

DEUXIÈME PROBLÈME : OPTIQUE PHYSIQUE

I - Diffraction par un miroir :

Les figures 7 et 8 précisent les caractéristiques géométriques d'un miroir rectangulaire plan de centre A. Sa longueur L est suffisamment élevée et il n'est pas nécessaire de tenir compte de la diffraction dans la direction correspondante. Le miroir est éclairé sous l'incidence i positive dans le plan XY par un faisceau de lumière parallèle, et on s'intéresse à la figure de diffraction à l'infini dans la direction de l'angle i' négatif.

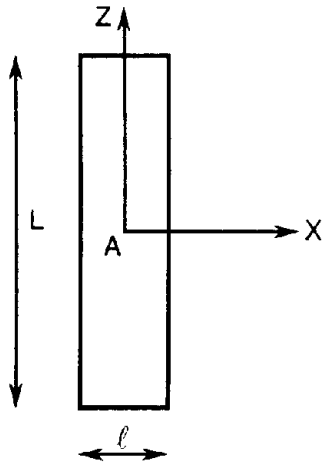


figure 7

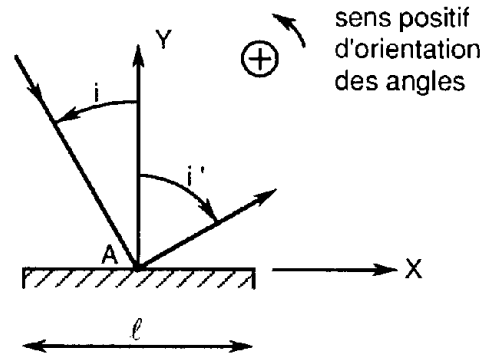


figure 8

1 - En lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, calculer l'intensité I diffractée en fonction de l , i , i' et λ en notant I_0 l'intensité maximale.

2 - On rappelle figure 9 les caractéristiques de la fonction $\left(\frac{\sin \Phi}{\Phi}\right)^2$.

Que peut-on dire de la direction i' correspondant au maximum d'intensité diffractée ?

Calculer l'intensité des deux premiers maxima secondaires.

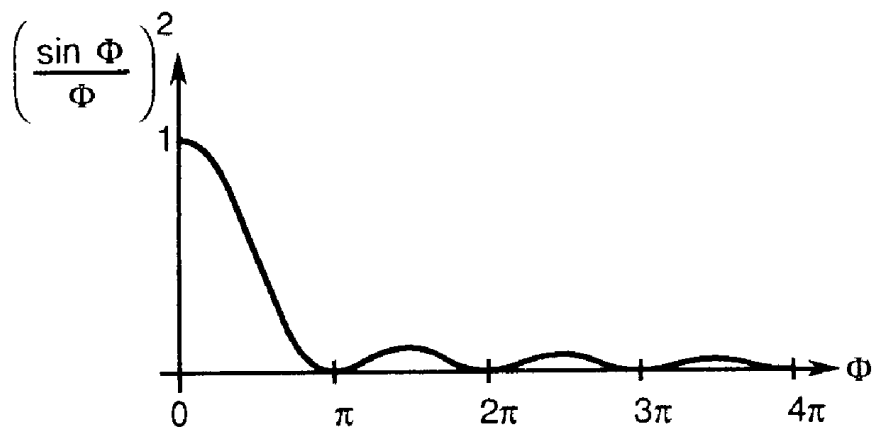
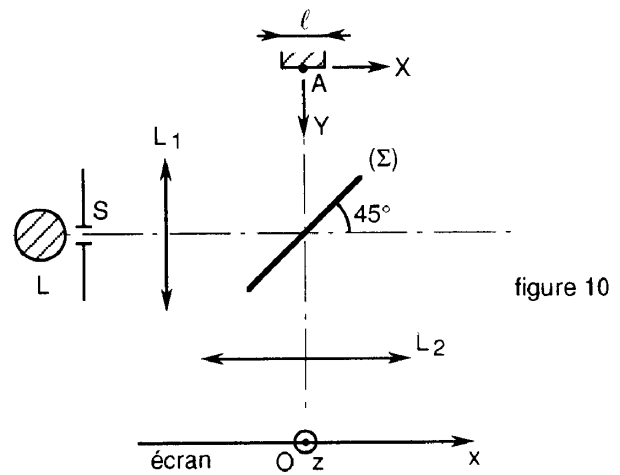


figure 9

3 - On réalise le montage de la figure 10. L est la source lumineuse placée contre un obstacle opaque percé d'un petit trou circulaire S. L_1 et L_2 sont deux lentilles convergentes, perpendiculaires entre elles. S est au foyer objet de L_1 , et un écran plan xOz est situé dans le plan focal image de L_2 . Une lame Σ semi-transparente, semi-réfléchissante, est placée à 45° de L_1 et L_2 . Éclairée par un faisceau de lumière, elle donne naissance à la fois à un faisceau réfléchi et à un faisceau transmis.



Le miroir diffractant étudié en 1 - et 2 - est parallèle à la lentille L_2 de focale f .

a - Décrire avec précision et en trois lignes au maximum ce qu'on voit sur l'écran. Faire un schéma.

b - Quelles sont les modifications apportées sur l'écran par une translation de la distance d du miroir selon l'axe AX ? (La distance d reste évidemment assez faible pour que le miroir soit toujours éclairé compte tenu des dimensions de L_1 et Σ).

c - Même question pour une rotation d'angle θ du miroir autour de l'axe AY. Faire un schéma.

II - Réseau plan par réflexion :

Un réseau est constitué par N miroirs identiques à celui étudié en I ; ces miroirs sont parallèles, coplanaires et régulièrement espacés de la distance a comme l'indique la figure 11.

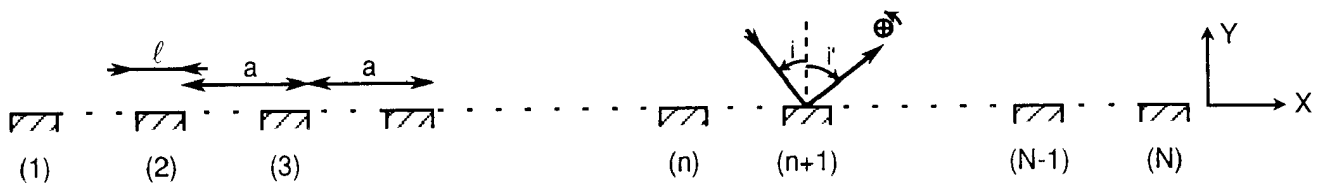


figure 11

Il est éclairé sous l'incidence i positive dans le plan XY par un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide.

1 - Montrer, en le justifiant soigneusement, que l'amplitude de l'onde lumineuse diffractée à l'infini par le réseau dans la direction i' est proportionnelle à :

$$\left[\int \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} (\sin i' + \sin i) X\right) dX \right] \left[\sum_{n=1}^N \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} (\sin i' + \sin i) (n-1)a\right) \right]$$

2 - En déduire que l'intensité peut se mettre sous la forme d'un produit d'une fonction de la variable $F = \frac{p\lambda}{a} (\sin i' + \sin i)$ et d'une fonction de la variable $\frac{j}{2} = \frac{pa}{\lambda} (\sin i' + \sin i)$. Déterminer ces deux fonctions et interpréter qualitativement I.

3 - La figure 12 rappelle les caractéristiques de la fonction $\left(\frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{N \sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$.

La hauteur des maxima secondaires est très faible (moins de 5 %) et ceux-ci ne sont pas visibles (les plus importants sont trop proches des maxima principaux car N est grand). On appelle ordre le nombre entier p caractérisant un maximum principal tel que $\phi = 2p\pi$.

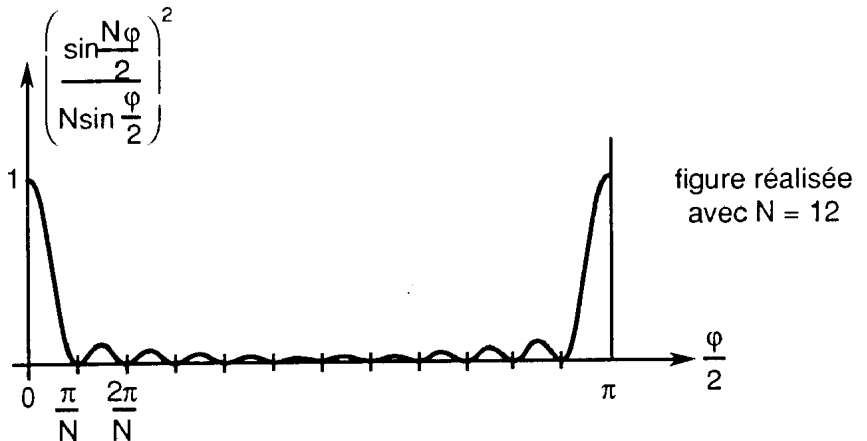


figure 12

a - On donne $a = 2 \mu\text{m}$; $i = 10^\circ$ et $\lambda = 643,8 \text{ nm}$. Quels sont les ordres théoriquement possibles ?

b - On suppose que N est très très grand et que $a = 2 \lambda$. Dessiner le graphe I fonction de Φ en tenant compte du résultat de la question 3-a-. Que constate-t-on ?

4 - On réalise le montage de la figure 13, qui reprend en partie celui de la figure 10.

S est ici une fente très fine percée dans un écran opaque, placée de telle sorte qu'elle soit parallèle aux miroirs du réseau.

L'ensemble { lentille L_2 , écran Oxz confondu avec le plan focal image de L_2 } est placé de telle sorte que l'ordre + 1 se situe sur l'axe Oz.

Déterminer sur l'écran la position de l'ordre 0 en supposant que la distance focale de L_2 vaut 50 cm.

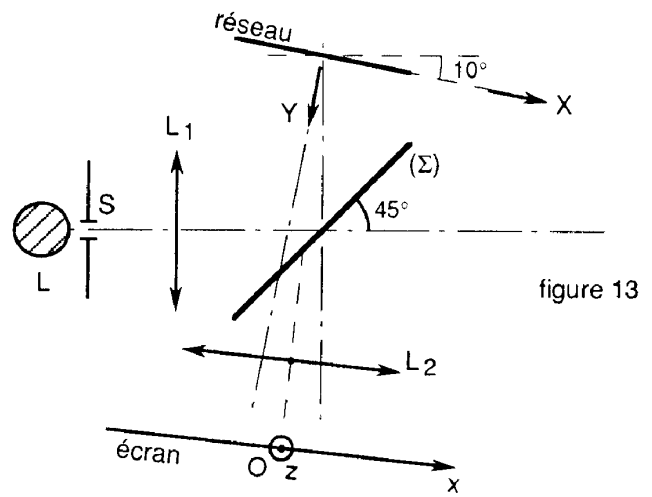


figure 13

5 - On utilise une lampe à vapeur de cadmium qui émet une radiation rouge $\lambda = 643,8 \text{ nm}$. Soumise à un champ magnétique de 1 Tesla, la lampe émet trois radiations de longueurs d'onde λ , $\lambda + \Delta\lambda$ et $\lambda - \Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$ (c'est l'effet Zeeman).

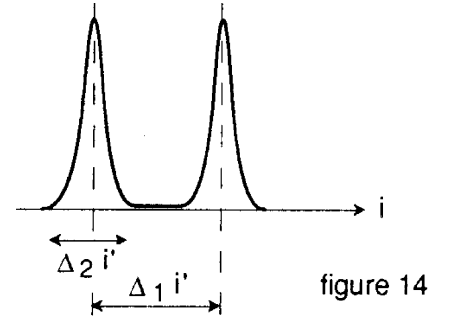
a - Calculer, pour l'ordre p, la variation $\Delta i'$ de l'angle i' qui résulte de la variation $\Delta\lambda$ de la longueur d'onde.

b - Le nombre N de miroirs du réseau étant fini, chaque ordre est caractérisé par une largeur $\frac{2p}{N}$ pour la variable $\frac{\lambda}{2}$ (voir figure 12). En déduire la largeur $\Delta_2 i'$ correspondante pour la variable i' .

c - On admet que deux longueurs d'onde sont séparées si leurs maxima sont distants (en variable i') de plus de leur demi largeur (figure 14).

En déduire la valeur maximale R que doit prendre le rapport $\frac{\lambda}{D\lambda}$ pour que deux radiations soient séparées. R s'appelle le pouvoir de résolution du réseau.

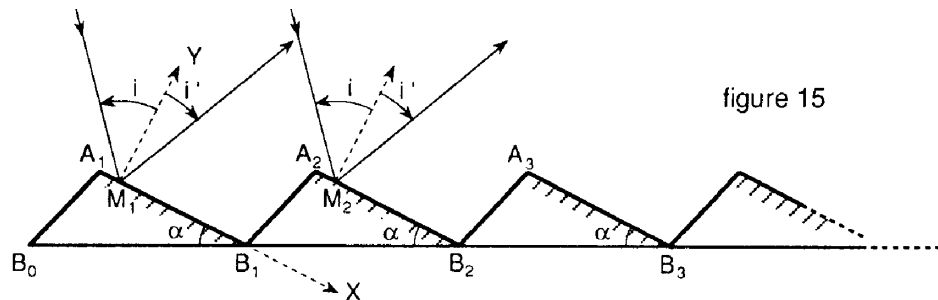
Avec $N = 20\,000$, les trois radiations de la lampe sont-elles séparées dans l'ordre 1 ? Quelle est l'intensité correspondant à cet ordre 1 ?



d - Pour un réseau déterminé (a , l , N fixés), que peut-on faire pour augmenter R ? Quel est l'inconvénient qui en résulte ?

III- Réseau à échellette : (option P uniquement)

Le réseau représenté figure 15, dit réseau à échellette, permet de remédier à l'inconvénient mentionné ci-dessus.



Il est constitué de N miroirs identiques de largeur $l = A_n B_n$ ($1 \leq n \leq N$), parallèles entre eux mais non coplanaires. On l'éclaire sous l'incidence i positive dans le plan XY par un faisceau de lumière parallèle monochromatique. On notera b la distance $B_0 B_1 = B_1 B_2 \dots = B_{n-1} B_n$.

1 - Soient M_1 et M_2 deux points situés sur les miroirs 1 et 2 à des distances identiques de A_1 et A_2 : $A_1 M_1 = A_2 M_2$ et par conséquent $M_1 M_2 = b$. Calculer la différence de marche δ entre les rayons 1 et 2 se réfléchissant en M_1 et M_2 , et interférant à l'infini.

2 - Calculer l'intensité diffractée à l'infini par le réseau sous une forme analogue à celle de la question II-2-.

3 - a - Pour quelle valeur de i' , à i fixé, obtient-on le maximum de la tache centrale de diffraction ?

b - Peut-on faire en sorte que, pour la valeur de i' trouvée ci-dessus, on obtienne un ordre p_0 non nul ? Quelle relation doit être alors vérifiée ?

c - Calculer comme en II-5- le pouvoir de résolution de ce réseau.

d - Expliquer clairement, en 5 lignes maximum, l'intérêt du réseau à échellette par rapport au réseau plan par réflexion.

e - On choisit un réseau à échelle de même longueur que le réseau de la question II avec $N = 20\,000$, $b = 2\,\mu\text{m}$ et $\alpha = 30^\circ$.

Calculer, pour $\lambda = 643,8\,\text{nm}$, l'ordre p_{0m} maximum possible, l'angle i positif correspondant, le pouvoir de résolution et l'intensité correspondante. La séparation des trois radiations rouges du cadmium est-elle possible ?

4 - On désire en plus éliminer l'ordre voisin $p_{0m} - 1$ en faisant coïncider l'angle correspondant $i'_{p_{0m}-1}$ avec un zéro de la fonction diffraction par un miroir. Chercher l'angle $i'_{p_{0m}-1}$ ainsi que la valeur qu'il faut donner à l ($l < b$). En déduire que les triangles $B_{n-1} A_n B_n$ sont presque des triangles rectangles.