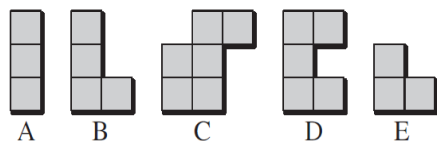


Задачі чвертьфіналу 37 Міжнародного чемпіонату з розв'язування логічних математичних задач

1. На малюнку зображено п'ять дерев'яних фігурок. Виявляється, що з чотирьох з них можна скласти квадрат. Яка фігурка є зайвою?



2. Марійка має марки двох видів: вартістю по 2 гривні та по 5 гривен. На конверт потрібно наклеїти марок на суму 41 гривня. Скількома способами Марійка може це зробити, якщо марок кожного виду у неї є в достатній кількості? (При підрахунку кількості способів порядок наклеювання марок не враховується.)



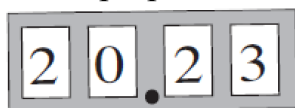
3. Марійка має чотири жетони, на яких відповідно написані числа 13, 8, 6, 18 (дивись малюнок). З іншого боку кожного з цих жетонів теж написано одне з цих чисел, але виявляється, що на жодному з чотирьох жетонів не написано однакових чисел з обох боків. Михайлик з Марійкою ведуть правдивий діалог:

- Чи написано з іншого боку жетону №4 число 6 або 8?
- Ні.
- Чи написано на іншому боці жетону №2 число 18?
- Так.

Яке число написано на іншій стороні жетону №1?



4. На малюнку зображено дисплей годинника, котрий зараз показує час 20 годин 23 хвилини. Через скільки щонайменше хвилин на дисплеї висвітлюватиметься час, записаний за допомогою однієї й тієї ж цифри, що повторюється чотири рази?

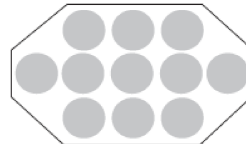
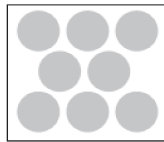


5. В порожні клітинки квадрата впишіть числа так, щоб квадрат став магічним. Всі числа в клітинках мають бути різними. Зауважимо, що

квадрат називається магічним, якщо відповідні суми всіх чисел вздовж усіх стовпчиків, усіх рядків та обох великих діагоналей є однаковими. У відповідь запишіть числа, вписані у заштриховані клітинки. Задача вважатиметься розв'язаною, якщо найбільше серед чисел, записаних у клітинках магічного квадрата, буде найменшим серед можливих.

9		5	4
7	2	11	<i>a</i>
12	13		1
<i>b</i>	3	10	15

6. Марійка з бабусиної яблуні зібрала яблука. Виявилося, що їх менше 100. Якщо дівчинка складатиме їх у пакунки рівно по 8 штук, то залишиться 2 яблука. Якщо ж вона розкладатиме зібрані яблука у пакунки рівно по 11 штук у кожен, то теж залишиться 2 яблука. Скільки яблук зібрала Марійка?



7. Цікава особливість числа 2023 у тому, що воно націло ділиться на суму своїх цифр ($2023 : (2+0+2+3) = 289$). Скільки років від 2000 до 2023 мають таку ж властивість? При підрахунку роки 2000 та 2023 враховувати.
8. Марійка народилася 20 листопада 2011 року. Дата її народження записується так: 20.11.2011. Помічаємо, що цифри 2,0,1,1 повторюються двічі в такому ж порядку. Марійці цікаво, чи існують інші дати, запис яких має таку ж властивість (ab.cd.abcd)? Скільки таких дат, якщо починати підрахунок із 2011 року та можна продовжувати до нескінченості?

Нагадаємо, щоб задачі з номерами від 9 до 18 були зараховані, потрібно вказати всі можливі розв'язки задачі.

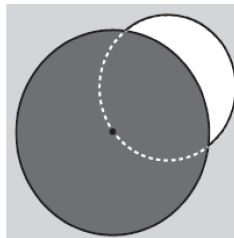
9. Прямокутник склали з шести квадратів, сторони п'яти з яких відповідно дорівнюють 1см, 4см, 5см, 6см, 7см. Сторона шостого квадрата дорівнює стороні одного з п'яти попередніх. Знайдіть периметр цього прямокутника.
10. На малюнку зображено арифметичний ребус, у якому однакові букви позначають однакові цифри, а різні букви позначають різні цифри. Жодне з чисел не починається нулем. Яке число у ребусі позначає LIMA?

$$\begin{array}{r}
 \text{L E A} \\
 + \text{ A M I} \\
 + \text{ M I L} \\
 + \text{ E I L} \\
 \hline
 = \text{ L I M A}
 \end{array}$$

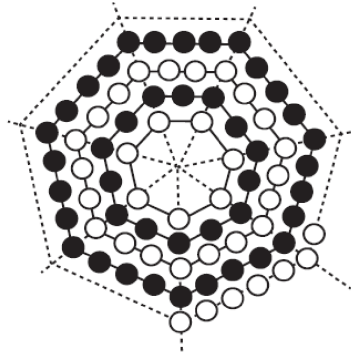
11. На шахову дошку, розміром 8х8, вздовж ліній сітки викладають доміношки, розміром 1х2 (щонайбільше їх можна покласти 32 штуки). Яку щонайменшу кількість доміношок потрібно покласти на шахову дошку, щоб більше жодної доміношки у вказаний спосіб покласти вже було неможливо?
12. Михайлик, вимірявши ребро куба, обчислив його об'єм і записав на аркуші знайдене шестицифрове число. Розливе чорнило закрило три з написаних цифр (дивись малюнок). Знайдіть довжину ребра цього куба в міліметрах.



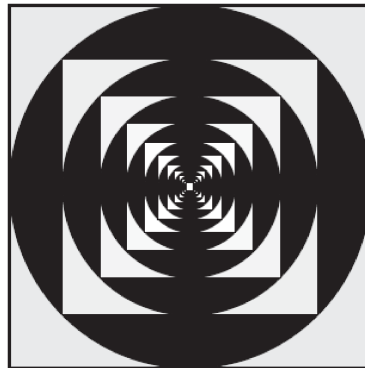
13. На малюнку зображено два круги – світлий і темний. Причому коло, що обмежує світлий круг, проходить через центр темного круга. Діаметр світлого круга дорівнює 14см, а діаметр темного – $14\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу частини світлого круга, на яку не налягає темний круг. Відповідь запишіть у кв.мм, округливши до цілих. Якщо потрібно, візьміть $\sqrt{2}=1,414$, $\pi=3,1416$.



14. $2023=7 \times 17 \times 17$ = розклад числа 2023 на прості множники. Сума цих простих множників дорівнює 41. Розглядається прямокутний паралелепіпед з квадратною основою, виміри якого відповідно дорівнюють цим простим множникам. Скільки є різних прямокутних паралелепіпедів з квадратною основою, виміри яких є такими простими числами, що їх сума теж дорівнює 41?
15. Для виготовлення намиста використовували чорні та білі перлини, об'єднуючи їх у семикутники (дивись малюнок). Кольори семикутників змінюються так, як показано на малюнку. Крайні семикутники є білими. Всього було використано 2023 білих перлини. Скільки всього чорних перлин було використано для виготовлення намиста?



16. Скруч має 100 самородків, серед яких один є фальшивий. Для його виявлення Скруч здає самородки на перевірку ювеліру. Якщо серед зданих самородків є фальшивий, то Скруч платить ювеліру 600 доларів, якщо немає – 400 доларів. Через певну кількість кроків фальшивий самородок потрібно виявити. Яка для цього найкраща стратегія та скільки при цьому Скруч витратить доларів?
17. В білий квадрат вписано чорний круг, в нього вписано білий квадрат. В останній знову вписано чорний круг і т.д. Знайдіть який відсоток від площі початкового білого квадрата складає сумарна площа чорних частинок фігур (дивись малюнок). Відповідь округліть до цілих. Якщо потрібно, візьміть $\sqrt{2}=1,414$, $\pi=3,1416$.



18. В трикутнику ABC сторона BC=13м, кут B – тупий і його градусна міра близька до 90 градусів. Відрізками BF і CD трикутник поділено на чотири частини. BF=10м, CD=15м. E – точка перетину BF і CD. Довжини відрізків AD, AF, BD, BE, CE, CF – цілі числа метрів. Знайдіть площу трикутника ABC. Відповідь запишіть у кв.м, округливши до цілих. Якщо потрібно, візьміть $\sqrt{3}=1.732$

