, ноль на один, один на ноль.

Примечание 1. Логики предпочитают иметь дело с выражениями “неверно, что”, поскольку тем самым подчеркивается отрицание всего высказывания.

Примечание 2. Дважды или четырежды отрицавшееся высказывание имеет то же самое значение истинности, что и соответствующие не отрицавшееся высказывание, трижды отрицавшееся – что и отрицавшееся один раз.

ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ (КОНЪЮНКЦИЯ)

Образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза "И".

*П*РИМЕРЫ: Допустим, из моего окна видна автостоянка, на которой обычно стоят две машины: “Мерседес” и “Жигули”, но может находиться и какая-то одна из них, или не быть ни одной. Обозначим высказывания:

А = На автостоянке стоит "Мерседес"

В = На автостоянке стоят "Жигули"

А конъюнкция В *= На автостоянке стоят "Мерседес"* ***и*** *"Жигули"*

Операция **конъюнкции обозначается:** Λ; &; *; and; и.

А	В	А ⚲ В	Пояснение	Стоят “Мерседес” **и** “Жигули”
0	0	0	“Мерседес” не стоит, “Жигули” не стоят	ЛОЖЬ
0	1	0	“Мерседес” не стоит, “Жигули” стоят	ЛОЖЬ
1	0	0	“Мерседес” стоит, “Жигули” не стоят	ЛОЖЬ
1	1	1	“Мерседес” стоит, “Жигули” стоят	ИСТИНА

Из таблицы истинности следует, что операция конъюнкции истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно. Иногда это свойство принимают за определение операции логического умножения.

Мнемоническое правило: конъюнкция - это логическое ***умножение***, и мы не сомневаемся, что Вы заметили:

0 x 0 = 0,

0 x 1= 0,

1 x 0 = 0,

1 x 1 = 1.

Таблица истинности

А	В	А ⚲ В
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пересечение множеств

А - множество отличников в классе

В - множество спортсменов в классе

А ⚲ В - множество отличников, занимающихся спортом

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

Образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза ИЛИ.

Примеры

Завтра дождь будет или не будет (третьего не дано).

Петя сидит на западной или восточной трибуне стадиона.

Студент едет в электричке или читает книгу.

Обозначается:

A или B; A OR B; A | B; A V B

ПРИМЕРЫ: *Допустим, из моего окна видна автостоянка, на которой обычно стоят две машины: “Мерседес” и “Жигули”, но может находиться и какая-то одна из них, или не быть ни одной. Обозначим высказывания:*

A = На автостоянке стоит "Мерседес"

B = На автостоянке стоят "Жигули"

***A дизъюнкция B** = На автостоянке стоят "Мерседес" **или** "Жигули"*

A	B	A **V** B	Пояснение	Стоят “Мерседес” **или** “Жигули”
0	0	0	“Мерседес” не стоит, “Жигули” не стоят	ЛОЖЬ
0	1	1	“Мерседес” не стоит, “Жигули” стоят	ИСТИНА
1	0	1	“Мерседес” стоит, “Жигули” не стоят	ИСТИНА
1	1	1	“Мерседес” стоит, “Жигули” стоят	ИСТИНА

Из таблицы истинности следует, что операция дизъюнкции ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны, и истинна, когда хотя бы одно высказывание истинно. Иногда это свойство принимают за определение операции логического умножения.

Мнемоническое правило: дизъюнкция - это логическое ***сложение***, и мы не сомневаемся, что Вы заметили:

0 + 0 = 0,

0 + 1= 1,

1 + 0 = 1,

но в логике: 1 V 1 = 1.

Таблица истинности Объединение множеств

A	B	A **V** B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A - множество отличников в классе

B - множество спортсменов в классе

A B - множество учеников класса, которые являются отличниками или спортсменами

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ (ИМПЛИКАЦИЯ)

Образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи "ЕСЛИ ..., ТО... "

ПРИМЕРЫ

Если клятва дана, то она должна выполняться.

Если число делится на 9, то оно делится на 3.

Исторически операция импликации была введена для полноты системы логических функций двух переменных, поэтому в логике допустимо (принято, договорились) рассматривать и бессмысленные с житейской точки зрения высказывания. Приведем примеры, которые не только правомерно рассматривать в логике, но при этом значение их истинно.

Если коровы летают, то 2 + 2 = 5

Если я - Наполеон, то у кошки четыре ноги.

Импликация обозначается: A B;

Говорят: *"Если A, то B", "A имплицирует B", "A влечет B", "B следует из A".*

A	B	A B	Пояснение	“Если идет дождь, то асфальт мокрый”

0	0	1	дождя нет, асфальт сухой	ИСТИНА
0	1	1	дождя нет, асфальт мокрый	ИСТИНА
1	0	0	дождь идёт, асфальт сухой	ЛОЖЬ
1	1	1	дождь идёт, асфальт мокрый	ИСТИНА

Из таблицы истинности видно, что импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное (истинная предпосылка ведет к ложному выводу). Иногда это свойство принимают за *определение* операции импликации.

ЛОГИЧЕСКОЕ РАВЕНСТВО (ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ)

Образуется соединением двух высказываний в одно при помощи оборота речи "... ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ...".

ПРИМЕРЫ

“Угол называется прямым тогда и только тогда, когда он равен 90 градусов”

“Две прямые параллельны тогда и только тогда, когда они не пересекаются”

“Любая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения тогда и только тогда, когда внешнее воздействие не изменит этого состояния” (Первый закон Ньютона).

“Голова думает тогда и только тогда, когда язык отдыхает” (Шутка)

Все законы математики, физики, все определения - суть эквивалентность высказываний.

Эквивалентность обозначается: A = B; A ~ B

ПРИМЕР. *Пусть даны два высказывания:*

A = “Число делится на 3 без остатка (кратно трём)”

B = “Сумма цифр числа делится нацело на 3".

A ***эквивалентно*** *B = "Число делится на 3 без остатка тогда и только тогда, когда сумма цифр данного числа делится нацело на 3".*

A	B	A 🌧 B	Пояснение	“Число кратно трём тогда и только тогда, когда сумма цифр кратна трём”
0	0	1	число не кратно трём, сумма цифр не кратна трём	ИСТИНА
0	1	0	число не кратно трём, сумма цифр кратна трём	ЛОЖЬ
1	0	0	число кратно трём, сумма цифр не кратна трём	ЛОЖЬ
1	1	1	число кратно трём, сумма цифр кратна трём	ИСТИНА

Из таблицы истинности следует, что эквивалентность двух высказываний истинна, тогда и только тогда, когда оба эти высказывания истинны, или оба ложны. Иногда это свойство принимается за *определение* операции эквивалентности.