

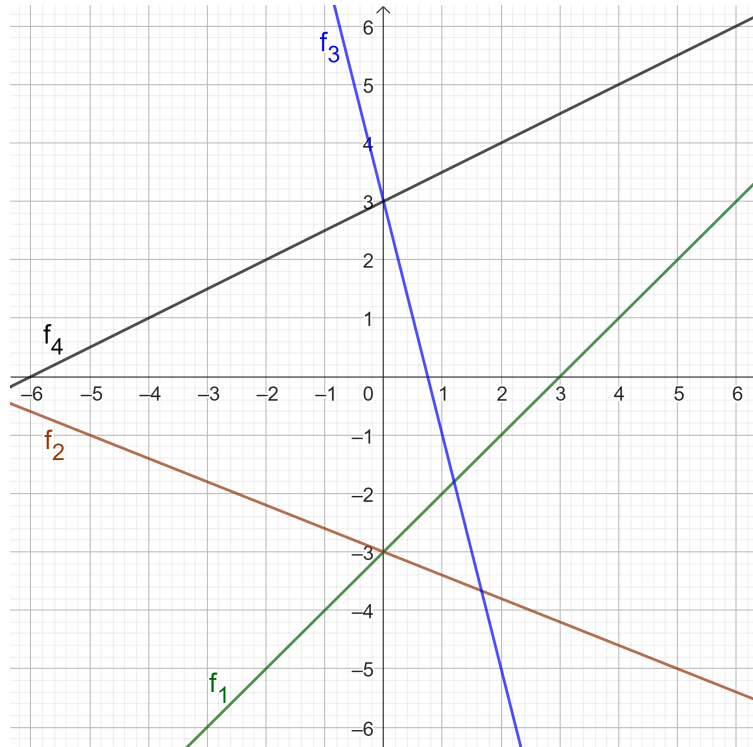
Aufgaben

Beispiele zu Lineare Funktionen

Aus <https://123mathe.de/> (Jan. 2024) teilweise etwas angepasst.

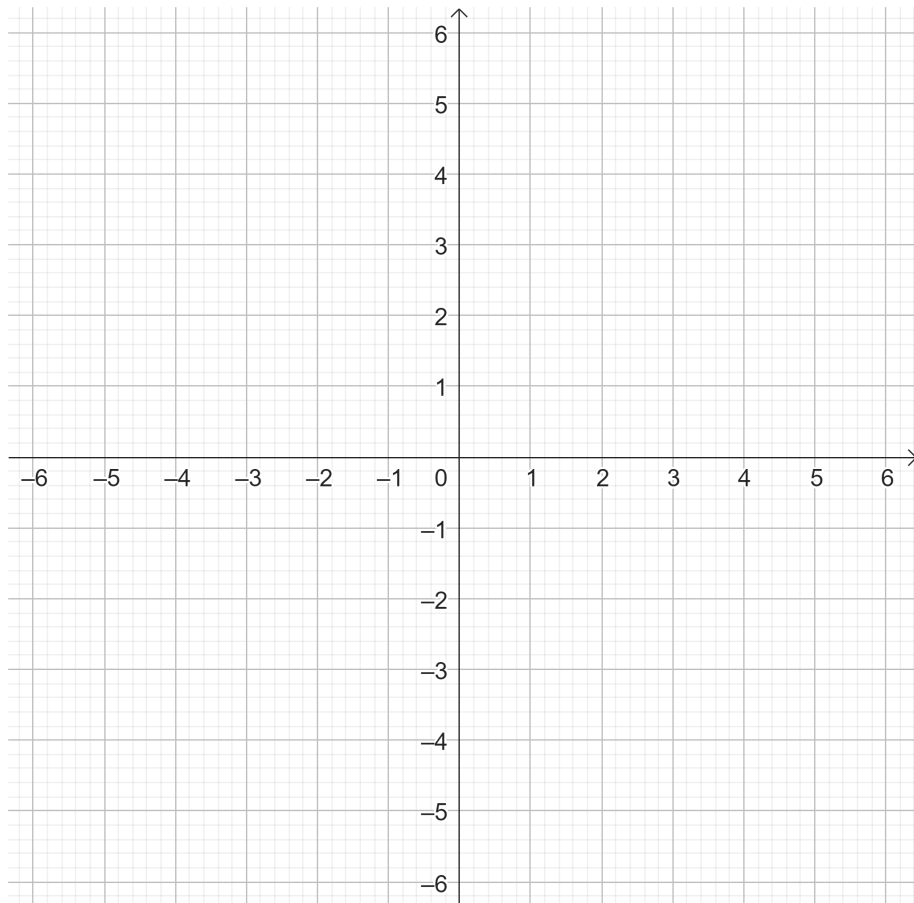
1) Welche Gleichung gehört zu welcher Geraden?

a) $f(x) = -4x + 3$ b) $5y + 2x + 15 = 0$ c) $f(x) = x - 3$ d) $f(x) = 0,5x + 3$



2) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $f(x) = 1,5x$ in das Koordinatensystem unten. Zeichnen Sie ohne weitere Hilfsmittel folgende Gerade hinzu (Achtung: vorher evt. vereinfachen oder ausmultiplizieren).

$g(x) = 1,5 \cdot (x - 2)$; $h(x) = 1,5 \cdot x - 2$; $k(x) = 1,5 \cdot (-x)$; $m(x) = 1,5 \cdot (2x)$



- 3) Eine Gerade ist durch eine Gleichung gegeben. Stellen Sie die Funktionsgleichung $f(x) = kx + d$ dieser Geraden auf (d.h. man soll die gegebene Formel auf $y = kx + d$ umstellen):
- a) $2x - 3y = 7$ b) $3y - 4x - 1 = 0$ c) $y - 95x = 0$
- d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ e) $-\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ f) $y = \sqrt{3} \cdot (x - 2)$
- 4) Gegeben ist die lineare Funktion $f(x)$ mit $f(x) = 1,25x + 1,5$
- a) Berechnen Sie die Funktionswerte $f(0)$; $f(-1,5)$; $f(0,7)$; $f(\pi)$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $f(u)$
- b) An welcher Stelle hat die Funktion den Wert -5?
- c) Für welche Argumente x sind die Funktionswerte positiv, d.h. für welche x gilt $f(x) > 0$?
- d) Zeigen Sie der Ausdruck $f(u + 2) - f(u)$ ist unabhängig von u .
- 5) Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte folgender linearer Funktionen und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem.
- a) $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ b) $f(x) = -4x - 3,5$ c) $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$
- d) $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ e) $f(x) = 2(x + 1,25)$ f) $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$
- 6) Bestimmen Sie die Formel einer Parallelen zur Geraden g mit $g(x) = -2x + 4$ durch den Punkt $P(-3 \mid 1)$
- 7) Gegeben ist die lineare Funktion $f(x) = 0,4x - 2$. Der Funktionsgraph wird um 4 Einheiten in Richtung der positiven x -Achse verschoben. Bestimmen Sie den Funktionsterm $g(x)$ der verschobenen Geraden. Wie lässt sich $g(x)$ noch aus $f(x)$ erzeugen?
- 8) Bestimmen Sie den Schnittpunkt beider Geraden und skizzieren Sie diese in ein Koordinatensystem.

- a) $f(x) = -3x + \frac{5}{4}$ $g(x) = -x - 1$ b) $y - x = 3$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$
 c) $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1$ $g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ d) $x = 2$ $g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$
 e) $f(x) = 0,04x + 20$ $g(x) = 0,15x + 15$

9) Bestimmen Sie die Gleichung der linearen Funktion $f(x)$, wenn bekannt ist:

- a) Die Gerade verläuft durch $P(4 \mid -1)$ mit der Steigung $k = 5/4$.
 b) Die Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(-5 \mid -3)$ und $P_2(0 \mid 3)$
 c) Die Gerade verläuft durch den Punkt $P(4,5 \mid 2,7)$ und ist 45° zur x -Achse geneigt.
 d) Die Gerade verläuft durch $P(-1,5 \mid 0)$ und ist parallel zu $h(x) = 2x + 2$.

10) Ermitteln Sie den Funktionsterm der linearen Funktion $f(x)$, wenn gilt:

- a) $f(1) = 7$ $f(-1) = 3$ b) $f(a) = 0$ $f(0) = a$ c) $f(a) = 1$ $f(2a) = -1$

Lösungen

Lösungen

1) a3, b2, c1, d4

2) Einfache Übung, hier nur ein paar Hinweise:

$$f(x) = 1,5x \quad g(x) = 1,5(x - 2)$$

$$\text{Verschiebung um 2 nach rechts } h(x) = 1,5x - 2$$

$$\text{Verschiebung um 2 nach unten } k(x) = -1,5x$$

$$\text{Spiegelung an der } y\text{-Achse } m(x) = 1,5(2x) = 3x$$

doppelte Steigung

3)

a) $2x - 3y = 7 \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$	b) $3y - 4x - 1 = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$
c) $y - 95x = 0 \Rightarrow f(x) = 95x$	d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$
e) $-\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x + 5$	f) $y = \sqrt{3}(x - 2) \Rightarrow f(x) = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$

4)

a) Ergebnisse gerundet $f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$$

$$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$$

$$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$$

$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

b) $1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$ somit ist $f(x) = -5$ für $x = -5,2$

c) $f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$ d.h. wir berechnen einfach mal $1,25x + 1,5 = 0 \Rightarrow x = -1,2$

Jetzt müssen wir nur noch kontrollieren ob die Gerade links oder rechts davon positiv ist. Einfach eine Zahl einsetzen, z.B. $f(0) = 1,5$ damit ist für alle $x > -1,2$ die Funktion positiv!

d) $f(u + 2) = 1,25(u + 2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$

$$f(u + 2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

d.h. $f(u + 2) - f(u) = 2,5$ unabhängig vom u

5)

a) $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ $f(0) = 4 \Rightarrow \underline{P_y(0 4)}$ $f(x_s) = -\frac{3}{2}x_s + 4 = 0 \Rightarrow x_s = \frac{8}{3} \Rightarrow \underline{P_x\left(\frac{8}{3} 0\right)}$
b) $f(x) = -4x - 3,5$ $f(0) = -3,5 \Rightarrow \underline{P_y(0 -3,5)}$

$f(x_s) = -4x - 3,5 = 0 \Rightarrow x_s = -\frac{7}{8} \Rightarrow P_x(-\frac{7}{8} 0)$
c) $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$ $f(0) = -3 \Rightarrow P_y(0 -3)$ $f(x_s) = \frac{3}{7}x - 3 = 0 \Rightarrow x_s = 7 \Rightarrow P_x(7 0)$

6) $g(x) = -2x + 4$ die Parallele $h(x)$ soll durch $P(-3|1)$ gehen. Die Parallele hat die gleiche Steigung d.h. man braucht nur noch den Punkt einsetzen und erhält $h(x) = -2x - 5$

7) $f(x) = 0,4x - 2 \rightarrow g(x) = 0,4(x-4) - 2 = 0,4x - 3,6$. Das gleiche Ergebnis $g(x) = 0,4x - 3,6$ erhält man um eine Verschiebung um 1,6 nach unten (y-Achse).

8)

a)	$f(x) = -3x + \frac{5}{4} \quad g(x) = -x - 1 \Rightarrow f(x_s) = g(x_s) \Rightarrow -3x_s + \frac{5}{4} = -x_s - 1 \Leftrightarrow x_s = \frac{9}{8} y_s = g(x_s) = g(\frac{9}{8}) = -\frac{9}{8} - 1 = -\frac{17}{8} \Rightarrow S(\frac{9}{8} -\frac{17}{8})$
b)	$f(2y - x = 3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow f(x_s) = g(x_s) \Rightarrow \frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4 \Rightarrow x_s = \frac{5}{2} y_s = f(x_s) = f(\frac{5}{2}) = \frac{11}{4} \Rightarrow S(\frac{5}{2} \frac{11}{4})$
c)	$f(x_s) = g(x_s) \Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5} y_s = g(x_s) = g(\frac{18}{5}) = -\frac{17}{5} \Rightarrow S(\frac{18}{5} -\frac{17}{5})$
d)	$x = 2 \Rightarrow x_s = 2y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3 \Rightarrow S(2 -3)$
e)	$f(x) = 0,04x + 20 \quad g(x) = 0,15x + 15 \Rightarrow f(x_s) = g(x_s) \Leftrightarrow 0,04x_s + 20 = 0,15x_s + 15 \Rightarrow x_s = \frac{500}{11} y_s = f(x_s) = f(\frac{500}{11}) = \frac{240}{11} \Rightarrow S(\frac{500}{11} \frac{240}{11}) \approx S(45,45 21,82)$

9)

a)	$P(4 -1) \quad a_1 = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}x + a_0 P(4 -1) \quad f(4) = \frac{5}{4} \cdot 4 + a_0 = -1 \Rightarrow a_0 = -6 \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}x - 6$
b)	$P_1(-5 -3) \quad P_2(0 3) \Rightarrow a_0 = 3a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-3)}{0 - (-5)} = \frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{6}{5}x + 3$
c)	$45 \triangleq a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x + a_0 P(4,5 2,7) \quad f(4,5) = 4,5 + a_0 = 2,7 \Rightarrow a_0 = -1,8 \Rightarrow f(x) = x - 1,8$
d)	parallel zu $h(x) = 2x + 2 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$ $P(-1,5 0) \quad f(-1,5) = 2 \cdot (-1,5) + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow f(x) = 2x + 3$

10)

a)	$f(1) = 7 \Rightarrow P_1(1 7) \quad f(-1) = 3 \Rightarrow P_1(-1 3) a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 7}{-1 - 1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0 P_1(1 7) \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 1 + a_0 = 7 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = 2x + 5$
b)	$f(a) = 0 \Rightarrow P_1(a 0) \quad f(0) = a \Rightarrow P_2(0 a) \Rightarrow a_0 = a \Rightarrow f(x) = a_1 x + a a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a - 0}{0 - a} = -1 \Rightarrow f(x) = -x + a$
c)	$f(a) = 1 \Rightarrow P_1(a 1) \quad f(2a) = -1 \Rightarrow P_1(2a -1) a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{2a - a} = -\frac{2}{a} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{a}x + a_0 P_1(a 1) \quad f(a) = -\frac{2}{a} \cdot a + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{a}x + 3 \quad a \neq 0$