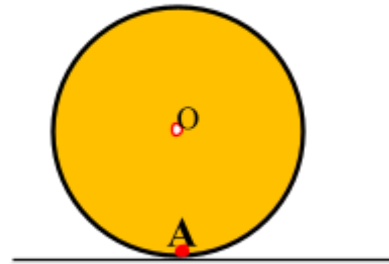


Ένας τροχός ολισθαίνει

Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα $R=0.5\text{m}$ και είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο είναι σε επαφή το σημείο του Α, το οποίο έχουμε βάψει κόκκινο, για να μπορούμε να το παρατηρούμε. Κάποια στιγμή $t_0=0$, ο τροχός δέχεται ένα απότομο χτύπημα σε σημείο της περιφέρειάς του και αρχίζει να μεταφέρεται με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας $v_{\text{cm}}=4\text{ m/s}$ και ταυτόχρονα να στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Παρατηρούμε ότι την δεύτερη φορά μετά την $t_0=0$ που το σημείο Α ακουμπά στο δάπεδο ο τροχός έχει μετακινηθεί $x_{\text{cm}}=8\text{m}$.



- i. Να αποδείξετε ότι ο τροχός ολισθαίνει.
- ii. Υπολογίστε την ταχύτητα του κατώτατου και του ανώτατου σημείου του τροχού.
- iii. Να υπολογίσετε το μήκος ολίσθησης του τροχού σε χρονικό διάστημα $\Delta t=10\text{s}$.
- iv. Να υπολογίσετε το μέτρο της μετατόπισης του σημείου Α την χρονική στιγμή $t=0.5\text{s}$

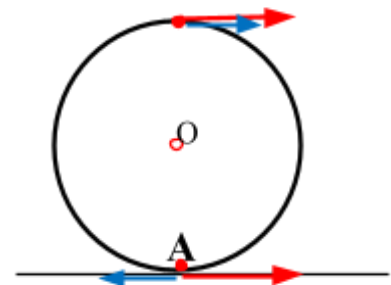
Δίνεται $\pi=3,14$

Απάντηση

i) Θεωρούμε την κίνηση σύνθεση, μία μεταφορική με την ταχύτητα του κέντρου μάζας και μία στροφική περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας. Στην κύλιση η μετατόπιση του κέντρου μάζας ισούται με το μήκος τόξου των σημείων της περιφέρειας του τροχού που ήρθαν σε επαφή με το δάπεδο.

$$\Delta S_{\text{περ}} = R \cdot \Delta\theta = 0,5 \cdot 4\pi = 2\pi \text{ m} = 6,28 \text{ m}.$$

Επειδή $\Delta S_{\text{περ}} \neq \Delta x_{\text{cm}}$ ο τροχός ολισθαίνει.



ii) Μεταφορικά ο τροχός κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
 $x_{\text{cm}}=8\text{m} \rightarrow v_{\text{cm}} \cdot t_1 = 8 \rightarrow t_1 = 2\text{sec}$

στο χρόνο αυτό ο τροχός στρέφεται κατά $\Delta\theta=4\pi \text{ rad}$ και προκύπτει
 $\omega = \Delta\theta/\Delta t = 2\pi \text{ r/s}$

Η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας είναι $v_{\gamma} = \omega \cdot R = \pi \text{ m/s} = 3,14 \text{ m/s}$

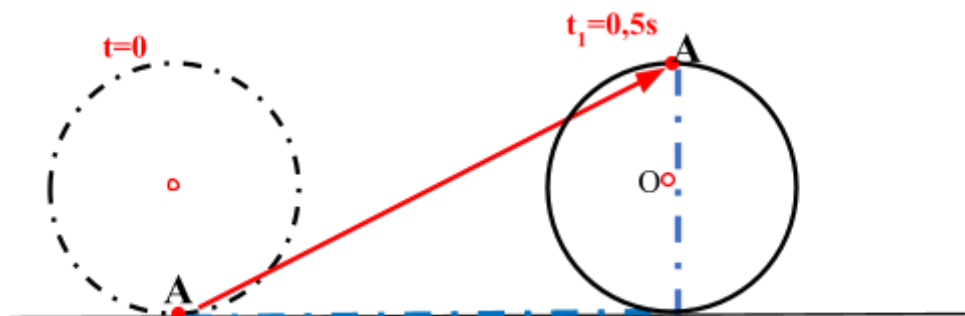
Το σημείο επαφής του τροχού έχει ταχύτητα $v_A = v_{\text{cm}} - v_{\gamma,A} = 0,86\text{m/s}$

και το ανώτερο $v_A = v_{\text{cm}} + v_{\gamma,A} = 7,14 \text{ m/s}$

iii) Το μήκος ολίσθησης ισούται με $X_{ολ} = v_A \cdot \Delta t = 0,86 \cdot 10 \text{m} = 8,6 \text{m}$

iv) ο τροχός τη χρονική στιγμή $t=0,5\text{s}$ θα στραφεί κατά $\Delta\theta_1 = \omega \cdot t_1 = \pi \text{ rad}$. Έτσι το σημείο A τη χρονική στιγμή $t=0,5\text{s}$ θα βρίσκεται στο ανώτερο σημείο.

Μεταφορικά θα έχει μετακινηθεί όσο το κέντρο μάζας δηλαδή $x_{cm} = v_{cm} \cdot t_1 = 2 \text{m}$.



Από πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει

$$\Delta x_A = \sqrt{(\Delta x_{cm})^2 + (2R)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} \rightarrow \Delta x_A = \sqrt{8} \text{m} = 2\sqrt{2} \text{m}$$