

## COMPÉTENCES EXIGIBLES

- Connaitre les propriétés de l'ordre et opérations
- Utiliser ces propriétés pour résoudre des différents problèmes mathématiques
- Savoir les différentes techniques de comparaison et l'utiliser selon chaque situation

## ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

L'utilisation de l'ordre et la comparaison lors de la comparaison des nombres c'est une technique qui déjà pratiquées par les élèves.

- Le fait que « comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence »

- accepter tous les propriétés de l'ordres et opérations pour encadrer la somme ou bien la différence de deux nombres réels ,même chose pour la multiplication et le quotient de deux nombres réels

## EXTENSIONS

- Les inéquations
- Les fonctions numériques

## PRE-REQUIS

Opérations sur les nombres rationnels

- Comparaison des nombres rationnels
- Calcul des valeurs approchées
- Les racines carrées

| Objectif                    | Activités                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Contenu de cours | Applications    |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|---|-----|--|--|--|---------------|---------------|--|--|--|----------------------|----------------------|--|--|--|------------|------------|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------|---------|-------------------------------------|---------|-------------------------------------|------------|---------------------------------|------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Comparer deux nombres réels | <p><u>Activité 1 :</u></p> <p>1- Compléter le tableau ci-dessous :</p> <table><tr><th>a</th><th>b</th><th>Comparer a et b</th><th>a - b</th><th>Signe de a - b</th></tr><tr><td>7</td><td>-10</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>\frac{7}{5}</math></td><td><math>\frac{8}{3}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>\frac{\sqrt{8}}{7}</math></td><td><math>\frac{3}{\sqrt{2}}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>\sqrt{5}</math></td><td><math>\sqrt{5}</math></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>2- Que remarque-t-on ?</p> | a                | b               | Comparer a et b | a - b          | Signe de a - b | 7 | -10 |  |  |  | $\frac{7}{5}$ | $\frac{8}{3}$ |  |  |  | $\frac{\sqrt{8}}{7}$ | $\frac{3}{\sqrt{2}}$ |  |  |  | $\sqrt{5}$ | $\sqrt{5}$ |  |  |  | <p>I- Comparaison de deux nombres réels :</p> <p>1- Notation et définition</p> <table><tr><th>Symboles</th><th>Signification</th></tr><tr><td><math>a &lt; b</math></td><td><math>a</math> est strictement inférieur à <math>b</math></td></tr><tr><td><math>a &gt; b</math></td><td><math>a</math> est strictement supérieur à <math>b</math></td></tr><tr><td><math>a \geq b</math></td><td><math>a</math> est supérieur ou égal à <math>b</math></td></tr><tr><td><math>a \leq b</math></td><td><math>a</math> est inférieur ou égal à <math>b</math></td></tr></table> <p>2- Propriété :</p> <div><p>On peut connaître l'ordre de deux nombres réels <math>a</math> et <math>b</math> en déterminant le signe de leur différence <math>a - b</math></p><ul style="list-style-type: none"><li>• Si <math>a - b</math> est positif, alors <math>a &gt; b</math> .</li><li>• Si <math>a - b</math> est négatif, alors <math>a &lt; b</math> .</li><li>• Si <math>a - b = 0</math> alors <math>a = b</math></li></ul></div> <p>Exemple :</p> <p>Comparons <math>\frac{3}{5}</math> et <math>\frac{1}{2}</math> : on a</p> | Symboles | Signification | $a < b$ | $a$ est strictement inférieur à $b$ | $a > b$ | $a$ est strictement supérieur à $b$ | $a \geq b$ | $a$ est supérieur ou égal à $b$ | $a \leq b$ | $a$ est inférieur ou égal à $b$ | <p>Application :</p> <p>Comparer les nombres suivants</p> <p><math>\frac{15}{14}</math> et <math>\frac{12}{7}</math></p> <p><math>\sqrt{3} + 5</math> et <math>2\sqrt{3} - 4</math></p> <p><math>-3\sqrt{2} - 1</math> et <math>7 + \sqrt{2}</math></p> |
|                             | a                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | b                | Comparer a et b | a - b           | Signe de a - b |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 7                           | -10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $\frac{7}{5}$               | $\frac{8}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $\frac{\sqrt{8}}{7}$        | $\frac{3}{\sqrt{2}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $\sqrt{5}$                  | $\sqrt{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Symboles                    | Signification                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $a < b$                     | $a$ est strictement inférieur à $b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $a > b$                     | $a$ est strictement supérieur à $b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $a \geq b$                  | $a$ est supérieur ou égal à $b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $a \leq b$                  | $a$ est inférieur ou égal à $b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                  |                 |                 |                |                |   |     |  |  |  |               |               |  |  |  |                      |                      |  |  |  |            |            |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |               |         |                                     |         |                                     |            |                                 |            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |

|                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Ajouter ou soustraire un nombre réel aux deux membres d'une égalité</p> | <p><b>Activité 2 :</b><br/> <math>a</math> , <math>b</math> et <math>m</math> sont des nombres réels tel que <math>a &gt; b</math> .</p> <p>1) calculer la différence de <math>a + m</math> et <math>b + m</math>.</p> <p>déduis-en la comparaison de <math>a + m</math> et <math>b + m</math>.</p> <p>2) compare <math>a - m</math> et <math>b - m</math> en procédant de la même façon.</p> <p>3) Enonce les règles que tu viens de démontrer .</p> | $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6-5}{10} = \frac{1}{10} > 0 \text{ donc } \frac{3}{5} > \frac{1}{2}$ <p><b>II- Ordre et opérations :</b></p> <p>1- ordre et l'addition –ordre et soustraction :</p> <p><b>Propriété 1 :</b></p> <div style="border: 2px solid #92D050; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><math>a, b</math> et <math>c</math> désignent trois nombres réels</p> <p>En ajoutant (ou en retranchant) un même nombre réel aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.</p> <p>si <math>a \leq b</math> alors <math>a+c \leq b+c</math></p> <p>si <math>a \leq b</math> alors <math>a-c \leq b-c</math></p> </div> <p><u>Exemple 1 :</u></p> <p>1-Comparons <math>3 + \sqrt{5}</math> et <math>1 + \sqrt{5}</math></p> <p>On a <math>1 \leq 3</math> alors <math>1 + \sqrt{5} \leq 3 + \sqrt{5}</math></p> <p>2-<math>a</math> et <math>b</math> deux nombres réels tel que : <math>a \leq b</math></p> <p>Comparons <math>a - 2\sqrt{3}</math> et <math>b - 2\sqrt{3}</math></p> | <p><b>Application :</b></p> <p><math>A</math> et <math>b</math> deux nombres réels tel que :</p> <p><math>a \geq -12</math> et <math>b \leq 5</math></p> <p>Démontrer que :</p> <p><math>b - 7 \leq -2</math></p> <p><math>a + \frac{1}{2} \geq \frac{-23}{2}</math></p> <p><math>b + \frac{3}{4} \leq \frac{23}{4}</math></p> <p><math>a - b \geq -17</math></p> <p><math>b - a \leq 17</math></p> |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Propriété 2:

$a, b$  et  $c$  désignent trois nombres réels

En ajoutant membre à membre deux inégalités de même sens, on obtient une inégalité de même sens.

Si  $a \leq b$

$c \leq d$

Alors  $a+c \leq b+d$

Exemple :

On prend  $a \leq 5$  et  $3 \geq b$

Démontrer que  $a + b \leq 8$

Multiplier par un nombre réel les deux membres d'une égalité

### Activité 3 :

A et b deux nombres réels

Soit k un nombre réel non nul,

- 1- Factoriser  $k \times a$  et  $k \times b$
- 2- Si k un nombre strictement positif, comparer  $k \times a$  -  $k \times b$
- 3- Si k un nombre strictement négatif, comparer  $k \times a$  -  $k \times b$

### 2- L'Ordre et multiplication :

a. Multiplication par un nombre strictement positif

#### Propriété1 :

Lorsqu'on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un nombre réel **strictement positif**, on obtient une **inégalité de même sens**.

Si  $a \leq b$

$x > 0$

Alors  $ax \leq bx$

Si  $a \leq b$

$x > 0$

alors  $\leq$

Exemple :

$-4 \leq -2$  et  $0 < 2$

Donc  $(-4) \times 2 \leq (-2) \times 2$

### Application :

a et b deux nombres réels tel que :

$$a \geq -3 \text{ et } \frac{1}{2} \leq b$$

Démontrer que :

$$2b \geq 1$$

$$-3a \leq 9$$

$$2a - 6b \geq -$$

$$-8 \leq -4$$

b. Multiplication par un nombre strictement négatif

**Propriété2 :**

Lorsqu'on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un nombre réel **strictement négatif**, on obtient une inégalité **sens contraire**.

$$\text{Si } a \geq b$$

$$\text{Et } x < 0$$

$$\text{Alors } ax \leq bx$$

$$\text{Si } a \leq b$$

$$\text{et } x < 0$$

$$\text{alors } xa \geq xb$$

Exemple

$$1 \leq 5$$

$$-2 < 0$$

$$\text{donc } 1 \times (-2) \geq 5 \times (-2)$$

$$-2 \geq -10$$

### c. Multiplication membre à membre

#### Propriété 3 :

En multipliant membre à membre deux inégalités de même sens et ne portant que sur des réels positifs ou nuls, on obtient une inégalité de même sens.

$$\text{Si } 0 \leq a \leq b$$

$$0 \leq c \leq d$$

$$\text{Alors } 0 \leq ac \leq bd$$

Exemple :

$$2 \leq a \leq 3$$

$$\times 1 \leq b \leq 5$$

$$= 2 \times 1 \leq a \times b \leq 3 \times 5$$

$$\text{Donc } 2 \leq ab \leq 15$$

ranger les inverses de deux réels

#### Activité 4 :

1- Compléter le tableau ci-dessous :

| a              | b              | $a \leq b$<br>ou<br>$a \geq b$ | $\frac{1}{a}$ | $\frac{1}{b}$ | $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$<br>ou<br>$\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ |
|----------------|----------------|--------------------------------|---------------|---------------|------------------------------------------------------------------------|
| -3             | -4             |                                |               |               |                                                                        |
| $-\frac{7}{3}$ | $-\frac{3}{4}$ |                                |               |               |                                                                        |
| $5\sqrt{2}$    | $2\sqrt{5}$    |                                |               |               |                                                                        |

2- Enoncer la propriété que tu viens de démontrer

### 3- Rangement des inverses

a) Cas des réels strictement positifs

Deux réels strictement positifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

Si  $0 < a \leq b$

alors  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

1) on a  $2 \leq 4$  alors  $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{4}$

2) on a  $\frac{1}{5\sqrt{2}} \geq \frac{1}{2\sqrt{5}}$  alors  $5\sqrt{2} \leq 2\sqrt{5}$

b) Cas des réels strictement négatifs

Deux réels strictement négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

Si  $a \leq b < 0$  alors  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

Exemple : on a  $-6 \leq -4$  alors  $-\frac{1}{6} \geq -\frac{1}{4}$

#### Application :

1-a et b eux nombres réels tel que :

$$b \geq \sqrt{3} \text{ et } a \geq \frac{4}{3}$$

Démontrer que :

$$\frac{1}{b} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{4} \geq a$$

$$\frac{a}{b} \leq \frac{3}{4\sqrt{3}}$$

$$b^2 \geq 3$$

$$\sqrt{a} \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$$

|                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Ranger les carrés de deux réels</p>          | <p><b>Activité 5 :</b><br/> <b>A-</b> a et b deux nombres réels positifs<br/> 1) démontrer que le signe de <math>a^2 - b^2</math> est le même signe de <math>a - b</math><br/> 2) démontrer que si <math>a \leq b</math> donc <math>a^2 \leq b^2</math><br/> <b>B-</b> a et b sont deux réels négatifs<br/> 1) démontrer que le signe de <math>a^2 - b^2</math> est le signe contraire de <math>a - b</math><br/> 2) démontrer que si <math>a \leq b</math> donc <math>a^2 \geq b^2</math></p> | <p>4) <b>Rangement des carrés</b><br/> (a) Cas des réels positifs</p> <div data-bbox="1030 228 1917 595"> <p>Deux réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.<br/> Si <math>0 \leq a \leq b</math> alors <math>a \leq b</math></p> </div> <p>(b) Cas des réels négatifs</p> <div data-bbox="1030 671 1917 1007"> <p>Deux réels négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés. Si <math>a \leq b \leq 0</math> alors <math>a \geq b</math></p> </div> <p>Exemple<br/> 1) comparons <math>2\sqrt{5}</math> et <math>3\sqrt{2}</math><br/> 2) comparons <math>2\sqrt{2}</math> et <math>-3</math></p> | <p>2-calculer a et b dans chaque cas :<br/> 1) <math>a = 2\sqrt{7}</math> et <math>b = 7</math><br/> 2) <math>a = 7\sqrt{5}</math> et <math>b = 7</math><br/> 3) <math>a = -\sqrt{7}</math> et <math>b = -\sqrt{5}</math><br/> 4) <math>a = 5 + 2\sqrt{3}</math> et <math>b = 7</math></p> |
| <p>Ranger les racines carrées de deux réels</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

Additionner et  
Soustraire  
Les bornes  
Des  
Encadrements de  
deux réels

### 5) Rangement des racines carrées

- Cas des réels positifs et de leurs racines carrées

Deux réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.

Si  $0 \leq a \leq b$  alors  $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

II. Encadrement :

### Activité 6 :

Soient  $a$  ,  $b$  ,  $x$  ,  $y$  ,  $z$  et  $t$  des nombres réels tels que :

$$x \leq a \leq y \quad \text{et} \quad z \leq b \leq t$$

1 – Montrer que :  $a + b \leq y + t$

$$\text{Et} \quad x + z \leq a + b$$

2 – En déduire un encadrement de :

$$a + b$$

1- Démontrer que  $-t \leq -b$

$$\text{et} \quad -b \leq -z$$

4-déduire un encadrement de  $-b$

5-déduire l'encadrement de  $a-b$   
(remarquer que  $a-b=a+(-b)$ )

### Définition :

Deux nombres réels  $a$  et  $b$  encadrent le nombre rationnel  $x$  lorsque

$$a \leq x \leq b \quad \text{ou} \quad a < x < b$$

### 1- Encadrements et additions :

considérons deux réels  $x$  et  $y$  tels que

$$a < x < b \quad \text{et} \quad c < y < d.$$

La somme  $x+y$  est alors encadrée par  $a+c$  et  $b+d$ .

$$\text{On a} \quad a+c < x+y < b+d.$$

Il suffit d'additionner les bornes des encadrements de  $x$  et  $y$  pour obtenir un encadrement de  $x+y$ .

### Exemple :

$x$  et  $y$  deux réels tel que  $2 \leq x \leq 5$  et  $-3 \leq y \leq -1$  encadrer  $x + y$

### Application :

$x$  et  $y$  deux nombres réels tel que :

$$\frac{2}{5} \leq x \leq 1$$

$$-\sqrt{5} \leq y \leq \frac{3}{2}$$

Encadrer :

$$x - \frac{6}{11}$$

$$y + \frac{3}{5}$$

$$x + y$$

$$x - y$$

$$2x - 3y$$

Multiplier  
les bornes  
des  
encadrements de  
deux  
nombres  
réels

Encadrer  
un inverse

## 2- Encadrements et soustractions :

Pour encadrer le résultat d'une soustraction, on commence par la remplacer par une addition (soustraire c'est ajouter l'opposé) pour pouvoir appliquer la propriété précédente

considérons  $x, y, a, b, c$  et  $d$  des nombres réels tels que

$$\text{si } a < x < b \text{ et } c < y < d.$$

$$a + (-d) < x + (-y) < b + (-c)$$

$$a - d < x - y < b - c$$

Exemple :

1)  $x$  et  $y$  deux réels tel que  $2 \leq x \leq 5$  et

$1 \leq y \leq 6$  encadrer  $x - y$

2)  $a$  et  $b$  deux réels tel que  $1 \leq a \leq 3$  et

$-7 \leq b \leq -2$  encadrer  $a - b$

## 3- Encadrement et multiplications :

Propriété 1 :

$$3x - 5y$$

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Encadrer un quotient | <p><b>Activité 7 :</b></p> <p>Soient <math>a, b, x, y, z</math> et <math>t</math> des nombres réels tels que :<br/> <math>(a &gt; 0 \text{ et } b &gt; 0)</math><br/> <math>x \leq a \leq y</math> et <math>z \leq b \leq t</math></p> <p>1 – Montrer que : <math>a \times b \leq y \times t</math></p> <p>Et <math>x \times z \leq a \times b</math></p> <p>2 – En déduire l'encadrement de :<br/> <math>a \times b</math></p> <p>3-on considère que <math>b &lt; 0</math></p> <p>Montrer que<br/> <math>a \times b \leq y \times z</math> et <math>x \times t \leq a \times b</math></p> <p>On considère que <math>a \neq 0</math> et <math>x \neq 0</math> et <math>y \neq 0</math></p> | <p>Considérons deux nombres réels <b>positifs</b> <math>x</math> et <math>y</math> tels que <math>0 &lt; a &lt; x &lt; b</math> et <math>0 &lt; c &lt; y &lt; d</math>.</p> <p>Le produit <math>xy</math> est alors encadré par <math>ac</math> et <math>bd</math>.<br/> On a <math>ac &lt; xy &lt; bd</math>.</p> <p>Il suffit de multiplier les bornes des encadrements de <math>x</math> et <math>y</math> pour obtenir un encadrement de <math>xy</math>.</p> <p>Exemple :</p> <p><math>x</math> et <math>y</math> deux réels tel que <math>2 \leq x \leq 5</math> et <math>1 \leq y \leq 3</math> encadrer <math>x \times y</math></p> <p>Propriété 2 :</p> <p>Considérons <math>a</math> et <math>b</math> deux nombres réels positifs et <math>c</math> et <math>d</math> deux réels négatifs tel que <math>0 &lt; a &lt; x &lt; b</math> et <math>c &lt; y &lt; d &lt; 0</math></p> <p>Alors <math>bc &lt; xy &lt; ad</math>.</p> <p>Exemple :</p> <p><math>x</math> et <math>y</math> deux réels tel que <math>3 \leq x \leq 7</math> et <math>-3 \leq y \leq -1</math> encadrer <math>x \times y</math></p> <p>4- Encadrer un inverse :</p> <p><math>a</math> et <math>b</math> sont deux réels strictement positifs</p> | <p><b>Application :</b></p> <p><math>x</math> et <math>y</math> deux nombres réels tel que :</p> <p><math>2 \leq x \leq 3</math></p> <p><math>-2 \leq y \leq -1</math></p> <p><math>3 \leq z \leq 6</math></p> <p>Encadrer :</p> <p><math>xz</math></p> <p><math>yx</math></p> <p><math>\frac{yz}{\frac{x}{z}}</math></p> <p><math>x^2</math> et <math>y^2</math></p> <p><math>\frac{x+z}{y}</math></p> |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

4-montrer que  $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{x}$  et  $\frac{1}{y} \leq \frac{1}{a}$

5-déduire l'encadrement de  $\frac{1}{a}$

On considère que  $b \neq 0$  et  
 $t \neq 0$  et  $z \neq 0$

6- donner l'encadrement de  $\frac{1}{b}$

7-déduire l'encadrement de  $\frac{a}{b}$

Exemple : si  $2 \leq x \leq 4$  alors:  $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

5) Encadrer un quotient :

Considérant tous les nombres réels positifs  
si  $a \leq x \leq b$  et  $c \leq y \leq d$   
alors:  $\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{b}{c}$  tel que  $d \neq 0$  et  $y \neq 0$  et  $c \neq 0$

Exemple :

$x$  et  $y$  deux nombres réels tel que

$6 \leq x \leq 10$   $3 \leq y \leq 4$  encadrer  $\frac{x}{y}$

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|