الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض — ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة

المستـــــــــــــــــــــــــوى: 2. ع.

التاريـــــــــــــــــــــــــخ: 06/03/2023

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات — المـدة: 2 ساعة

التمرين الأول:(06ن)

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية

1. أنشئ النقط E ، F و G حيث: E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، F معرفة كمايلي:

$\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ و G منتصف القطعة $[AB]$

2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$

3. لتكن النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$

- بين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة

4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$

5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

التمرين الثاني(06ن) :

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء مرقمة كمايلي 0، 1، 1 وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1، 2، 2 وكرتين سوداوين مرقمتان 2، 0 كل الكريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس.

نسحب بصفة عشوائية كرتين على التوالي **دون إرجاع.**

1. شكل شجرة الاحتمالات:

أ- باعتبار اللون ب- باعتبار الرقم.

2. أحسب احتمال الأحداث التـــالية:

A :" سحب كرتين من نفس اللون" B :" ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط"

C:"ظهور الرقم 2" D : الكرية المسحوبة ثانيا حمراء"

3. أحسب $P(A\cap B)$ ثـــم استنتج $P(\overline{A\cup B})$.

4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية للسحب مجموع الأرقام المسحوبة.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عين قانون احتمال المتغير العشوائي ثم أحسب أمله الرياضياتي.

5. أحسب $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)$

التمرين الثالث (08ن):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف.
2. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أحسب $g(-1)$ ،ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-x^3+2}{x^2+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{-xg(x)}{(x^2+1)^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+\dfrac{x+2}{x^2+1}$.

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ج- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

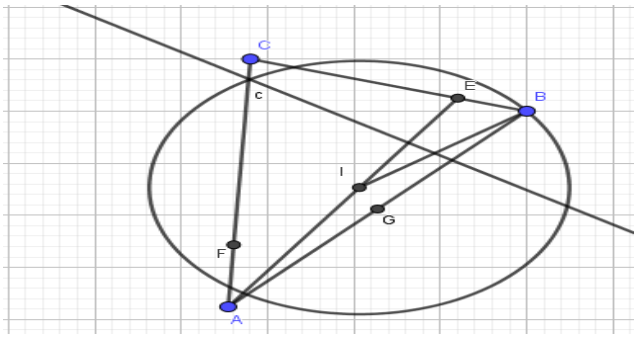
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) .

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

مع تمنيات أستاذتي المادة لكم بالتوفيق

الاجـــــــــــــــابة	العلامة
التمرين الأول:	
1. انشاء النقط E ، F و G 	
- $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$	G:0.25
- G منتصف $[AB]$	E:0.5
- $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$	F:0.25
	I:0.5ن
2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$	0.25ن
لدينا: $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ ومنه : $4\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ ومنه: $\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{AF}=\vec{0}$ ومنه: $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FC}-4\overrightarrow{AF}=\vec{0}$	0.75+ن
ومنه: $3\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$ إذا: F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(C,1)\}$	
3. تبيين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة	0.5ن
لدينا I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$ و E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$	0.5ن
إذا حسب خاصية التجميع: I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(E,4)\}$ ومنه: $\overrightarrow{AI}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AE}$ الشعاعان $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}$ مرتبطان خطيا وعليه النقط A ، I و E على استقامة واحدة	
4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$	0.75ن

0.5ن للإنشاء

لدينا: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$ ومنه: $\left\|7\vec{MI}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MI}-\vec{IB}\right\|$

ومنه: $MI=IB$ إذا مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها IB

0.75ن +0.5ن للإنشاء

5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

لدينا: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$ **ومنه:** $\left\|7\vec{MI}\right\|=\frac{7}{4}\left\|4\vec{ME}\right\|$ **ومنه:** $7MI=7ME$

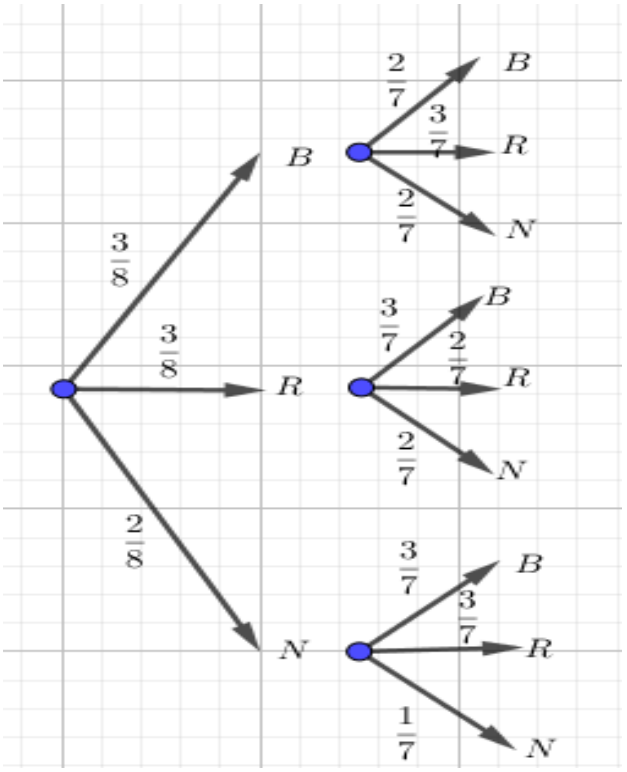
ومنه: $MI=ME$

إذا مجموعة النقط M هي محور القطعة المستقيمة $[IE]$

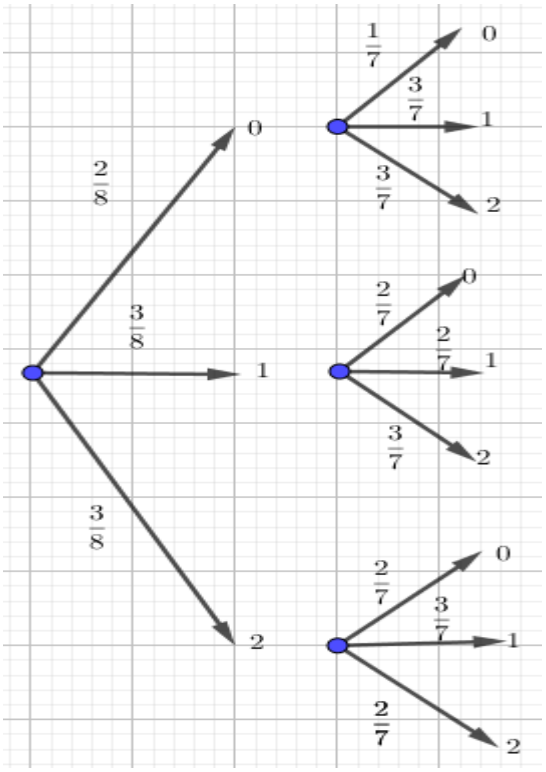
التمرين الثاني:

1. شجرة الاحتمالات:

1- باعتبار اللون



2- باعتبار الرقم



0.5ن × 2

2. حساب احتمال الأحداث التـــالية:

2×0.5 $P(A)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{14}{56}$ ، $P(B)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{30}{56}$

2×0.5 $P(C)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{36}{56}$ ، $P(D)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{21}{56}$

3. حساب $P(A\cap B)$ ثـــم استنتاج $P(\overline{A\cup B})$.

$A\cap B$: "سحب كرتين من نفس اللون وظهور الرقم 1 مرة واحدة" **0.5ن**

$A\cap B=\{B_0B_1;B_1B_0;R_1R_2;R_2R_1\}$ ، $P(A\cap B)=\frac{1}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\times\frac{1}{8}=\frac{8}{56}$ **0.5ن**

لدينا: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ومنه: $P(A\cup B)=\frac{14}{56}+\frac{30}{56}-\frac{8}{56}=\frac{36}{56}$

و لدينا: $P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$ ومنه: $P(\overline{A\cup B})=1-\frac{36}{56}=\frac{20}{56}$ **0.25ن**

4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية للسحب مجموع الأرقام المسحوبة.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X.

$X=\{0;1;2;3;4\}$

0.25ن × 4

3- تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي وحساب أمله الرياضياتي.

$P(X=0)=\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{2}{56}$ ، $P(X=1)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{12}{56}$ ،

$P(X=2)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{18}{56}$ ، $P(X=3)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{18}{56}$ ،

$P(X=4)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{6}{56}$

إذا: **0.25ن**

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$

$E(X)=0\times\frac{2}{56}+1\times\frac{12}{56}+2\times\frac{18}{56}+3\times\frac{18}{56}+4\times\frac{6}{56}=\frac{126}{56}$ **0.25ن**

5. أحسب $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)$

لدينا: $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0$ تكافئ: $x^3-3x^2+2x=0$ ومنه: $x(x^2-3x+2)=0$ **0.25ن**

ومنه: أو $\begin{cases}x^2-3x+2=0\\x=0\end{cases}$ ومنه: $\Delta=1$ وعليه: $x_0=0$ ، $x_1=1$ ، $x_2=2$

2×0.25ن

إذا: $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\frac{2}{56}+\frac{12}{56}+\frac{18}{56}=\frac{32}{56}$

التمرين الثالث: +0.25

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$ 0.25

1. حساب نهايات الدالة g : 0.25

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

2. دراسة تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. 0.25

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و : $g'(x)=3x^2+3\geq 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0.25

3. حساب $g(-1)$ ،ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$. 2×0.25

$g(-1)=(-1)^3+3(-1)+4=0$

من جدول التغيرات نجد:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

0.25ن

0.25ن

- الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{-x^3+2}{x^2+1}$

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}-x=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}-x=-\infty$ 0.5ن

2. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{-xg(x)}{(x^2+1)^2}$.

0.25ن

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

$f'(x)=\frac{-3x^2(x^2+1)-2x(-x^3+2)}{(x^2+1)^2}=\frac{-3x^4-3x^2+2x^4-4x}{(x^2+1)^2}$

ومنه: $f'(x)=\frac{-x^4-3x^2-4x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-x\left(x^3+3x+4\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-xg(x)}{\left(x^2+1\right)^2}$ 0.25ن

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها :

لدينا: إشارة $f'(x)$ من إشارة $-xg(x)$ ومنه: 0.25ن

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$	$+$		$+$		0		$-$
$g(x)$	$-$	0	$+$				$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

0.5ن

إذا: الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[0;+\infty[$ ومتزايدة على المجال $[-1;0]$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$3/2$	↗	2	↘	$-\infty$

0.5ن

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+\frac{x+2}{x^2+1}$.

$$-x+\frac{x+2}{x^2+1}=\frac{-x\left(x^2+1\right)+x+2}{x^2+1}=\frac{-x^3-x+x+2}{x^2+1}=\frac{-x^3+2}{x^2+1}=f(x)$$

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته. 0.25ن

لدينا: $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\frac{x+2}{x^2+1}=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\frac{x}{x^2}=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\frac{1}{x}=0$

ومنه المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) 0.25ن

4- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) . 0.25ن

دراسة إشارة الفرق: $f(x)-y=\frac{x+2}{x^2+1}$ 0.5ن

إشارة الفرق $f(x)-y$ من إشارة البسط ومنه:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)-y$		-	0	+	
الوضع النسبي	(C_f) تحت			(C_f) فوق	

0.25
0.25+
0.5+

(Δ) تقاطع (Δ)	

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ).

$f'(x)=-1$ تكافئ: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{(x^2+1)^2}=-1$ ومنه : $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{(x^2+1)^2}+1=0$

ومنه: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x+x^4+2x^2+1}{(x^2+1)^2}=0$ ومنه: $\dfrac{-x^2-4x+1}{(x^2+1)^2}=0$ تكافئ: $-x^2-4x+1=0$

ومنه: $\Delta=20$ إذا: $x_1=\sqrt{5}-2$ ، $x_2=-2-\sqrt{5}$

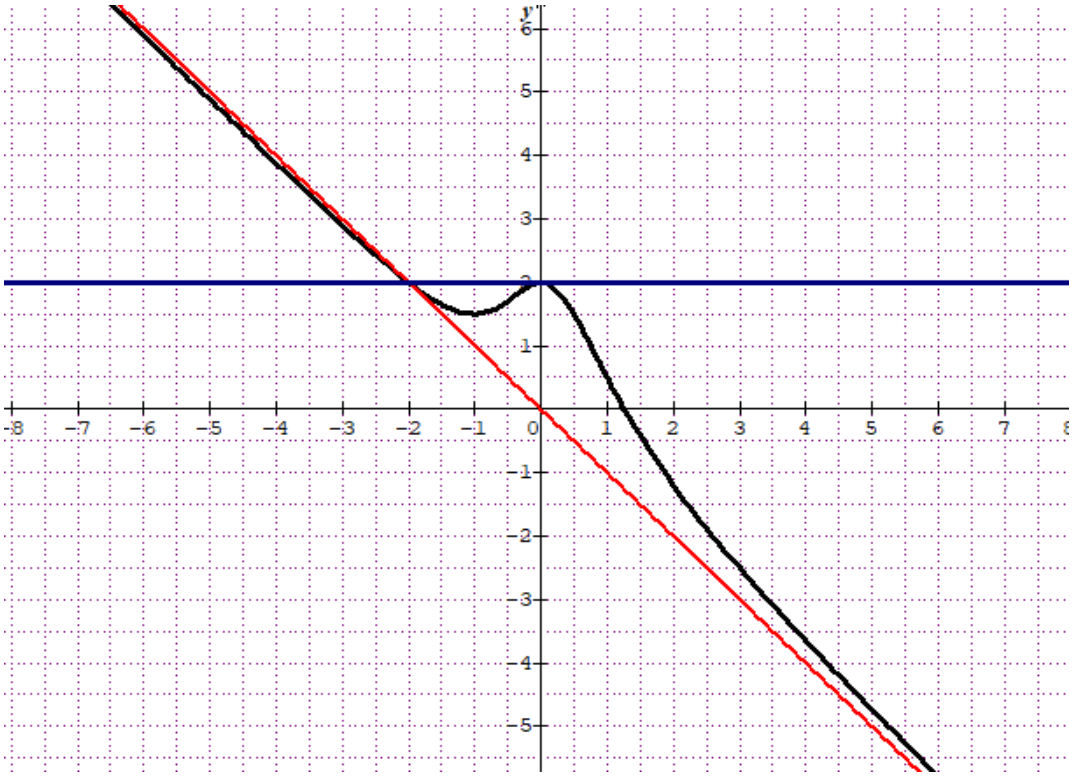
ومنه: (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) عند النقطتين ذات الفاصلتين $x_1=\sqrt{5}-2$ و $x_2=-2-\sqrt{5}$ على الترتيب.

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ومنه : $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه: $y=2$

0.75ن

6. رسم المماس (T) والمنحنى (C_f).



7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي: $y=m$ معادلة له.

$m \in]-\infty;\frac{3}{2}[$: المعادلة تقبل حلا واحد موجبا ، $m=\frac{3}{2}$: المعادلة تقبل حل موجب وحل سالب

$m \in]\frac{3}{2};2[$: المعادلة تقبل حلين سالب و حل موجب ،

$m=2$: المعادلة تقبل حل معدوم وحل سالب

$m \in]2;+\infty[$ المعادلة تقبل حل واحد سالب.