

CCP 99. Physique 1 PSI :

Equations aux dimensions et mesures de couches minces

A. Equations aux dimensions :

A.1.a. On calcule aisément $a = -3/2$; $b = 1/2$; $c = -1/2$;

A.1.b. $a = 0$; $b = 1/2$; $c = 1/2$;

A.2.a. $a = 1$; $b = 1$; $c = -1$; $d = 2$.

B. Mesures d'épaisseur de couches minces en cours d'élaboration.

B1.a. $m1 = (\rho \cdot d \cdot S1)$ Application numérique : $m1 = 1,17 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$.

B.1.b. $N1 = N_A \cdot m1 / M$ Application numérique : $N1 = 2,50 \cdot 10^{16}$ atomes.

B.1.c. $(= N1 / S \cdot t$ Application numérique : $(= 1,04 \cdot 10^{14} \text{ atomes} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.

B.1.d. Il n'y a qu'un degré de liberté (direction fixée), et on a alors :

INCORPORER Equation.2

v étant la vitesse quadratique moyenne.

On en déduit :

INCORPORER Equation.2 Application numérique : $v = 666 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

B.1.e. Le libre parcours moyen doit être grand devant la distance de la source à la cible.

B.2.a. On calcule facilement :

INCORPORER Equation.2 qui a bien la dimension d'une force.

Application numérique : $F = 1,$

$01 \cdot 10^{-8} \text{ N}$.

B.2.a'. Le choc est ici inélastique.

Dans le cas du calcul de la pression d'un GP, les chocs sont supposés élastiques ; dans un tel cas la force serait deux fois plus grande.

B.2.b. Soit O le point d'accrochage du pivot sur la pastille et C le centre de la pastille.

La force est uniforme sur la pastille : la force élémentaire exercée sur un élément dS autour d'un point N est donc :

INCORPORER Equation.2

Le moment élémentaire exercée sur cet élément est donc :

INCORPORER Equation.2

On a donc :

INCORPORER Equation.2

Par symétrie le second terme est nul et :

INCORPORER Equation.2

B.2.c. La suspension à parallélogramme est nécessaire pour que la pastille se déplace parallèlement à elle-même : on reste ainsi aux anneaux pour le Michelson.

B.2.d. Avant le début du dépôt, $t = 0$.

A l'équilibre de la pastille, le moment des forces par rapport à un point A quelconque doit être nul.

On choisit A sur le pivot lié au support.

Les forces auxquelles est soumise la pastille sont :

la force F dont le moment est :

INCORPORER Equation.2

soit finalement : INCORPORER Equation.2

le poids dont le moment est :

INCORPORER Equation.2

la réaction du parallélogramme sur la pastille, dont le moment par rapport à l'axe de rotation est nul si le dispositif est huilé...

L'équilibre se traduit donc par :

$$l \cos(\alpha) F - M c g l \sin(\alpha) = 0$$

L'angle α étant petit : $\cos(\alpha) \approx 1$; $\sin(\alpha) \approx \alpha$, ce qui donne :

$$\alpha = F(1 + a/l) / M c g \quad \text{AN : } \alpha = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$$

B.2.e. D'après la relation précédente : INCORPORER Equation.2 d'où INCORPORER Equation.2
Ce qui est effectivement totalement négligeable.

B.2.f. $\alpha = l \sin(\alpha) \approx l \alpha$ Application numérique : $\alpha = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$.

B.2.g. La variation de la différence de marche due au processus sera $2\alpha \approx 14 \text{ nm}$.

Or $\lambda = 40 \text{ nm}$. On peut donc contrôler le processus.

B.3.a. Dans le cas d'une contrainte statique, l'application du principe fondamental de la dynamique (PFD) à un petit élément de ressort montre que $F(x)$ se conserve le long du ressort.
On en déduit : $a(x) = x/X$, et donc $F(x) = kX$.

B.3.b. Un petit élément de ressort est soumis aux forces :
 $F(x+dx, t)$ exercée par la partie droite ;
 $-F(x, t)$ exercée par la partie gauche.

On en déduit, par application du PFD projeté sur Ox :
INCORPORER Equation.2

B.3.c. Les solutions générales sont :
 $a(x, t) = f(x-t) + g(x+t)$.

B.3.d. INCORPORER Equation.2 ; c représente la célérité des ondes qui se propagent dans la lame de quartz.

B.3.e. L'équation vérifiée par $b(x)$ est :
INCORPORER Equation.2

B.3.f. La solution en est :
 $b(x) = A \sin(kx + \phi)$, où A et ϕ sont des constantes.

B.3.g. Les conditions aux limites sont :
 $a(0, t) = 0$ (t, donc $b(0) = 0$, qui donne $\phi = 0$;

$F(e,t) = 0$, ce qui impose : INCORPORER Equation.2 avec k entier.

B.3.h. Le mode fondamental correspond à la fréquence de vibration la plus basse ($k = 0$).
On a donc $\omega_0 =$ INCORPORER Equation.2 .

B.3.i. On a toujours $a(0,t) = 0$ qui impose $\omega = 0$.
La condition en $x = e$ est cette fois différente.

On applique le PFD à la masse m située en E , et soumise à la force $-F(e,t)$.

INCORPORER Equation.2
On en déduit, après calcul :
INCORPORER Equation.2
et en faisant apparaître les masses m et M :
 $X.m/M = \cotan(X)$ avec $X = \omega e / c$.

B.3.j. La méthode graphique consiste à tracer en fonction de X les fonctions $\cotan(X)$ et $X.m/M$;
les intersections des deux courbes donnent les pulsations propres.

B.3.k. Le pôle adapté est $X = \pi/2$ (correspondant au cas $m = 0$).
Un DL de $\cotan$ au voisinage de cette valeur donne $\cotan X = (\pi/2 - X)$.
L'équation donne alors :
 $X (1 + m/M) = \pi/2$ avec $m \ll M$, soit :

$\omega = \omega_0 (1 - m/M)$
Remarque : on peut vérifier sur un graphique que la pulsation fondamentale diminue.

B.3. l. On a $m/M = 1 - \omega/\omega_0$.

B.3.m. On suppose que la question est : calculer la différentielle...
On a $\text{Log}(m) = \text{Log}(M) + \text{Log}(\omega_0 - \omega) - \text{Log}(\omega_0)$
INCORPORER Equation.2

B.3.n. Les incertitudes dues à M , ω_0 et ω sont indépendantes ; on ignore si elles vont jouer « dans le même sens » ou se compenser ; pour avoir le « pire cas », on doit ajouter toutes ces incertitudes, soit :
INCORPORER Equation.2

B.3.o. On remplace $(\omega_0 - \omega)$ par $\omega_0 m/M$ dans l'expression précédente.
On en déduit :
INCORPORER Equation.2

soit INCORPORER Equation.2

B.3.p. $M = (Q.S.d$ et $m = (.S.e$

On en déduit : INCORPORER Equation.2

B.3.q. La fonction $y(e)$ tend vers $+\infty$ lorsque e tend vers 0 ou $+\infty$; il existe donc – au moins – un minimum.
Ce minimum est donné par INCORPORER Equation.2
On en déduit INCORPORER Equation.2

B.3.r. En remplaçant e par sa valeur extraite de l'expression précédente, on obtient :
INCORPORER Equation.2

B.3.s.AN : $e_{\min} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

B.3.t. $f_0 = (/ 4e = 6,53 \text{ MHz}$.

B.3.u. D'après la question m, INCORPORER
Equation.2 .

AN : (

$f = 130,5 \text{ Hz}$

