

Expéditeur	nom du fichier	an	école	option	n°épr	n°pb	durée	En/Cor	mots-clés
Rooy	cpolyp2p.doc	95	ENSI	P,P'	2		4h	En.	ondes milieux A.O. champ magn.

EPREUVE COMMUNE AUX CONCOURS PH-P, CH-P, CH-P'

Cette épreuve est également utilisée par : ESEM - ISIMA - ECOLE NAVALE
PHYSIQUE 2
Durée : 4 heures

Ce problème comprend quatre parties très largement indépendantes.

L'ensemble des calculs des trois premières parties sera effectué en utilisant les grandeurs complexes associées aux grandeurs physiques réelles sinusoïdales qui seront représentées par des vecteurs soulignés.

I/ ETUDE D'UN MODÈLE SIMPLE D'UN MILIEU DE PROPAGATION

On considère un modèle simplifié de la matière dans lequel le nuage électronique d'un atome générique est représenté globalement par son centre d'inertie G_- de masse m , de charge q . Le centre d'inertie du noyau de l'atome G_+ est fixe dans le référentiel d'étude supposé galiléen. On pose $\vec{A} = G_+ G_-$.

Le mouvement de G_- sera étudié en admettant d'une part l'existence d'une force de rappel d'origine électrique entre G_+ et G_- du type $\vec{F}_1 = -k_x A_x \vec{e}_x - k_y A_y \vec{e}_y - k_z A_z \vec{e}_z$ et d'autre part d'une force de type frottement visqueux $\vec{F}_2 = -r \frac{d\vec{A}}{dt}$ où r est une constante positive. On soumet par ailleurs le système à l'action d'un champ électrique sinusoïdal de représentation $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$.

Il n'est pas fait de distinction, dans les deux premières parties, entre champ local et champ macroscopique, seuls les électrons sont supposés animés d'un mouvement.

1/ En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, relier les composantes cartésiennes de $\vec{A}$ à celles de $\vec{E}_0$ en régime sinusoïdal forcé.

2/ On considère maintenant un milieu continu qui renferme N atomes du type précédent par unité de volume. On admet que le vecteur polarisation électrique $\vec{P}$ est égal à la densité volumique de moment dipolaire, soit ici $\vec{P} = Nq \{ \vec{A} \}$. On rappelle que $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ où $\vec{D}$ est le vecteur déplacement électrique.

Montrer alors que $\vec{D} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \vec{E}$ et préciser les expressions de $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$.

Dans la suite de cette partie on assimilera $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ à des nombres réels.

On note qu'aucune connaissance sur l'étude des milieux anisotropes n'est nécessaire à la résolution du problème.

3/ Rappeler l'expression différentielle des équations de Maxwell dans un milieu diélectrique sans charge libre ni courant libre. Les propriétés magnétiques du milieu sont celles du vide.

4/ On envisage la propagation d'ondes électromagnétiques dans le milieu décrit précédemment. Ces ondes sont définies par $\vec{E}$ (excitation électrique) et $\vec{H}$ (excitation magnétique) dont les représentations complexes sont du type :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t} = E_x \vec{x} e^{j\omega t} = E_{0x} \vec{x} e^{j\beta_x z} e^{j\omega t} \text{ et } \vec{H} = \vec{H}_0 e^{j\omega t} \text{ avec } \{\vec{H}_0 = (H_x, H_y, H_z)\}$$

où E_0 , H_0 et β_x sont indépendants des variables x , y , z et t .

La propagation a lieu dans le sens des abscisses z . croissantes.

Montrer que le champ magnétique est dirigé suivant l'axe y .

Donner la valeur de β_x supposée positive et de E_x / H_y .

On reprendra la question avec :

$$\vec{E} = E_x \vec{x} e^{j\omega t} = E_{0y} \vec{y} e^{j\beta_y z} e^{j\omega t} \text{ et } \vec{H} = \vec{H}_0 e^{j\omega t} \text{ avec } \{\vec{H}_0 = (H_x, H_y, H_z)\}$$

Donner la valeur de β_y et de E_y / H_x .

II - PROPAGATION DANS UN MILIEU ISOTROPE SOUMIS À UN CHAMP MAGNÉTIQUE STATIQUE : EFFET FARADAY.

Comme dans la première partie, on choisit un modèle simple de la matière. Afin de simplifier l'analyse, on suppose cette fois que la force de rappel est de la forme $\vec{F}_1 = -k\vec{A}$ ($k_x = k_y = k_z$). Le terme visqueux reste le même $\vec{F}_2 = -r \frac{d\vec{A}}{dt}$. On est encore en régime sinusoïdal forcé. On applique de plus un champ magnétique statique $\mathbf{B}_z > 0$ suivant l'axe z .

5/ Soit un champ électrique exciteur de représentation : $\vec{E} = E_x \vec{x} e^{j\omega t}$.

Dans toute la suite du problème, on ne tient pas compte des contributions des forces dues aux champs magnétiques éventuellement associés aux champs électriques exciteurs (la force due au champ magnétique statique sera toutefois considérée).

Exprimer $\vec{A}$ notamment en fonction de E_x et $\mathbf{B}_z$.

Reprendre la démarche avec cette fois un champ exciteur $\vec{E} = E_y \vec{y} e^{j\omega t}$.

Exprimer $\vec{A}$ notamment en fonction de E_y et $\mathbf{B}_z$.

En admettant le principe de superposition établir la relation matricielle liant $\vec{A}$ et $\vec{E}$ du type $\vec{A} = (M)\vec{E}$ quand le champ électrique est de la forme $\vec{E} = |E_x| |E_y| |E_z| a e^{j\omega t}$.

6/ Comme dans la question 2, on désire obtenir le vecteur déplacement électrique $\vec{D}$ en fonction de $\vec{E}$.

Montrer que $\underline{\vec{D}}$ peut se mettre sous la forme : $\underline{\vec{D}} = \begin{pmatrix} e_0 e_r j b & 0 & -j b e_0 e_r & 0 & 0 & 0 \\ e_0 e_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{\vec{E}}$

Pour résoudre cette question on admettra que $q^2 w^2 B_z \ll (m w^2 - k - j w r)^2, B_z > 0$

On précisera alors l'expression de b.

On admettra dans la suite du problème que la force d'amortissement est faible devant les autres. On montrera que dans ces conditions ϵ_r et b peuvent être assimilés à des nombres réels et on précisera leurs expressions.

7/ Soit un milieu défini par $\underline{\vec{D}} = \begin{pmatrix} e_0 e_r j b & 0 & -j b e_0 e_r & 0 & 0 & 0 \\ e_0 e_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underline{\vec{E}}$, où ϵ_r et b sont des nombres réels.

On cherche dans ce milieu des solutions des équations de Maxwell de la forme :

$$\underline{\vec{E}} = (E_x \vec{x} + E_y \vec{y}) e^{j w t} = (E_{0x} \vec{x} + E_{0y} \vec{y}) e^{-j \beta z} e^{j w t}$$

où E_{0x} et E_{0y} sont indépendants des variables d'espace, et β est indépendant des variables x, y, z et t .

Montrer alors que les solutions envisageables vérifient :

$$\text{soit } E_x = j E_y, \text{ soit } E_x = -j E_y.$$

Donner alors la valeur correspondante de β que l'on nommera :

$$\beta_{\text{direct}}, \text{ si } E_x = -j E_y \\ \beta_{\text{inverse}}, \text{ si } E_x = +j E_y$$

Quelle figure est décrite par l'extrémité du vecteur E dans chacun des deux cas ?

Qu'est-ce qui distingue les deux situations ?

8/ Que se passe-t-il si un tel milieu est soumis à un champ magnétique de même amplitude mais de signe opposé ? Donner les solutions des équations de Maxwell envisageables et la valeur des constantes de propagation β correspondantes.

$$9/ \text{ On applique à un tel milieu un champ de représentation complexe } \underline{\vec{E}} = E_{0x} \vec{x} e^{j w t}.$$

Donner le champ obtenu après un parcours de longueur d.

Comment évolue l'état de polarisation sur la distance d ?

10/ Montrer que pour une propagation en sens opposé (vers les $z < 0$), la direction du vecteur E continue à tourner dans le même sens. Que penser du "principe du retour inverse de la lumière" dans ce type de milieu ?

III~ÉTUDE D'UN CAPTEUR DE FORCE OPTIQUE

La propriété optique décrite dans la partie I est naturelle dans beaucoup de cristaux; on la retrouve également dans les matériaux isotropes soumis à des contraintes. Ainsi, un bloc de verre prismatique soumis à une force $\vec{F} = -F_x \vec{x}$ uniformément répartie sur une surface S , conduit à une différence de phase :

$$f = (\beta_x - \beta_y) L = 2 p K P L \text{ avec } P = F_x S$$

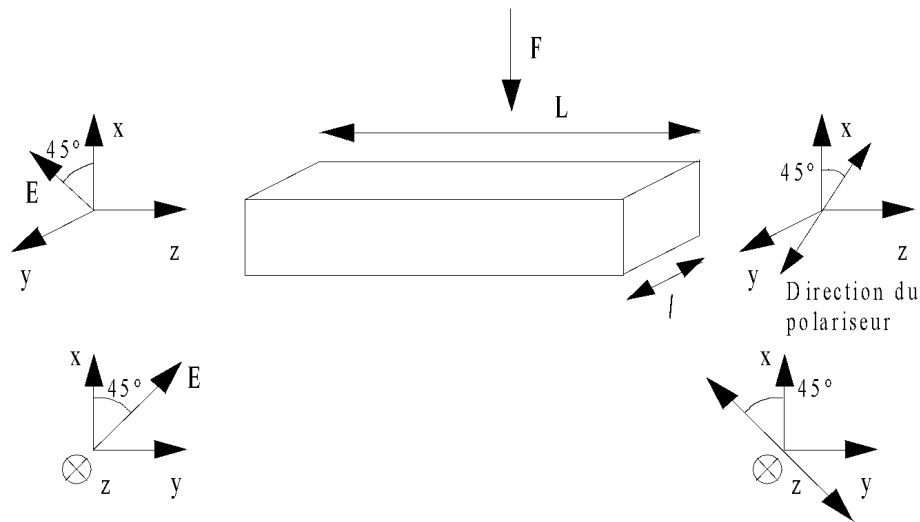


Figure 1

11/ Le montage considéré consiste en une barre de verre prismatique de largeur l et de longueur L sur laquelle est appliquée une force $\vec{F} = -F_x \vec{x}$ (figure 1). on applique à la face d'entrée de l'échantillon (à la côte $z = 0$) un champ $\vec{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_{0x} \vec{x} + E_{0y} \vec{y}) e^{j\omega t}$. Les réflexions sont négligées à l'entrée et à la sortie de la barre prismatique. Donner l'expression du champ en sortie de la barre. Quel est l'état de polarisation en sortie de la barre ?

12/ On dispose en sortie du dispositif d'un élément optique appelé polariseur dichroïque qui ne laisse passer que la projection du champ électrique sur sa direction de référence et élimine la composante du champ qui lui est perpendiculaire, en transformant l'énergie correspondante en chaleur (figure 1). Pour un polariseur dont la direction de référence est située sur la deuxième bissectrice de vecteur directeur $\vec{u} = |1/\sqrt{2}| - 1/\sqrt{2}|0 a$, donner le champ électrique en sortie du dispositif, après le polariseur. En déduire la valeur algébrique moyenne du vecteur de Poynting associé que l'on notera $\mathbf{I}$ en fonction de la force appliquée.

13/ Afin de rendre la réponse du dispositif linéaire pour les faibles forces, on précontraint la barre avec une force F_0 suivant l'axe x . Ainsi, la barre subit la force uniformément répartie $F_0 + F_x$.

Exprimer $\mathbf{I}$ en fonction de F_0 et F_x et montrer qu'on peut choisir F_0 pour avoir une réponse linéaire croissante du dispositif avec les petites valeurs de F_x .

14/ Sachant que pour du verre, il faut une force de 200 kN pour une barre d'un millimètre de largeur, pour que la différence de phase atteigne 2π , calculer le coefficient K .

Donner la plus petite valeur de F_0 pour une barre de verre de 1 cm de large et 20 cm de long. Soit $I_{opt} = \mathbf{I} L l$, le flux lumineux total émergent du dispositif.

Sachant que le flux lumineux total maximum en sortie du dispositif est de 10mW, donner l'expression numérique de I_{opt} en fonction de la force appliquée F_x .

IV - ÉTUDE DU SYSTEME ELECTRONIQUE DE MESURE

Le dispositif optique précédent est relié à une photodiode assimilable en première approximation à un générateur de courant proportionnel à I_{opt} : $i = \alpha I_{opt}$ avec $\alpha = 0,7 \text{ A/W}$.

15/ Soit le montage suivant (avec $R'_0 = R_0$):

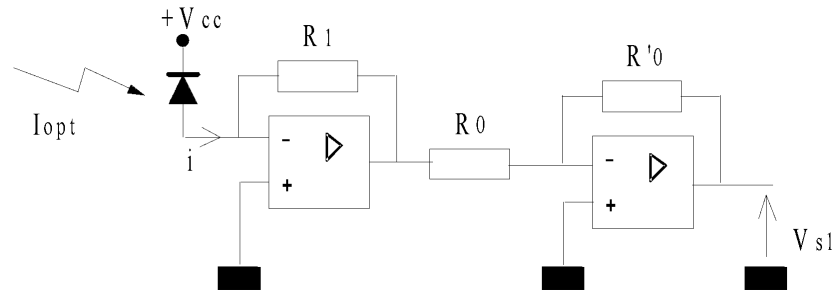


Figure 2

Donner V_{s1} notamment en fonction de I_{opt} en considérant les amplificateurs opérationnels parfaits.

16/ Lorsqu'on applique entre les entrées d'un amplificateur opérationnel idéal une différence de potentiel ε non infinitésimale, la sortie de celui-ci prend deux valeurs très grandes positive ou négative suivant le signe de ε . Pour un amplificateur opérationnel réel, la tension de sortie est bien sûr limitée et elle prend les valeurs $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$ (V_{sat} est une valeur proche des tensions d'alimentation de l'amplificateur opérationnel).

On considère alors le montage suivant :

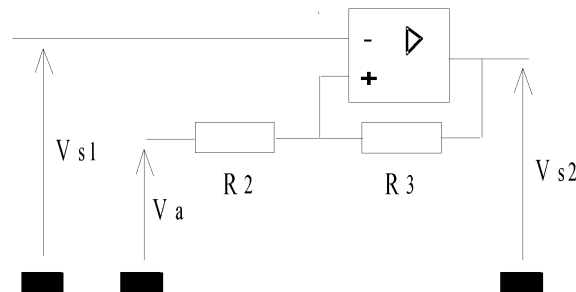


Figure 3

V_a est une tension fixe comprise entre $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$.

Dessiner la fonction de transfert $V_{s2} (V_{s1})$. Il est conseillé de raisonner en faisant croître V_{s1} de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$, puis en faisant décroître V_{s1} de $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$.

On montrera que pour $V_u < V_{s1} < V_d$, V_{s2} peut prendre deux valeurs $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$ selon le sens de parcours de la courbe et de V_a . Donner l'expression de V_u et de V_d .

17/ Soit le montage suivant (avec $R_7 = R_8$) :

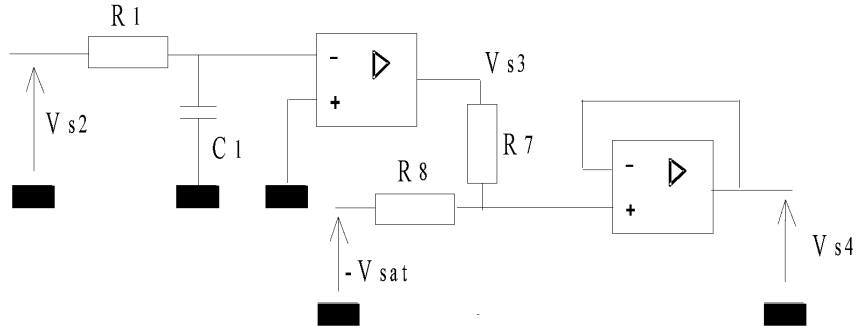


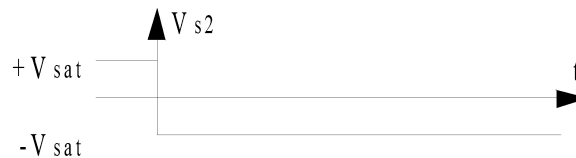
Figure 4

V_{s2} ne peut prendre que deux valeurs $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$; (on suppose qu'avant une transition, V_{s2} est depuis longtemps à une valeur stable $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$). Donner les valeurs de V_{s3} (tension en sortie du premier amplificateur opérationnel de la figure) et de V_{s4} en fonction du temps :

- après une transition de V_{s2} de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$:



- après une transition de V_{s2} de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$:



18/ On considère maintenant le montage suivant :

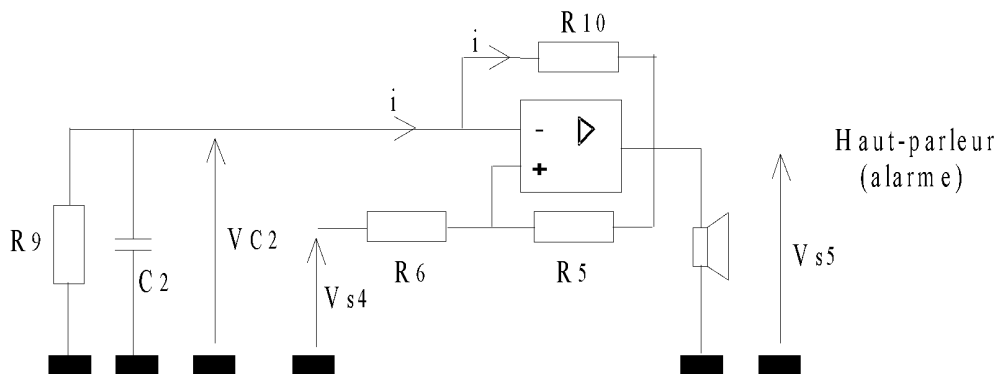


Figure 5

On reconnaît le montage de la question 16 , auquel on adjoint le réseau R_9, C_2, R_{10} .
On a de plus $R_6 = R_5$.

On admettra que sur les intervalles de temps sur lesquels on raisonne, V_{s5} vaut $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$.

- A $t = 0$, $V_{c2} = V_0$. Exprimer V_{c2} en fonction de V_{s5} et des autres éléments du circuit.
- Donner l'expression de $(V_+ - V_{c2})$ dans les cas où $V_{s4} = -V_{sat}$ et $V_{s4} = 0$.
- Le système est resté pendant un temps très long dans l'état $V_{s4} = -V_{sat}$; donner dans ce cas la valeur de V_{s5} et de V_{c2} .
- Brusquement, V_{s4} passe de $-V_{sat}$ à 0. Décrire l'évolution de $(V_+ - V_{c2})$ et de V_{s5} en fonction du temps en utilisant les résultats de la question 16 et montrer qu'un choix correct des résistances R_9 et R_{10} permet d'obtenir une tension V_{s5} qui passe alternativement de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$. Donner la période des oscillations.

19/ En mettant bout à bout les schémas des questions 15, 16, 17 et 18, décrire le fonctionnement global du montage.

20/ Sachant que $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$. Donner V_{sl} en fonction de la force $F_0 + F_x$ appliquée.

- On désire voir V_{s2} basculer de l'état $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ pour une force $F_0 + F_x$ de 800 kN et de l'état de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ pour une force $F_0 + F_x$ de 750 kN.

Sachant que $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ et $V_{sat} = 12 \text{ V}$, donner R_3 et V_a .

- Pour l'oreille humaine un son de fréquence 1,5 kHz est particulièrement désagréable et donc parfaitement adapté à une alarme.

On donne $R_6 = R_5 = R_{10} = 10 \text{ k}\Omega$, $R_s = 100 \text{ k}\Omega$, calculer C_2 pour que la fréquence du son émis par le haut-parleur soit de 1,5 kHz.